

5.....	1
Actitudes hacia el riesgo. Teoría de la utilidad cardinal .....	1
5.1 Introducción .....	1
5.2 Algunas evidencias sobre la toma de decisiones bajo riesgo .....	2
La paradoja de San Petersburgo .....	2
La lotería de Bolívar.....	3
5.3 Teoría de la utilidad cardinal.....	4
5.4 Determinación de la función de utilidad.....	8
5.5 Equivalente cierto .....	11
5.6 Actitudes hacia el riesgo .....	11
5.7 Uso de la teoría de la utilidad para la toma de decisiones .....	16
5.8 Limitaciones de la teoría de la utilidad.....	18
5.9 Inconsistencias entre lo postulado por la teoría y la experiencia .....	20
5.10 Nuevos desarrollos: Teoría prospectiva .....	23
5.11 Algunos resultados empíricos.....	30
5.12 Referencias.....	32
Apéndice.....	34
Ejercicio de autocorrección .....	37
Solución al ejercicio de autocorrección .....	38
Ejercicios .....	38

## 5

**Actitudes hacia el riesgo. Teoría de la utilidad cardinal**

"El suertero que grita 'La de a mil', contiene no sé que fondo de Dios".

César Vallejo

La teoría de la decisión racional es mucho más que una técnica para explicar el comportamiento. También es una forma, y muy importante, de proporcionarnos seguridad en nosotros mismos, no sólo sobre qué debemos hacer sino, inclusive, qué debemos ser.

Jon Elster

**5.1 Introducción**

Hay gente que juega a la lotería o a la ruleta; hay quienes son toreros o astronautas; otros aceptan gerenciar empresas quebradas; otros se atreven a ser rectores universitarios; hay empresarios visionarios (y exitosos); hay eternos enamorados que se entregan por completo, etc. Por otro lado, hay quienes se resignan a un cómodo empleo que no presenta retos ni amenazas; hay quienes nunca juegan y nunca serán espontáneos en una plaza de toros; otros, como un columnista de la página económica de un periódico, sostienen que “una buena inversión debe hacerse teniendo en cuenta que no quite el sueño, aunque no dé para comer muy bien” y hay, por último, algunos que nunca salen de sí mismos porque les da miedo la entrega total. Todas estas diferencias en el comportamiento humano se deben a las diferentes actitudes hacia el riesgo.

Cuando en un curso se plantea el problema de un juego con probabilidad 0,5 de ganar \$0, y 0,5 de ganar \$1.000, y se pregunta cuánto dinero daría cada estudiante por participar en él, la respuesta es \$500. Al analizar más el problema y someter al entrevistado a confrontaciones y selección, se encuentra que la cifra no es \$500, sino otra muy diferente.

La primera cifra —\$500— se denomina valor esperado monetario. El valor esperado monetario de una decisión es el promedio ponderado de todos los valores que pueden resultar y que corresponden a todos y cada uno de los estados de la naturaleza, dado que el que toma la decisión

ha optado por elegir una alternativa. Se dice, en general, que cuando hay poco dinero en juego, la gente decide de acuerdo con el valor esperado del juego y trata de decidirse por la alternativa que lo maximiza.

## 5.2 Algunas evidencias sobre la toma de decisiones bajo riesgo

Para aquellos que dudan acerca de la forma de tomar decisiones cuando está involucrado el azar (decisiones bajo riesgo), se propone el análisis de dos casos: Uno hipotético (la paradoja de San Petersburgo) y uno real (cualquiera de las loterías que se venden en el país, v. Tabla 5.1).

### La paradoja de San Petersburgo

La paradoja de San Petersburgo fue planteada por Daniel Bernoulli en 1735, en un trabajo clásico presentado a la Academia Imperial de las Ciencias en San. Petersburgo. Este trabajo fue publicado con el título de *Exposición de una nueva teoría de la medición del riesgo*. Una variación de ese problema original es la siguiente:

A usted le proponen las siguientes alternativas:

Un regalo, libre de impuestos, de \$10.000.

Un pago de  $2^n$  centavos, donde  $n$  es el número de veces que usted lanza una moneda al aire hasta cuando aparezca sello.

Solo se puede participar una vez en el juego y la secuencia de lanzamientos se detiene cuando aparezca sello por primera vez.

El valor esperado de cada una de las alternativas es:

$$E(A) = \$10.000.00$$

$$E(B) = 1/2(2) + 1/4(4) + 1/8(8) + \dots +$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 + \dots = \infty^1$$

Nadie escogería la alternativa B a pesar de tener un valor esperado igual a infinito, aunque sea propensa al riesgo.

### La lotería de Bolívar

Con las cifras de la Tabla 1 se puede calcular el valor esperado de la Lotería de Bolívar, por ejemplo. En este se tiene:

Tabla 5.1 Lotería de Bolívar  
(Sorteo 4240 diciembre 23 de 2002)  
Número de series 70. Números de billetes 10.000.  
Total de billetes 700.000  
Precio \$4.000  
Premios después de impuestos

Cantidad	Premio por billete	Probabilidad	Valor esperado <sup>2</sup>	Valor esperado neto
1	\$414.999.751,00	0,000142857%	\$592,86	\$592,85
1	\$19.919.988,05	0,000142857%	\$28,46	\$28,45
3	\$4.979.997,01	0,000428571%	\$21,34	\$21,33
69	\$497.999,70	0,009857143%	\$49,09	\$48,69
9	\$3.319.998,01	0,001285714%	\$42,69	\$42,63
9	\$829.999,50	0,001285714%	\$10,67	\$10,62
9	\$829.999,50	0,001285714%	\$10,67	\$10,62
207	\$9.000,00	0,029571429%	\$2,66	\$1,48
81	\$16.000,00	0,011571429%	\$1,85	\$1,39
90	\$16.000,00	0,012857143%	\$2,06	\$1,54
891	\$8.000,00	0,127285714%	\$10,18	\$5,09
621	\$16.000,00	0,088714286%	\$14,19	\$10,65
621	\$16.000,00	0,088714286%	\$14,19	\$10,65
621	\$16.000,00	0,088714286%	\$14,19	\$10,65
5.589	\$8.000,00	0,798428571%	\$63,87	\$31,94
6.210	\$8.000,00	0,887142857%	\$70,97	\$35,49
61.479	\$4.000,00	8,782714286%	\$351,31	\$0
Compra y no gana	0,00	89,069857143%	0,00	-3.562,79
		Valor esperado de la lotería	\$ 1.301,26	\$ -2.698,74

Valor esperado total de los premios de la lotería

\$1.301,26

<sup>1</sup> Este símbolo significa infinito. Una cifra infinitamente grande.

<sup>2</sup> Valor del premio por billete multiplicado por la probabilidad de ocurrencia.

Valor esperado neto total de la lotería (Incluye el pago del billete)	-2.698,74
Porcentaje de billetes ganadores (probabilidad de ganar)	10,93%
Probabilidad de no ganar	89,07%
Total de billetes ganadores	76.511
Porcentaje del valor esperado de los premios sobre el precio de la lotería:	32,53%
Tasa de cambio US\$1 en la fecha de la lotería	Col\$2.850

Este cálculo se ha hecho suponiendo que todos los billetes se venden y desechando las combinaciones tales como primero y segundo premio, etcétera, por ser despreciables (en valor esperado no alcanzan a sumar medio centavo); algunas de las probabilidades de ganar más de un premio son:

Tabla 5.2 Valores y probabilidades de otros premios combinados

Evento	Probabilidad	Premio en pesos	Valor esperado en pesos
Primer y segundo premio	0,000000000204081633%	\$434.919.739,05	\$ 0,00088759130
Primer y tercer premio	0,000000000612244898%	\$419.979.748,01	\$ 0,00257130458
Segundo y tercer premio	0,000000000612244898%	\$ 24.899.985,06	\$ 0,00015244889
Tres primeros premios	0,000000000000000875%	\$439.899.736,06	\$ 0,00000000385
Valor esperado total			\$ 0,00361134862

Como se puede apreciar, el valor esperado de los premios de esta lotería es mucho menor que su precio y, sin embargo, gran cantidad de personas compran lotería, rifas, hacen apuestas, etc. Estrictamente se debe decir que el valor esperado total de la lotería es negativo y vale  $-2.698,74$ . Este es el valor esperado de la alternativa de comprar contra el valor de no comprar, que es cero.

Estos dos ejemplos ilustran el hecho de que bajo riesgo muchas personas no tratan de maximizar el valor esperado de sus ganancias. O sea que entran en juego otros factores.

### 5.3 Teoría de la utilidad cardinal

Ante situaciones como éstas los estudiosos del tema han presentado teorías que permiten explicar (teorías descriptivas) o predecir el comportamiento de un individuo en particular cuando se

encuentra enfrentado a decisiones bajo riesgo o incertidumbre reducida a riesgo, por medio del estimativo de probabilidades subjetivas.

*von Neumann y Morgenstern* propusieron en 1944 la llamada *teoría de la utilidad* y establecieron unos axiomas o supuestos psicológicos para individuos ante situaciones como las mencionadas arriba.

Para que el que decide pueda escoger uno de los diferentes cursos de acción deberá cumplir con ciertas condiciones que le permitan elegir entre distintas alternativas. Estas condiciones se pueden identificar como los siguientes supuestos o axiomas:

**1) Preferencia:** Cuando a un individuo se le presentan dos alternativas, *A* y *B*, entonces actuará de una de las maneras siguientes:

- a) Es indiferente entre *A* y *B*.
- b) Prefiere *A* a *B*.
- c) Prefiere *B* a *A*.

Esto quiere decir que el individuo puede establecer preferencias o indiferencias entre alternativas.

**2) Transitividad:** Cuando un individuo se enfrenta a tres alternativas *A*, *B* y *C*, podrá decir lo siguiente:

- a) Si es indiferente entre *A* y *B* y prefiere *B* a *C*, entonces prefiere *A* a *C*.
- b) Si prefiere *A* a *B* y es indiferente entre *B* y *C*, entonces prefiere *A* a *C*.
- c) Si es indiferente entre *A* y *B* y entre *B* y *C*, entonces es indiferente entre *A* y *C*.

Esto significa que dadas las preferencias puede establecer ordenamiento entre las alternativas y “conectar” varias preferencias entre sí.

**3) Preferencia por la recompensa:** Este supuesto establece que los individuos prefieren más de un bien deseable que menos. Aquí “bien” debe entenderse en su forma más amplia, es decir, que un individuo al “calcular” lo que recibe al tomar una decisión, está teniendo en cuenta “bienes” tanto tangibles, como intangibles. Esto simplemente significa que un individuo racional prefiere obtener más de un bien deseable que menos. En el contexto de este libro se supone que el dinero es un bien deseable (aunque esto no es siempre cierto y se pueden encontrar múltiples ejemplos que ilustran hecho).

Al establecer ordenamientos y preferencias entran en juego los objetivos. En este caso se ha supuesto que existe un solo objetivo, o que el individuo puede coordinarlos todos de manera que puede establecer la preferencia y el ordenamiento. *Shakespeare*, plantea la dificultad de decidir entre múltiples objetivos, así:

*“Corin: Y, ¿cómo halláis vos esta vida pastoril, maese Touchstone?”*

*Touchstone: a decir verdad, pastor, considerada en sí, es buena vida; pero mirada como vida de pastores, no vale nada. Por lo solitario, me gusta mucho; pero como retiro es detestable. Ahora, por lo campestre, me encanta, aunque por lo alejada de la Corte me es tediosa. En cuanto a frugal, ya lo ves, se aviene con mi humor; empero, por excluir la abundancia, no se compagina con mi estómago. ¿Entiendes de filosofía, pastor?”<sup>3</sup>*

**4) Continuidad.** Si  $A > B$  y  $B > C$ , entonces existirá un valor  $\alpha$  tal que

$$A + (1 - \alpha)C = B \quad (4.1)$$

donde:

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

---

<sup>3</sup> Shakespeare, W, “A vuestro gusto”, en *Obras completas*, Ediciones Aguilar, Madrid, 1966.

El valor  $\alpha$  se ha interpretado como una medida de probabilidad. Similarmente, existen valores de  $\alpha$  tales que:

$$\alpha_1 A + (1 - \alpha_1) C > B \quad (4.2)$$

y

$$\alpha_2 A + (1 - \alpha_2) C < B \quad (4.3)$$

5) **Ordenamiento.** Si hay alternativas  $A, B, C, D, \dots$ , tales que para tres cualesquiera de ellas existe un valor de  $\alpha$  para establecer la relación mencionada en 4), entonces las diferentes alternativas pueden ser ordenadas.

6) **Sustitución.** Para cualquier juego o lotería existirá otro juego equivalente ante el cual el que decide será totalmente indiferente. Con base en lo anterior se puede establecer lo siguiente.

**Teorema de existencia.** Si un individuo toma decisiones sin violar las suposiciones axiomáticas anteriores, se puede definir una función de utilidad tal que:

a) Si el que decide es indiferente entre A y B, entonces  $U(A) = U(B)$  (4.4)

b) Si el que decide prefiere A a B, entonces  $U(A) > U(B)$  (4.5)

La función  $U(\cdot)$  se llamará función de utilidad y su valor  $U(A)$  se llama índice de utilidad de A. Esta función es monótona. Debe observarse que  $U(A) > U(B)$  porque *A se prefiere a B* y no viceversa.

Resumiendo lo anterior, se puede decir que las suposiciones de la Teoría de la utilidad de *Von Neumann* y *Morgenstern* son:

1. El individuo puede ordenar alternativas o las utilidades asociadas con ellas.
2. Puede establecer relaciones de transitividad en su ordenamiento preferencial.
3. Puede determinar pesos  $\alpha$  - probabilidades- para comparar alternativas o las utilidades asociadas con ellas.

Los ejemplos presentados obligan a preguntarse cómo se explica entonces el proceso de decisión. La teoría expuesta ofrece esta explicación, aunque con limitaciones. En términos más sencillos: Cada individuo, al enfrentarse a situaciones de riesgo, puede asignar un valor  $\alpha$  a cada una de las alternativas que analiza. Estos son los índices de utilidad cardinal.

La relación funcional entre valores de dinero e índices de utilidad cardinal en general no es lineal. La no linealidad obedece a que muchas personas no toman decisiones basadas en la maximización del valor esperado monetario (criterio bayesiano de decisión o de indiferencia ante el riesgo). Sin embargo, cuando a las alternativas se les han asignado índices de utilidad, entonces sí se puede aplicar el criterio bayesiano de decisión. Es decir, el individuo trata de maximizar el valor esperado de su utilidad.

Esta teoría parece ser aceptable a corto plazo: Cuando el individuo tiene que tomar la decisión y los resultados son inmediatos. Puede no ser válida cuando la decisión implica resultados futuros. Más adelante se harán explícitas las limitaciones del modelo propuesto por *Von Neumann* y *Morgenstern*.

Aquí debe hacerse una aclaración importante: la teoría de la utilidad propuesta tiene en cuenta únicamente el primer momento de la distribución de probabilidad de los eventos, o sea el valor esperado.

#### **5.4 Determinación de la función de utilidad**

Como se anotó antes, la teoría de la utilidad explica o predice el comportamiento de un individuo ante situaciones de riesgo. Es por esto por lo que es una teoría descriptiva, no normativa. Por lo tanto, sólo tiene sentido hablar de la función de utilidad de una persona en un punto en el tiempo y dentro de un rango de sumas de dinero. Más aun, no tiene sentido hablar de una función de utilidad de un comité o una firma. Una junta directiva puede adoptar una función de utilidad (de un

socio mayoritario, por ejemplo) y exigir que las decisiones bajo riesgo se tomen usando esa función. Así mismo, el dueño de una firma puede delegar en el gerente, pero indicarle su función de utilidad para la toma de decisiones. Esto reduce los efectos del problema de agencia ya mencionado.

Más aun, debe añadirse que la utilidad se puede medir en forma relativa y no en términos absolutos. Se puede asignar un índice de utilidad a cada uno de dos valores en forma arbitraria, y a partir de allí construir la función de utilidad.

Supóngase que se desea determinar la función de utilidad de un individuo con el propósito de buscar una guía para tomar decisiones que sean consistentes con sus intereses, definidos en el momento en que se calcula la función. Para hacerlo, se puede adoptar uno de los dos métodos para determinar la función de utilidad de un individuo: a) por el método de fijar las probabilidades y variar los resultados de una supuesta lotería<sup>4</sup>; b) por el método de fijar los resultados de la lotería y variar las probabilidades.

Se procederá a ilustrar el primer procedimiento. Suponga que se tienen dos alternativas *A* y *B*. La alternativa *A* es un regalo libre de impuestos de \$300.000, y la *B* es una lotería que consiste en ganar \$1.000.000 con probabilidad 0,5 o ganar \$0 con probabilidad 0,5. Se trata entonces de determinar el valor de la alternativa *A* que hace indiferente a quien decide entre ella y la alternativa *B*. Si se asigna una utilidad de 100 utilas (unidad de medida de la utilidad) a \$1.000.000 y 0 utilas a \$0 (estos dos valores 0 y 100 son arbitrarios; solo están condicionados a que la utilidad asignada a \$1.000.000 sea mayor que la asignada a \$0, bajo el supuesto de que se prefiere \$1.000.000 a \$0), se debe encontrar por prueba y error el valor de *A* que hace indiferente al individuo frente a la lotería *B*; en otras palabras, hay que negociar el valor de *A*.

Supóngase entonces que el individuo prefiere la lotería a la alternativa *A*, esto es:

---

<sup>4</sup> En el contexto de teoría de la decisión se llama lotería a una situación con dos o más resultados que tienen asociadas probabilidades.

B se prefiere A

Entonces:

$$U(B) > U(A)$$

$$0,5 \times U(\$1.000.000) + 0,5 \times U(\$0) > U(\$300.000)$$

Si se sube el valor de A a \$500.000, podría resultar:

B se prefiere A  $U(B) > U(A)$

Supóngase que para  $A = \$600.000$  el individuo es indiferente, esto es:

$$U(B) = U(A)$$

Es decir:

$$U(\$600.000) = 0,5 \times U(\$1.000.000) + 0,5 \times U(\$0)$$

$$= 0,5 \times 100 + 0,5 \times 0 = 50$$

Entonces la utilidad de \$600.000 es 50.

Ahora se puede cambiar el valor de uno de los premios (0 ó 1.000.000) por \$600.000 y de manera similar encontrar el valor intermedio; repitiendo este proceso se pueden encontrar varios puntos de la función de utilidad y dibujar la curva correspondiente. Es decir, si se cambia \$1.000.000 por \$600.000, se obtendrá un valor determinado  $T$ ,  $0 \leq T \leq 600.000$  y que hace indiferente al individuo frente a la nueva lotería. Entonces para ese  $T$  que hace indiferente al individuo entre ese valor y la nueva lotería (\$600.000 con  $p = 0,5$  y \$0 con  $p = 0,5$ ), la utilidad será:

$$U(T) = 0,5 \times U(0) + 0,5 \times U(\$600.000) = 0,5 \times 0 + 0,5 \times 50$$

$$U(T) = 25$$

Un ejemplo del segundo método es suponer dos valores de dinero, uno alto y otro igual a cero. Las probabilidades de los resultados varían entre 0% y 100%. De manera similar a la anterior, se pueden asignar valores de utilidad a sumas de dinero y, a su vez, construir la curva de la función de utilidad. De acuerdo con la forma como se ha planteado la teoría, se espera que las curvas de

utilidad halladas por los dos métodos sean iguales. Más adelante se examinará a la luz de resultados empíricos si esto es cierto.

### 5.5 Equivalente cierto

En este capítulo se ha presentado la idea del equivalente cierto sin haberlo definido previamente. Los valores que se buscaban para lograr la indiferencia entre éste y la lotería eran los equivalentes ciertos de las loterías. Formalmente, supóngase una decisión bajo riesgo que se puede representar mediante un juego  $A$  que tiene como resultados  $A_1$  y  $A_2$  en dinero, con probabilidades  $p$  y  $(1 - p)$ , respectivamente. El equivalente cierto es una cantidad de dinero  $A'$  que se recibiría con probabilidad 1 y que es equivalente, para el individuo que toma las decisiones, al juego  $A$ ; o sea  $A' \sim A$ .

El equivalente cierto se puede interpretar como la cantidad máxima que un individuo estaría dispuesto a pagar por evitar un riesgo indeseable o, también, el mínimo que un individuo aceptaría por “vender” un riesgo deseable.

Ligado al concepto de equivalente cierto está el de la prima de riesgo, la cual es la diferencia entre el valor esperado de la lotería y el equivalente cierto. Si se acepta que para un comprador de lotería el precio del billete es el equivalente cierto, entonces la prima de riesgo de la lotería para quien la compra es  $-2.698,74$  ( $1.301,26 - 4.000$ ).

### 5.6 Actitudes hacia el riesgo

Las personas pueden ser adversas<sup>5</sup>, propensas o indiferentes al riesgo. Como se observó al plantear el concepto de equivalente cierto, una persona estará dispuesta a pagar por “jugar” una lotería; dependiendo de la suma que pague, se podrá determinar su actitud hacia el riesgo.

---

<sup>5</sup> El autor preferiría utilizar la palabra *averso(a)*, también aceptada, en lugar de *adverso(a)*, pero esta preferencia cede lugar al uso, por lo tanto se usará la segunda versión.

a) *Propensión al riesgo*. Una persona totalmente propensa al riesgo, enfrentada ante el siguiente juego: \$0 con probabilidad 0,5 y \$10.000 con probabilidad 0,5, estará dispuesta a pagar más del valor esperado del juego por participar en él. O sea, pagará más de \$5.000 por participar en este juego.

b) *Aversión al riesgo*. Si esa misma persona fuera totalmente adversa al riesgo y se enfrentara a la misma situación, pagaría menos del valor esperado del juego por participar en él. O sea pagaría menos de \$5.000.

c) *Indiferencia al riesgo*. Si la mencionada persona fuera indiferente al riesgo, pagaría exactamente \$5.000 por participar en el juego.

En los tres casos se tiene, en términos de equivalente cierto, lo siguiente:

a) Con propensión al riesgo, el equivalente cierto es mayor que el valor esperado. O lo que es lo mismo, la utilidad del valor esperado es menor que el valor esperado de la utilidad.

b) Con aversión al riesgo, el equivalente cierto es menor que el valor esperado. O, la utilidad del valor esperado es mayor que el valor esperado de la utilidad.

c) Con indiferencia al riesgo, el equivalente cierto es exactamente el valor esperado. O, la utilidad del valor esperado es igual que el valor esperado de la utilidad.

Con base en estas ideas se pueden esbozar las curvas de utilidad respectivas, así:

a) *Propensión al riesgo*:

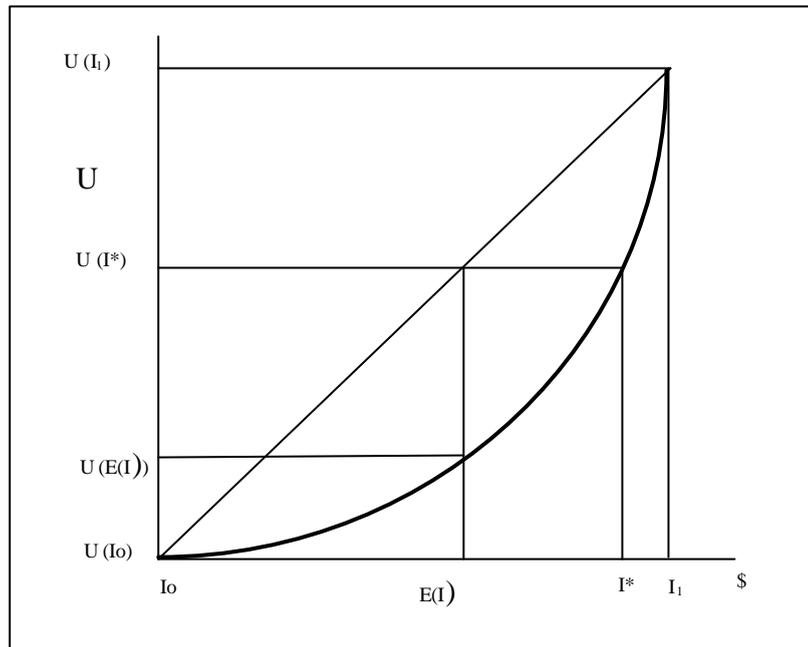


Figura 5.1. Utilidad de un individuo totalmente propenso al riesgo

Si la persona cuya curva de utilidad se muestra en la figura 5.1 se enfrenta al juego  $I$  con resultados  $I_0$  con probabilidad  $p$  e  $I_1$  con probabilidad  $(1 - p)$ , asignaría al juego una utilidad igual a la utilidad esperada  $U(I)$  igual a  $p \times U(I_0) + (1 - p) \times U(I_1)$  que corresponde a  $I^*$  (equivalente cierto). El valor esperado del juego o lotería es  $E(I)$ . Obsérvese que  $I^* > E(I)$ , por lo tanto,  $U(I^*) > U(E(I))$ .

b) *Aversión al riesgo*:

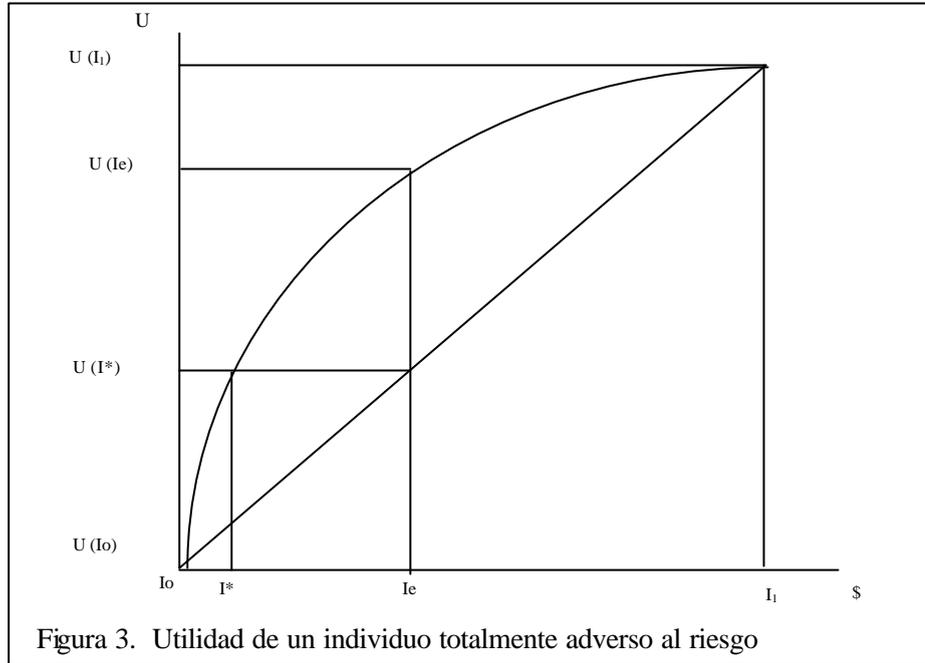


Figura 5.2 Utilidad de un individuo totalmente adverso al riesgo

Si un individuo con una curva de utilidad como la mostrada en la figura 3 se enfrentara a un juego  $I$  con resultados  $I_0$ , con probabilidad  $p$  e  $I_1$  con probabilidad  $(1-p)$ , asignaría al juego una utilidad esperada igual a  $p \times U(I_0) + (1-p) \times U(I_1)$  que corresponde a  $I^*$  (equivalente cierto). El valor esperado del juego o lotería es  $E(I)$ . Obsérvese que  $I^* < E(I)$ , por lo tanto  $U(I^*) < U E(I)$ .

c) *Indiferencia al riesgo*:

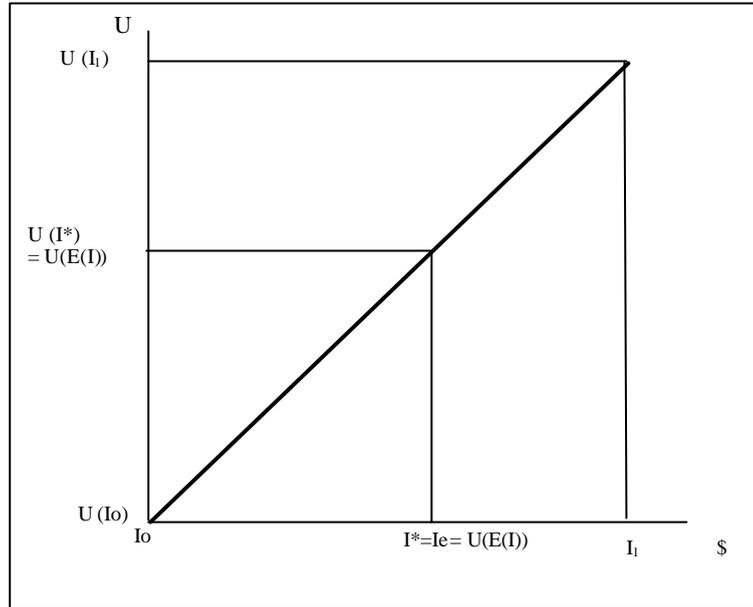


Figura 5.3. Utilidad de un individuo indiferente al riesgo

Si una persona con una curva de utilidad como la mostrada en la figura 5.3 se enfrenta a un juego  $I$  con resultados  $I_0$  con probabilidad  $p$  e  $I_1$  con probabilidad  $(1 - p)$ , asignará al juego una utilidad esperada igual a  $p \cdot U(I_0) + (1 - p) \cdot U(I_1)$ , que corresponde a  $I^*$  (equivalente cierto). El valor esperado del juego o lotería es  $E(I)$ . Obsérvese que,  $I^* = E(I)$  por lo tanto  $U(I^*) = U(E(I))$ .

En la realidad, las personas no son ni totalmente adversas ni totalmente propensas al riesgo. Existe alguna evidencia empírica de que hay rangos de valores en los cuales las personas son adversas al riesgo y rangos en los cuales son propensas al riesgo. También parece existir evidencia de que los individuos tienden a ser propensos al riesgo cuando hay en juego pequeñas sumas de dinero (el caso de las loterías, que por esa razón dividen el billete en fracciones de bajo costo), y adversos cuando las sumas de dinero son altas; una curva de utilidad típica se ilustra en la Fig. 5.3.

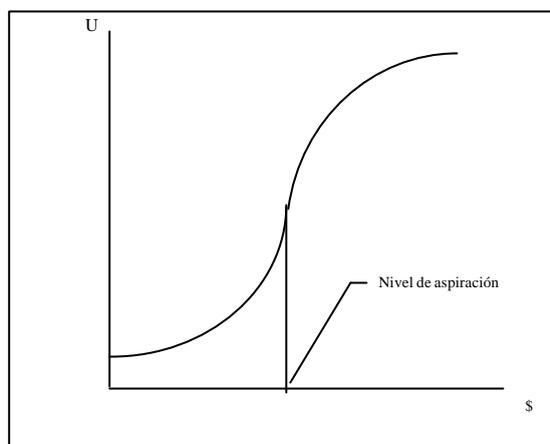


Figura 5.4.. Curva de utilidad típica según resultados empíricos.

El nivel de aspiración es considerado como aquel punto hacia el cual tiende el individuo cuando establece el equivalente cierto.

La actitud al riesgo de un individuo depende de sus gustos, situación actual, su percepción del estado de la economía y su interés en mantener o aumentar las condiciones de vida actuales. En el apéndice de este capítulo se presenta una prueba que ratifica lo anterior y le permitirá al lector medir su posición ante el riesgo.

### 5.7 Uso de la teoría de la utilidad para la toma de decisiones

La teoría expuesta es descriptiva, no normativa. Si se quisieran utilizar todas estas ideas para predecir (o para explicar) el proceso de decisión de un individuo ante situaciones de riesgo, sería necesario cambiar el análisis de las alternativas en el sentido de que se trata de maximizar la utilidad esperada y no el valor esperado en términos monetarios.

Para ilustrar la idea, supóngase un individuo que tiene una función de utilidad como la que se ilustra en la siguiente tabla:

Tabla 5.3. Función de utilidad

Valor	Índice de utilidad
- 40	- 100
- 20	- 40
- 10	- 20
0	0
8	40
100	60
120	80
200	300

Si esta persona estuviera enfrentada a la situación de comprar o no una boleta de una rifa que vale \$20, y recibiera un premio de \$120 con una probabilidad de 0,3 y el resultado se conociera inmediatamente después de comprar la boleta, ¿cómo se podría predecir su decisión?

En términos de loterías, esta persona está enfrentada a lo siguiente:

Tabla 5.4. Lotería del ejemplo

	$A1 = - 20$ con probabilidad 0,7
A con resultados	
	$A2 = 100$ con probabilidad 0,3
B	$B = 0$

¿Qué decisión tomará?

La utilidad de  $A1$  es  $U(A1) = - 40$ , la utilidad de  $A2$  es  $U(A2) = 60$ , y el valor esperado de la utilidad de  $A$  es:

$$-40 \times 0,7 + 60 \times 0,3 = -28 + 18 = -10$$

Como la utilidad esperada es negativa (o sea - 10), el individuo rechazará la alternativa  $A$  puesto que es menor que la utilidad esperada de  $B$ , que es  $U(0) = 0$ . El equivalente cierto de la alternativa  $A$  es aproximadamente igual a - 5 (se interpoló linealmente); el equivalente cierto de  $B$  es cero y, por lo tanto, preferirá  $B$  a  $A$ .

Al hacer uso de la teoría de la utilidad se puede incurrir en algunos errores cuando se plantean flujos de dinero en el tiempo. Se debe tener en cuenta que, como en el ejemplo anterior, el cálculo

de la utilidad se debe hacer sobre el valor neto. Sin embargo, por estar separadas en el tiempo no se puede garantizar la estabilidad de la función de utilidad a lo largo de todo el período. Una forma de vencer este obstáculo es descontar los flujos futuros a una tasa adecuada.

*Raiffa* hace un análisis muy claro de la aplicación de la teoría de la utilidad como una teoría normativa. En el contexto aquí presentado se ha entendido como una teoría normativo-descriptiva.

Sin embargo, ese mismo autor acepta que se pueden manejar situaciones futuras con base en una función de utilidad estipulada. Debe recordarse lo expresado al comienzo de este capítulo: Existe una función de utilidad para un individuo dadas ciertas condiciones de tiempo, lugar y magnitudes involucradas. Por lo tanto, se corre un cierto riesgo de equivocarse si se analizan los flujos de dinero futuros con base en la actitud hacia el riesgo actual.

A pesar de todo, autores como *Hillier*, *Hespos* y *Strasmann* sostienen que, a pesar de que el tratamiento del problema del riesgo propuesto por ellos se basa en los valores esperados monetarios y considera los flujos de dinero a lo largo del tiempo, se puede extender y ampliar en términos de maximización de la utilidad esperada y no del valor monetario esperado. A pesar del respeto que nos merecen estos autores, ponemos en duda estas afirmaciones por lo mencionado acerca de las condiciones que rodean a la función de utilidad de un individuo.

## **5.8 Limitaciones de la teoría de la utilidad**

Al incorporar la función de utilidad dentro del análisis de la teoría de la decisión, se debe ser muy cuidadoso al separar este análisis de la apreciación que se tenga acerca de las probabilidades; de igual manera si se está haciendo un estimativo de las probabilidades, se debe hacer caso omiso de la preferencia que se tenga por los resultados. Otro problema que se presenta es la complejidad de las decisiones. Por ejemplo, el hecho de que en lugar de tener situaciones simples como las que se han presentado, concurren en forma simultánea varios problemas de decisión. El impacto sobre el

individuo que toma las decisiones cuando se aíslan los problemas es diferente al que enfrenta cuando se le presentan estos mismos problemas en bloque.

Un problema pertinente para el análisis económico se presenta cuando se está trabajando con ingresos y egresos bajo riesgo. ¿Se debe aplicar el análisis de utilidad antes o después de ser descontado el flujo de dinero a valor presente? ¿Tiene sentido aplicar una función de utilidad actual a un riesgo futuro? Para la primera pregunta la respuesta es que se debe trabajar con valores netos descontados.

Definitivamente queda por investigar la segunda pregunta: ¿Existe “permanencia” o “invariabilidad” de la función de utilidad a través del tiempo? La evidencia empírica y el razonamiento lógico llevan a concluir que no. Ésta es una teoría a corto plazo; a largo plazo, como son los efectos de las decisiones de inversión de capital, puede no ser adecuada. Sin embargo, se puede definir como “aceptable” la función de utilidad correspondiente, por ejemplo, al estado de óptimas condiciones de estabilidad emocional del que toma las decisiones, y considerar esa función de utilidad estable o permanente y tratando de ser consistente con ella en decisiones futuras. La ventaja de esta forma de utilizar la función de utilidad es que las decisiones se toman en forma independiente del estado de ánimo del individuo que decide.

Pero estos no son los únicos inconvenientes que se anotan a la teoría de la utilidad. Algunos adicionales a los mencionados son:

*Multiplicidad de objetivos.* Esto se había sugerido al comienzo, con la cita de *Shakespeare*. La teoría de la utilidad es unidimensional en el sentido de que supone que existe un solo objetivo para el que toma la decisión y que éste puede expresarlo en términos de dinero. Cuando se plantean alternativas como por ejemplo la construcción de una represa, donde hay beneficios económicos, pero también costos y beneficios sociales, ecológicos, políticos, etc., ¿cómo involucrarlos?

*El análisis de la distribución de probabilidad es unidimensional.* Esta teoría sólo considera el valor esperado de la distribución. ¿Alguien que debe decidir será indiferente entre loterías con igual utilidad esperada y diferente varianza? ¿Qué decir de distribuciones no simétricas?

*Desconocimiento de la actitud hacia la incertidumbre.* Los que toman decisiones tienden a preferir eventos ciertos a eventos inciertos. Esto está ligado al principio de sustitución. *Múnera* lo elimina de su modelo sin considerarlo axioma y lo reemplaza por el principio de flexibilidad. Este dice que dos loterías no son necesariamente equivalentes aunque representen el mismo problema de selección. Más aun, considera que existen tres categorías de decisiones que resultan en diferentes actitudes hacia la certidumbre:

“a) Pesimistas. Una pérdida casi cierta se considera una pérdida cierta, pero una ganancia casi cierta no se considera una ganancia cierta. b) Optimistas. Una ganancia cierta se considera una ganancia cierta, pero una pérdida casi cierta no se considera una pérdida cierta. c) Neutrales. Una pérdida o ganancia casi ciertas se consideran como pérdida o ganancia cierta respectivamente.”  
(Múnera, 1978, p. 61.)

*Diferencias entre curvas de utilidad halladas por métodos diferentes.* *Múnera* cita el experimento de *Allais* por medio del cual se determinaron las curvas de personas supuestamente racionales, y se encontraron notables diferencias entre las curvas halladas por los dos métodos mencionados antes. Esto es, variar en un caso las cantidades y en el otro las probabilidades.

## **5.9 Inconsistencias entre lo postulado por la teoría y la experiencia**

*Raiffa* y *Múnera*, entre otros, presentan lo que se conoce como la paradoja de *Allais*. Consiste en enfrentar individuos “racionales” (por ejemplo, *Leonard Savage* y *Paul A. Samuelson*) a dos situaciones con dos loterías diferentes, así:

Tabla 5.5. La paradoja de Allais

	Lotería 1	Lotería 2		Probabilidad
	Premio	Probabilidad	Premio	
	\$500.000	1,0	\$2.500.000	0,10
Situación A			500.000	0,89
			0	0,01
Situación B	\$500.000	0,11	\$2.500.000	0,10
	0	0,89	0	0,90

Ante esta situación, muchos escogieron la lotería 1 en la situación A y la lotería 2 en la situación B. Esto viola los principios de la teoría de la utilidad. Para demostrarlo, exprese las diferentes preferencias así:

$$1) U(500.000) > 0,1 \times U(2.500.000) + 0,89 \times U(500.000) + 0,01 \times U(0)$$

Para la preferencia de la lotería 1 en la situación A.

$$2) 0,1 \times U(2.500.000) + 0,9 \times U(0) > 0,11 \times U(500.000) + 0,89 \times U(0)$$

Para la preferencia de la lotería 2 en la situación B.

Cuando se reorganizan estas ecuaciones se tiene,

$$1') 0,11 \times U(500.000) - 0,01 \times U(0) > 0,1 \times U(2.500.000)$$

$$2') 0,11 \times U(500.000) - 0,01 \times U(0) < 0,1 \times U(2.500.000)$$

Como se trata de una misma persona que tiene simultáneamente estas preferencias, lo anterior implica que hay una contradicción, es decir, ¡imposible!

Sobre el uso que se le puede dar a esta teoría y haciendo las salvedades anotadas antes, se debe anotar que existen diversas opiniones. Algunos autores, como Swalm, por ejemplo, opinan que éste podría ser un modelo descriptivo de la conducta del ejecutivo. Por otro lado, autores como *Raiffa* opinan que la teoría podría ser considerada como un modelo normativo-prescriptivo, o sea que le indica al que toma la decisión cómo comportarse.

*Swalm*, en particular, opina que, a pesar de sus puntos débiles, la teoría tiene mucho que ofrecer al ejecutivo. En una investigación sobre el tema, concluye:

1) Los ejecutivos no tratan de maximizar la ganancia esperada de una inversión que implique riesgo.

2) La teoría de la utilidad ofrece un fundamento razonable para evaluar la consistencia de las decisiones de un individuo.

3) La teoría brinda una forma simple de clasificar a los individuos en cuanto a su actitud hacia el riesgo.

4) La actitud hacia el riesgo depende en gran parte de la propiedad del dinero involucrado en la decisión. Es decir, que en muchos casos el individuo toma decisiones basándose en su función de utilidad y no en términos de la situación financiera de la firma.

5) Las actitudes hacia el riesgo varían más ampliamente de lo que comúnmente se piensa.

Por otro lado, hay que reconocer que al ser la función de utilidad un reflejo de la actitud particular hacia el riesgo de una persona, no se puede hablar de una función de utilidad de un grupo o de una empresa. Es posible, eso sí, que un comité o una junta directiva *adopte* una cierta función de utilidad y solicite a quien toma las decisiones que se acoja a los resultados obtenidos basándose en esa función de utilidad. Esa es una forma de delegar con una política bien determinada ante el riesgo. Por ejemplo, si esa junta desea que la firma se maneje con unos criterios conservadores (léase, con aversión al riesgo), adoptaría una función de utilidad con aversión al riesgo, o sea, cóncava. Si lo que desea es una administración arriesgada y dispuesta a asumir riesgos, propondrá usar una función de utilidad de un propenso al riesgo, o sea, una curva convexa. O una función de utilidad combinada: para cantidades pequeñas de ganancia o pérdida propensa al riesgo y para cantidades grandes, adversa al riesgo. Esto podría asimilarse a las autorizaciones que los estatutos o la misma junta directiva les otorgan a sus ejecutivos.

## 5.10 Nuevos desarrollos: Teoría prospectiva

### Nuevos desarrollos en la toma de decisiones: La teoría prospectiva

En 2002, le otorgaron a Daniel Kahneman el premio Nóbel de Economía por su contribución al estudio del proceso de decisión que hizo con Amos Tversky. Su mayor contribución es la teoría prospectiva (*Prospect theory*, en inglés).

Kahneman y Tversky encontraron que cuando la gente toma decisiones bajo riesgo presenta sesgos como si fuera irracional. Desarrollaron entonces su teoría prospectiva en la cual la utilidad o beneficio o felicidad percibidos se asigna a las pérdidas o ganancias que recibiría el individuo y no a su riqueza neta después de haber tomado la decisión y en lugar de usar probabilidades, se utilizan pesos o ponderaciones de decisión.

Tres factores críticos explican las actitudes hacia el riesgo. El primero dice que la “desutilidad” o infelicidad crece más que en forma proporcional con el tamaño de las pérdidas. En otras palabras que la utilidad de una pérdida marginal decrece con su tamaño, es decir, si se pierde \$1 la infelicidad es mayor que la felicidad de ganar \$1. Puede ser sorprendente, pero los hallazgos de Kahneman y Tversky indican que el individuo es adverso al riesgo cuando se trata de ganancias y propenso al riesgo cuando se trata de pérdidas. Esto se puede explicar porque el individuo asume riesgos para evitar pérdidas grandes. Es como si pensara “ya que puedo perder mucho, entonces asumamos este riesgo alto”.

El segundo factor tiene que ver con que la gente aprecia más la posesión de un bien que la satisfacción de recibirlo. Es decir, la utilidad negativa que se percibe por perder algo, es mayor que la utilidad percibida por recibir ese mismo bien.

El tercer factor está ligado al hecho de la subestimación de las probabilidades altas y medianas, en comparación con sobreestimación de las probabilidades bajas. Este factor explica que una persona sea propensa al riesgo cuando las probabilidades de ganancias son muy pequeñas, como en

el caso de una lotería y que tenga una propensión al riesgo moderada para altas probabilidades de pérdidas. Esto en contraste con una aversión al riesgo para probabilidades bajas de pérdidas, como por ejemplo, cuando se toma un seguro y actitud moderada de aversión para probabilidades altas de ganancias.

Hay un efecto muy importante que se conoce como el efecto de contexto (*framing effect*). Ocurre porque el ser humano no tiene en cuenta valor absoluto de las pérdidas o las ganancias que se puedan obtener, sino su relación con un punto de referencia determinado. De manera que la decisión depende de cómo se exprese la presentación del problema. Y eso determina si un resultado se percibe como una pérdida o como una ganancia. Por ejemplo, muchos de los que usan tarjeta de crédito saben que pueden comprar un bien en 100.000 si se paga en efectivo o en 110.000 si se paga con tarjeta de crédito. La diferencia puede ser vista como un descuento si usted paga en efectivo o como un recargo si paga con tarjeta de crédito. Si lo mira como un descuento, la diferencia es una ganancia y su punto de referencia es 110.000. Si la considera un recargo, es un costo adicional (una pérdida) y el punto de referencia no es 110.000, sino 100.000. Si alguien quisiera promover el uso de la tarjeta de crédito, argumentaría que por ser usuario de ella se tiene derecho a un descuento de 10.000 y no como un recargo por pagar con tarjeta de crédito. La primera presentación estaría en perfecta concordancia con la teoría prospectiva.

El efecto de contexto es como una ilusión óptica. Es un problema de percepción. Un caso muy sencillo es lo que se ve en la siguiente figura:



Figura 1 El efecto de contexto es como una ilusión óptica

Si se mira la parte negra del dibujo uno puede percibir las caras de dos personas. Si se observa la parte blanca de la figura se percibe una copa alta. Lo mismo ocurre cuando se presenta un vaso de agua. Algunas personas lo verán medio lleno, otras medio vacío. De acuerdo con esta teoría prospectiva la gente valora más una ganancia cierta que una ganancia probable aunque tengan igual valor esperado. Y lo contrario es cierto para las pérdidas.

Creemos que estos nuevos hallazgos permitirán tomar mejores decisiones o por lo menos, entender mejor el proceso de decisión.

Como vimos en el capítulo 1, Daniel Kahneman y Amos Tversky estudiaron a profundidad el tema de la toma de decisiones. En 2002, a Kahneman le otorgaron el premio Nóbel de Economía por su contribución al estudio del proceso de decisión. Su mayor contribución es la Teoría prospectiva (*Prospect theory*, en inglés).

Debido a que se creyó que la teoría de la utilidad cardinal describía bien el comportamiento del que toma la decisión, se había propuesto utilizarla como una teoría normativa, o sea, que le indicara al que toma la decisión cómo tomar decisiones de manera consistente (por ejemplo, al delegar a un agente las decisiones bajo riesgo). Ya hemos visto algunas incongruencias entre lo que dice la teoría y lo que hace la gente. Kahneman y Tversky (1979), en un trabajo que se considera seminal en cuanto al origen de su teoría, mostraron que cuando la gente toma decisiones bajo riesgo se presentan sesgos que muestran inconsistencias con la teoría de la utilidad. Algunos de estos problemas han sido señalados en este capítulo y en el capítulo 1. Desarrollaron entonces su teoría prospectiva en la cual, a diferencia de la teoría de la utilidad, la utilidad (o utilas) se asigna a las pérdidas o ganancias que percibe el individuo y no a su riqueza neta después de haber tomado la decisión y en lugar de usar probabilidades, se utilizan pesos o ponderaciones de decisión. En la descripción de Robledo (2002), se dice que hay tres factores críticos que explican las actitudes hacia

el riesgo. El primero, se relaciona con la forma de la función de utilidad. La curva de utilidad tiene una forma de S, cóncava para ganancias debido a las utilidades o ganancia marginal decreciente; convexa para las pérdidas lo cual implica que la “desutilidad” crece más que en forma proporcional con el tamaño de las pérdidas. En otras palabras que la utilidad de la pérdida marginal decrece con su tamaño. Puede ser sorprendente, pero los hallazgos de Kahneman y Tversky indican que el que toma la decisión es averso al riesgo cuando se trata de ganancias y propenso al riesgo cuando se trata de pérdidas. Esto se puede explicar porque los individuos tratan de asumir riesgos para evitar pérdidas grandes. Es como se se pensara en “ya que puedo perder mucho, entonces tomemos este riesgo alto”.

El segundo factor tiene que ver con la pendiente de la función de utilidad. La curva tiene una pendiente mayor para las pérdidas que para las ganancias. Este efecto se llama aversión a las pérdidas. Su consecuencia inmediata es que la gente aprecia más la posesión de algo que la satisfacción de recibir ese bien. Es decir, la utilidad negativa que se percibe por perder algo, es mayor que la utilidad percibida por recibir ese mismo bien. Entregar un bien que ya poseo implica un gran sacrificio, aunque sepa que posteriormente ese bien me será restituido. Eso se puede observar en la gráfica que se presenta adelante.

El tercer factor está ligado al hecho de la subestimación de las probabilidades altas y medianas, en comparación con sobreestimación de las probabilidades bajas. Este factor explica que una persona sea propensa al riesgo cuando las probabilidades de ganancias son muy pequeñas, como lo vimos en el caso de una lotería y que tenga una propensión al riesgo moderada para altas probabilidades de pérdidas. Esto en contraste con una aversión al riesgo para probabilidades bajas de pérdidas, como por ejemplo, cuando se toma un seguro y actitud moderada de aversión para probabilidades altas de ganancias.

Una curva de utilidad típica de una situación consistente con la teoría prospectiva es la siguiente:

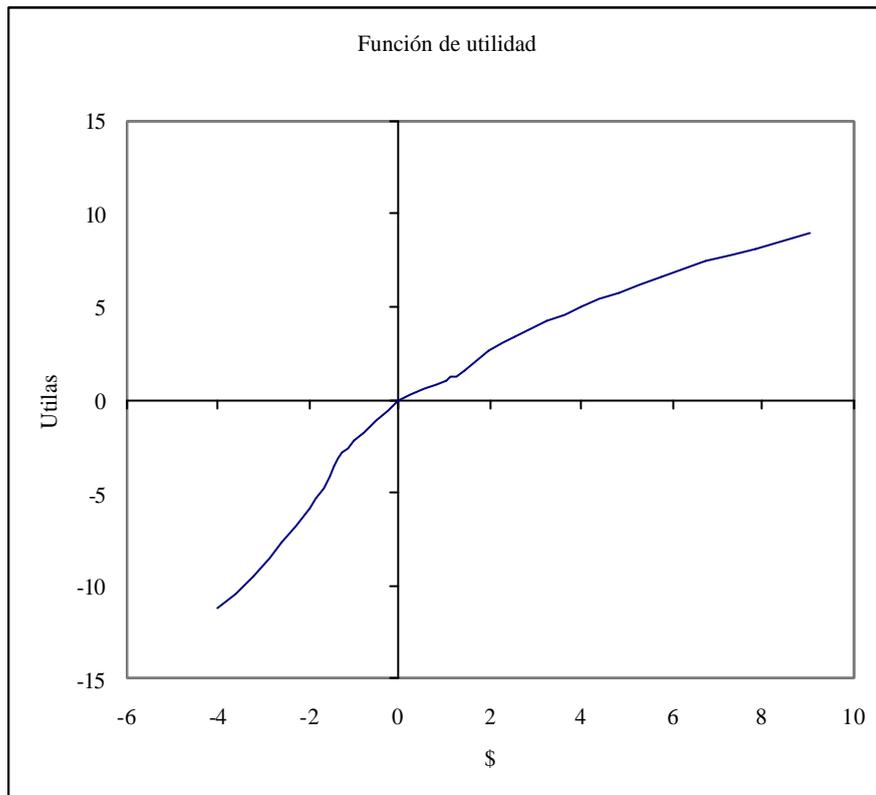


Figura 6. Curva de utilidad en el contexto de la teoría prospectiva

Obsérvese, por ejemplo, cómo para una pérdida de 4 se tiene una utilidad negativa de más de dos veces la utilidad de una ganancia de 4.

Hay un efecto muy importante, que ya se mencionó en el capítulo 1 como experiencia directa del autor, y se conoce como el efecto de contexto (*framing effect*). Ocurre por la forma de presentar el problema de decisión. Esto se debe a que el ser humano no tiene en cuenta valor absoluto de las pérdidas o las ganancias que se puedan obtener, sino su relación con un punto de referencia determinado. Esto significa que la decisión puede depender de cómo se exprese la presentación de la situación. Y eso determina si un resultado se percibe como una pérdida o como una ganancia. Por ejemplo que muchos de los que tienen tarjeta de crédito conocen por experiencia directa que se puede comprar un bien en 100.000 si se paga en efectivo o en 110.000 si paga con

tarjeta de crédito. La diferencia puede ser vista como un descuento si se paga en efectivo o como un recargo si se paga con tarjeta de crédito. Si se mira como un descuento, la diferencia es una ganancia y su punto de referencia es 110.000. Si se mira como un recargo, es un costo adicional (una pérdida) y el punto de referencia no es 110.000, sino 100.000. Si la asociación de tarjetas de crédito en el país quisiera promover el uso de la tarjeta de crédito, entonces argumentarían que por ser usuario de una tarjeta de crédito usted tiene derecho a un descuento de 10.000. Esto, por supuesto es muy diferente a presentarlo como un recargo por pagar con tarjeta de crédito. La primera presentación (un descuento) estaría en perfecta concordancia con la teoría prospectiva. Este ejemplo fue presentado por Thaler, 2000 (citado por Robledo).

El más famoso y sólido ejemplo de efectos de contexto (*framing effect*) lo presentaron Tversky and Kahneman (1981) como el problema de la enfermedad asiática.

Problema 1. Se les presentó a 152 personas:

Imagínese que los Estados Unidos se preparan para enfrentar el brote de una enfermedad muy rara proveniente de Asia y que se espera que se produzcan 600 muertes. Se han propuesto dos programas que pueden combatir dicha enfermedad. Suponga que los cálculos precisos de los científicos son los siguientes:

Programa A: Si se adopta el programa A, se salvarán 200 personas.

Programa B: Si se adopta el programa B hay una probabilidad de 1/3 de que se salven 600 personas y de 2/3 de que no se salve ninguna.

¿Cuál programa prefiere usted?

Tversky and Kahneman (1981) encontraron que el 72% de las personas prefirió el programa A y el 28% prefirió el programa B. La mayoría de las personas que respondieron eran aversas al riesgo: la posibilidad de salvar 200 vidas con certeza era más atractiva que la probabilidad de  $1/3$  de salvar a 600. El valor esperado del programa A era igual al del programa B.

A otro grupo se le presentó la misma situación acerca de la enfermedad, pero se les presentaron programas diferentes.

Problema 2. Se les presentó a 155 personas:

Programa C: Si el programa C se adopta 400 personas morirán.

Programa D: Si se adopta el programa D hay una probabilidad de  $1/3$  de que nadie morirá y de  $2/3$  de que 600 personas morirán.

¿Cuál de los dos programas prefiere?

La mayoría de las personas enfrentadas a este problema adoptaron una actitud de propensos al riesgo: la muerte segura de 400 personas es menos aceptable que tener la probabilidad de  $2/3$  de que morirán 600 personas. El 78% prefirió el programa D contra 22% de las personas que prefirieron el programa C. La teoría prospectiva es capaz de predecir cómo responderán los encuestados en cada contexto.

Recuérdese la experiencia del autor con estudiantes en sus cursos, mencionada en el capítulo 1 que indica que dependiendo de si se plantea una inversión con 10% de probabilidad de pérdida, los resultados eran diferentes a si se planteaba con 90% de probabilidad de éxito.

El efecto de contexto puede asimilarse a una ilusión óptica. Es un problema de percepción. Son bien conocidos los casos de ver en una misma figura diferentes imágenes. Una muy sencilla es la de ver caras o copas en la siguiente figura:

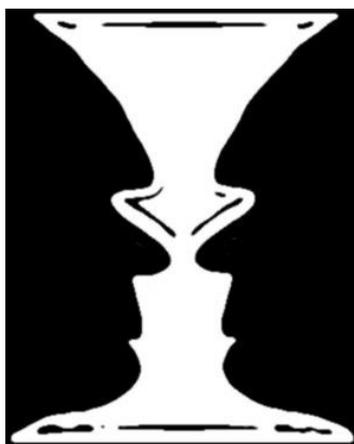


Figura 7. El efecto de contexto es como una ilusión óptica

Si se mira la parte negra del dibujo uno puede percibir las caras de dos personas que se miran de frente. Si se observa la parte clara de la figura se percibe una copa alta. Lo mismo ocurre cuando se le muestra un vaso con agua a una persona. Algunas personas lo verán medio lleno, otras medio vacío. Así ocurre con la forma de presentar un mismo problema, como en los casos acabados de mencionar.

La teoría prospectiva permite entender el efecto de contexto (*framing effect*). De acuerdo con esta teoría la gente valora más una ganancia cierta que una ganancia probable aunque tengan igual valor esperado. Y lo contrario es cierto para las pérdidas.

Creemos que estos nuevos hallazgos permitirán tomar mejores decisiones o por lo menos, entender mejor el proceso de decisión.

### **5.11 Algunos resultados empíricos**

En investigaciones realizadas bajo la supervisión del autor (Cabal, Mejía), se estudió a más de 50 altos ejecutivos de las áreas de producción y de finanzas de grandes empresas de la ciudad de

Bogotá; no fue posible obtener resultados significativos para todos, pues se presentaron rechazos en la etapa final de los experimentos. Los resultados arrojados por la investigación se encuentran en la siguiente tabla:

Actitud hacia el riesgo	Área		
	Producción	Finanzas	Total
Propensos	11	3	14
Adversos	8	9	17
Mixtas	3	7	10
Indiferentes	1	3	4
Total	23	22	45

Esta investigación se llevó a cabo entre los años 80 y 82. Este período se caracterizó en Colombia por la crisis del sector financiero y las elecciones de presidente y de cuerpos colegiados.

Analizando los resultados de la investigación conviene resaltar algunos aspectos. Por ejemplo, dos individuos que fueron clasificados como indiferentes por la forma de sus curvas (líneas rectas), expresaron durante una entrevista que “debían” ser adversos al riesgo, teniendo en cuenta las condiciones económicas del país. Otro se consideraba a sí mismo un amante del riesgo. Teniendo en cuenta estas respuestas el número de adversos al riesgo aumenta un poco.

Existe un estereotipo de lo dinámicos, agresivos y amantes del riesgo que son los ejecutivos del sector financiero. Sin embargo, ni la práctica ni los resultados de este trabajo lo confirman. En la práctica los banqueros y financistas cubren cada acción y movimiento con una plétora de garantías que indica su alta aversión hacia el riesgo. Por otro lado, en comparación con la gente de producción, los financistas muestran poca propensión al riesgo; además, en términos absolutos hay más adversos al riesgo en el sector financiero que en el sector de la producción.

Por otro lado, la mayoría de las personas clasificadas como mixtas, por la forma de su curva, presentaron la función de utilidad típica: Propensión al riesgo en sumas pequeñas de dinero, y aversión de ahí en adelante.

Estos resultados tienden a confirmar lo que otros autores han encontrado: A pesar de la percepción común de que la gente de finanzas está dispuesta a correr riesgos, y de que es agresiva en los negocios, en general, existe una alta aversión al riesgo. Tanto el trabajo de *Mejía* como el de *Cabal*, indican que en las muestras seleccionadas existe mayor aversión al riesgo en el sector financiero, que en el de producción, y esto también aparece en el total. Así mismo, demuestran que cuando existe posibilidad de pérdida, la aversión al riesgo aumenta.

En 1984 Hofstede (1984) midió la actitud hacia el riesgo en diferentes países. La posición de cada país la midió con el índice de evasión de la incertidumbre (*Uncertainty Avoidance Index*, UAI en inglés). Este indicador medido por Hofstede fue de 80 para Colombia (posición 20 entre 53 países) y de 46 para los Estados Unidos (posición 40 entre 53 países). Esto indica una evasión de la incertidumbre y mayor aversión al riesgo en Colombia que en los Estados Unidos.

### 5.12 Referencias

- Bierman, H., Hausman, W.H., "The resolution of investment uncertainty through time", en *Management Science*, Vol. 18, No. 12, agosto de 1972.
- Cabal, M.F., *Actitud de los ejecutivos ante el riesgo: Aplicación de la teoría de utilidad a un grupo de gerentes de Bogotá*, Bogotá, Trabajo de grado, Pontificia Universidad Javeriana, diciembre de 1982 (sin publicar).
- Copeland, T. y F. Weston, *Financial Theory and Corporate Policy*, 3rd edition, Addison-Wesley, 1988.
- Eilon, S., "What is a Decision?", en *Management Science*, Vol.16, No. 4, diciembre de 1969.
- Elster, Jon, Some unresolved problems in the theory of rational behaviour, *Acta Sociologica* 1993, vol 36, p 179.
- Hespos, R.F., P.A. Strassman, "Stochastic Decision Trees for the Analysis of Investment Decisions", en *Management Science*, Vol. 11, No. 10, agosto de 1965.
- Hillier, F.S., (1963), "The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments", en *Management Science*, Vol. 9, No.3,.
- Hofstede, G. (1984). *Culture's consequences*. Sage Publications: Beverly Hills. (Citado por Robledo)
- Kahneman, Daniel & Amos Tversky (1979), "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk," *Econometrica* 47, 263-291.
- Luenberger, David G., 1998, *Investment Science*, Oxford.
- Mejía, S., (1982) *Determinación de la función de utilidad de ejecutivos de Bogotá: Un enfoque de teoría de juegos*, Bogotá, Proyecto de grado, Universidad de los Andes, enero de (sin publicar).
- Múnera, H.A., (1978) *Modelling of Individual Risk Attitudes in Decision Making Under Uncertainty: An Application to Nuclear Power*, Disertación doctoral, University of California at Berkeley.

Raiffa, H., (1968) *Decision Analysis - Introductory Lectures On Choices Under Uncertainty*, Massachusetts, Addison-Wesley Pub. Co., Reading,.

Robledo, A. (2002). *Measuring the attractiveness of risk: Types of gambles and methods of assessment*. Disertación doctoral sin publicar, University of Tulane.

Shakespeare, W. "A vuestro gusto", en *Obras Completas*, Madrid, Ediciones Aguilar S. A., 1966.

Swalm, R.O., (1967)"Utility Theory: Insights Into Risk Taking", en *Harvard Business Review*, Vol. 4, No. 16, noviembre-diciembre de 1966. (Este artículo está traducido bajo el nombre de "Teoría de la utilidad" en la revista-enciclopedia *IDEA*, No. 16,).

Thaler, R. H. (2000). Toward a positive theory of consumer choice. In D. H. Kahneman and A. Tversky (Eds.), *Choices, values and frames* (pp.269-287). Cambridge, UK: Cambridge University Press. (Citado por Robledo).

Tversky, A., y Kahneman, D. (1986). Rational Choice and the Framing of Decisions. *Journal of Business*, Vol. 59, 4, pp. 251-278.

Tversky, A. & Kahneman, D. (1981). The Framing of Decisions and the Psychology of Choice. *Science*, Vol., 211, No. 30, 453-458.

Vélez, Ignacio, *Decisiones de Inversión.*, Bogotá, Universidad de los Andes, mimeografía, mayo de 1987, p. 459

Vélez, Ignacio, (2002) *Decisiones de Inversión. Enfocado a la valoración de empresas*. CEJA.

Von Neumann, John y Oskar Morgenstern, (1947) *Theory of Games and Economic Behavior*, 2nd ed., Princeton University Press, Princeton, N. J.

Wilson, R. "Investment Analysis Under Uncertainty", en *Management Science*, Vol. 15, No. 12, 1969, p.p.650-664.

## Apéndice

(Traducido y adaptado de David G. Luenberger, Investment Science, Oxford, 1998, p. 238)

¿Cuál es su posición ante el riesgo para invertir?

Este es una prueba que sirve como punto de referencia para su información. No debe ser utilizada para tomar decisiones de inversión. Aunque las situaciones descritas no sean reales o nunca las haya experimentado o crea que jamás las experimentará, responda basado en lo que haría si hoy estuviera enfrentado a la situación descrita.

- 1) Mi sueldo más todos mis ingresos salariales probablemente crecerán significativamente en los próximos años.
  - a) Fuertemente en desacuerdo
  - b) En desacuerdo
  - c) Ni aprueba, ni reprueba
  - d) De acuerdo
  - e) Fuertemente de acuerdo
- 2) Si yo estuviera tomando decisiones sobre cómo hacer aportes en una cuenta de pensiones voluntarias, escogería inversiones que produjeran renta fija y estable.
  - a) Fuertemente de acuerdo
  - b) De acuerdo
  - c) Ni aprueba, ni reprueba
  - d) En desacuerdo
  - e) Fuertemente en desacuerdo
- 3) Creo que invertir en un mercado bursátil como el de ahora es como jugar a la ruleta en un casino. Las probabilidades están en su contra.
  - a) Fuertemente de acuerdo
  - b) De acuerdo
  - c) Ni aprueba, ni reprueba
  - d) En desacuerdo
  - e) Fuertemente en desacuerdo
- 4) Si yo escogiera una acción para invertir, buscaría firmas que estuvieran dedicadas a los productos que se espera que estén vigentes en el futuro, por ejemplo, el turismo espacial.
  - a) Fuertemente en desacuerdo
  - b) En desacuerdo
  - c) Ni aprueba, ni reprueba
  - d) De acuerdo
  - e) Fuertemente de acuerdo
- 5) Si yo tuviera que escoger una inversión para la educación universitaria de mi hijo, escogería:
  - a) CDT
  - b) Bonos del gobierno
  - c) Bonos de empresas

- d) Fondos de inversión en acciones
- e) Contratos a futuro de bienes genéricos (oro, café, etc.)
- 6) Respondo por los gastos del siguiente número de personas
  - a) 4 o más
  - b) 3
  - c) 2
  - d) 1
  - e) Sólo yo
- 7) Espero pensionarme dentro de
  - a) Ya pensionado
  - b) Menos de 5 años
  - c) Más de 5 y menos de 14 años
  - d) Más de 14 y menos de 24 años
  - e) Más de 24 años
- 8) Mi patrimonio neto (activos menos deudas) es (en salarios mínimos mensuales en Colombia)
  - a) Menos de 130
  - b) Más de 130 y menos de 450
  - c) Más de 450 y menos de 1.300
  - d) Más de 1.300 y menos de 3.050
  - e) Más de 3.050
- 9) La suma de dinero que he ahorrado para enfrentar emergencias tales como la pérdida del trabajo o una enfermedad grave es igual a
  - a) Un mes de salario o menos
  - b) Más de 1 y 6 meses de salario
  - c) Más de 6 y menos de 12 meses de salario
  - d) Más de 1 año y menos de 2 años de salario
  - e) Más de dos años de salario
- 10) Prefiero invertir en un fondo de inversión en lugar de comprar acciones individuales porque el fondo de inversión ofrece la administración profesional del fondo y diversifica
  - a) Fuertemente de acuerdo
  - b) De acuerdo
  - c) Ni aprueba, ni reprueba
  - d) En desacuerdo
  - e) Fuertemente en desacuerdo
- 11) Deseo y debo reducir el nivel de mis deudas personales
  - a) Fuertemente de acuerdo
  - b) De acuerdo
  - c) Ni aprueba, ni reprueba
  - d) En desacuerdo
  - e) Fuertemente en desacuerdo
- 12) Cuando realizo inversiones estoy dispuesto a transarme por un bajo rendimiento si me lo garantizan, en contraposición a un alto rendimiento pero incierto
  - a) Fuertemente de acuerdo
  - b) De acuerdo
  - c) Ni aprueba, ni reprueba
  - d) En desacuerdo
  - e) Fuertemente en desacuerdo

## Sistema de puntaje

Puntos: Asígnese un punto por cada respuesta a), 2 puntos por cada b), 3 puntos por cada c), 4 puntos por cada d) y 5 puntos por cada e).

Más de 46 puntos: Usted probablemente tiene el dinero y la inclinación a asumir riesgos. Las inversiones de alto riesgo incluyen acciones de alto crecimiento, compañías nuevas, bienes genéricos y sociedades limitadas así como opciones sobre acciones e inversión en finca raíz. Asegúrese de diversificar por lo menos parte de su portafolio con inversiones más seguras. Usted podría perderlo todo y arrepentirse de su alta tolerancia al riesgo.

Entre 41 y 45 puntos: Usted tiene una tolerancia al riesgo por encima del promedio y probablemente suficiente tiempo e ingresos para cubrir sus pérdidas. Los inversionistas en esta categoría hacen bien al mezclar opciones de inversión de alto y bajo riesgo.

Entre 36 y 40 puntos: Usted tiene una tolerancia al riesgo promedio, pero no le gusta arriesgarse. Considere una mezcla de inversiones a largo plazo que tengan una historia de muy buenos y estables resultados. Por ejemplo, acciones de empresas excelentes, bonos de acciones con calificación de riesgo alta, fondos de inversión y finca raíz son buenas opciones para usted.

Entre 31 y 35 puntos: Tiene usted una tolerancia al riesgo por debajo del promedio, ya sea por su edad o por su ingreso y circunstancias familiares. Inversiones cómodas y tranquilas para usted posiblemente incluyen su vivienda, bonos con alta calificación, bonos del gobierno y cuentas de ahorro con seguro del gobierno.

Hasta 30 puntos: No tiene ninguna tolerancia hacia el riesgo. Busque inversiones que tengan respaldo del gobierno tales como títulos de tesorería, bonos, etc.

**Ejercicio de autocorrección**

Se tiene la siguiente lotería:

Gana (p=0,60)	Pierde (p=0,40)
\$ 100.000	\$ 40.000

Si las funciones de utilidad de Pedro y de Luis son:

\$	Utilidad de Pedro	Utilidad de Luis
-40.000	-100	-100
-30.000	-40	-20
0	0	0
90.000	45	90
100.000	60	110
400.000	280	170

¿Qué decisión tomará cada uno de ellos?

**Solución al ejercicio de autocorrección**

	Pedro	Luis
U(-40.000)	-100	-100
U(100.000)	60	110

$$E(U) = 0,40 \times (-100) + 0,60 \times (60) = -40 + 36 = -4 \text{ para Pedro.}$$

$$E(U) = 0,40 \times (-100) + 0,60 \times (110) = -40 + 66 = 26 \text{ para Luis.}$$

Según estos cálculos, Pedro rechazará la lotería y Luis la aceptará.

**Ejercicios**

1) Determine qué lotería prefiere un individuo con la siguiente función de utilidad:

Cantidad (\$)	Utilidad
1.000	100
1.400	130
1.500	132
1.750	140
1.900	145
2.000	160

Lotería A

Probabilidad	Resultado
0,25	\$1.000
0,75	\$2.000

Lotería B

Probabilidad	Resultado
1,0	1.750

2) Responda las siguientes preguntas como si usted enfrentara realmente las situaciones propuestas. Suponga que las apuestas son legales y moralmente aceptables.

Situación 1

Se lanza una moneda al aire. Si sale cara usted recibirá \$100.000; si sale sello no recibe un peso.

¿Cuánto pagaría por participar en este juego?

## Situación 2

Se lanza al aire una moneda cuyas características físicas usted no conoce; usted pide cara. Si acierta recibirá \$100 y si falla no recibe nada. ¿Cuánto pagaría por participar en este juego?

## Situación 3

Dos partidos políticos igualmente poderosos se disputan una elección. Usted recibirá \$1.000 si acierta cuál es el ganador y nada si falla. ¿Cuánto pagaría usted por participar en este juego?

3) El rector de una universidad tiene una función de utilidad como la que se muestra en la Tabla 1 y tiene posibilidades de aceptar una propuesta de investigación de dos posibles. Debido a limitaciones de recursos solo puede aceptar una de las dos. La propuesta *A* promete una pérdida de \$400.000 con una probabilidad de 40%, y un *superávit* de \$700.000 con una probabilidad de 60%. La propuesta *B* está compuesta en realidad de dos partes cuyos resultados son independientes. Cada uno de las partes promete una pérdida de \$200.000 con probabilidad de 40%, y un *superávit* de \$350.000 con una probabilidad de 60%. Suponiendo que usted es asesor de la rectoría y que el rector desea maximizar la utilidad esperada, ¿qué le recomendaría usted? ¿En qué basa su recomendación?

*Nota:* Aceptar la propuesta *B* implica que las dos partes que la componen se deben ejecutar.

Tabla 1  
Función de Utilidad

Pesos	Utilidad
-2.000.000	0
-1.000.000	40
-500.000	58
-400.000	60
-250.000	64
0	70
150.000	73
500.000	78
700.000	80
1.000.000	83
2.000.000	90
4.000.000	100

4) Suponga que se plantea la siguiente decisión bajo riesgo:

Evento

	E1	E2
Probabilidad	P1 = 0,999	P2 = 0,001
Alternativa	A1 = 1,000	1
Alternativa	A2 = 0,000	500

a) ¿Qué se puede inferir sobre la función de utilidad de un individuo que prefiera A1?

b) ¿Qué se puede inferir de un individuo que prefiera A2?

5) Indique cuál o cuáles de estas afirmaciones es (son) ciertas en relación con la siguiente frase:

“El equivalente cierto de una lotería”.

a) Es inferior al valor esperado de la lotería para una persona indiferente al riesgo.

b) Es igual al valor esperado de la lotería para una persona propensa al riesgo.

c) Es inferior al valor esperado de la lotería para una persona adversa al riesgo.

d) Es el valor, en pesos, correspondientes a la utilidad esperada de esa lotería.

6) Un inversionista hace el estudio de una inversión que requiere inversión (gasto) de capital en dos períodos. En el año 0 debe invertir \$500 millones; al final del primer período hay una probabilidad de 50% de obtener \$1,050 millones y 50% de obtener \$0. Al final del segundo período hay una probabilidad de 80% de obtener \$0 y una probabilidad de 20% de obtener \$2,205 millones. Con una tasa de descuento de 50% por período, calcule:

- El *VPN* de cada uno de los posibles resultados.
- El *VPN* esperado.
- Si la función de utilidad del inversionista es la siguiente y desea ser consistente con ella hacia el futuro, calcule el valor esperado de la utilidad de los eventos.

Valor presente (\$)	Utilidad
-500	-1.200
-100	-60
0	0
200	300
500	500
1.200	900
1.500	1.000
2.500	1.200

Nota: Al utilizar esta función de utilidad interpole linealmente si es necesario.

- ¿Qué debe decidir el inversionista? Explique su respuesta.

7) Las funciones de utilidad de Samuel y Guillermo son las siguientes:

\$	Utilidad de Samuel	Utilidad de Guillermo
-40	-100	-100
-20	-40	-20
0	0	0
80	40	100
100	60	110
200	300	150

Nota: Las escalas o funciones de utilidad de dos personas no son comparables entre sí.

La boleta de cierta rifa cuesta \$40. Si resulta ganador, se recibe un premio de \$240 y la probabilidad de que ello ocurra es de 30%. Si la boleta no resulta premiada, no se recibe ningún dinero.

Suponga que Samuel desea maximizar su utilidad esperada. Podría comprar una boleta entera o solo la mitad (caso en el cual recibe solo la mitad del premio) o no comprarlo. ¿Qué cree usted que haría Samuel?

Si Guillermo también desea maximizar su utilidad esperada, ¿qué cree que haría Guillermo?