Costo de capital con dividendos deducibles
Cost of Capital When Dividends are Deductible

Ignacio Vélez–Pareja
Universidad Tecnológica de Bolívar
Cartagena, Colombia
ivelez@unitecnologica.edu.co
nachovelez@gmail.com

Julián Benavides-Franco
ICESI
Cali, Colombia
jbenavid@icesi.edu.co

Primera Versión: Mayo 6, 2009
Esta versión: December 24, 2009

Abstract

When calculating Tax Savings, TS we are confronted with a strange mix of accounting accrual and market value when involving TS in the calculation of the Weighted Average Cost of Capital, WACC or the Cost of Equity, Ke. Firms earn the right to TS once they accrue the interest expense and they actually earn the TS when taxes are paid.

Tax savings and the discount rate (ψ) we use to calculate their value are involved in the calculation of WACC and Ke. Textbook WACC formulation is a very special and unique case that is not typical. Based on previous findings, we derive a general approach to those formulas that take into account any kind of TS related to the financing decision of a firm and any date when the TS is earned. These formulations can be used to introduce any type of externality that creates value through tax savings not captured by neither the cost of debt nor the cost of equity.

In this paper we develop the formulations for Ke, the cost of levered equity and the average cost of capital when dividends, interest on equity or monetary correction of equity are deductible. This is the case of Brazil.

We show that using the proper formulation the most known valuation methods, i) Firm value with Free Cash Flow and WACC for the FCF; ii) value with the Capital Cash Flow and WACC for the FCC; iii) equity value with the Cash Flow to Equity and Ke, the levered cost of equity plus debt; iv) Adjusted Present Value, APV are consistent and give identical results.

JEL codes: D61, G31, H43

Key words or phrases: WACC, interest on equity, tax savings, tax shields, cost of equity, deducible dividends, deducible interest on equity, discount rate for tax savings

Resumen

Al calcular los ahorros en impuestos, AI, nos enfrentamos a una extraña mezcla de causación contable y de valor de mercado cuando se trata de incluir el AI en el cálculo del Costo promedio ponderado de capital, CPPC (WACC por sus siglas en inglés) o el costo de del patrimonio con deuda, Ke. Las empresas ganan el derecho a los AI una vez que se provisiona el gasto de interés y realmente ganan el AI cuando se paguen impuestos.

Los AI y la tasa de descuento (ψ) que utilizamos para calcular el valor de los mismos hacen parte del cálculo del CPPC y del Ke. La popular fórmula para el CPPC que aparece en todos los libros de texto de finanzas corporativas es un caso muy especial y único que no es habitual. Basándonos en resultados de otros autores, se deriva una formulación general que tiene en cuenta cualquier tipo de AI relacionados con la financiación de una empresa y cualquiera que sea el momento cuando se han ganado los AI. Estas fórmulas pueden utilizarse para introducir cualquier tipo de externalidad que cree valor mediante ahorros de impuestos que no se capturan en el costo de la deuda, ni el costo del patrimonio.

En este trabajo desarrollamos las fórmulas para Ke, el costo del patrimonio con deuda y el costo promedio de capital cuando los dividendos, intereses sobre el patrimonio o ajustes por inflación del patrimonio son deducibles. Este es el caso de Brasil.

Mostramos que al utilizar la formulación adecuada los más conocidos métodos de valoración, valor de la firma con el flujo de caja libre y el CPPC para el FCL; valor con el flujo de caja de capital y el CPPC para el FCC; valor del patrimonio con el flujo de caja del accionista y Ke, el costo apalancado del patrimonio más deuda; Valor Presente Ajustado, (APV por sus siglas en inglés), son coherentes y dan idénticos resultados.

Códigos JEL: D61, G31, H43

Palabras clave: CPPC, interés sobre patrimonio, ahorro en impuestos, escudo fiscal, costo of patrimonio, dividendos deducibles, interés sobre el patrimonio deducible, Tasa de descuento del ahorro en impuestos

Costo de capital con dividendos son deducibles

Introducción

Al calcular el ahorro en impuestos, AI, nos enfrentamos a una extraña mezcla de causación contable y de valor de mercado cuando el AI entra en el cálculo del costo promedio ponderado de capital, CPPC o el costo del patrimonio, Ke. Las firmas se ganan el derecho a los AI cuando causan el gasto de interés y realmente ganan los AI cuando se pagan los impuestos. (Véase, Vélez-Pareja, 2008).

Los AI y la tasa de descuento (ψ) que utilizamos para calcular el valor de los mismos hacen parte del cálculo del CPPC y del Ke. La popular fórmula para el CPPC que aparece en todos los libros de texto de finanzas corporativas es un caso muy especial y único que no es habitual. Basándonos en resultados de otros autores, se deriva una formulación general que tiene en cuenta cualquier tipo de AI relacionados con la decisión de financiación de una empresa y cualquiera que sea el momento cuando se han ganado los AI. Estas fórmulas pueden utilizarse para introducir cualquier tipo de externalidad que cree valor mediante ahorros de impuestos que no se capturan en el costo de la deuda.

Taggart (1991) presenta algunas fórmulas con este propósito. Considera impuestos personales y de la firma; nosotros sólo consideramos impuestos a la firma. No hay una demostración de las fórmulas. Inselbag y Kaufold, (1997), usan las mismas fórmulas para comparar diferentes métodos de valorar una firma. Tham, J. y Vélez–Pareja I. (2002) y Tham, J. y Vélez–Pareja I. (2004) Vélez–Pareja, I., & Tham, J. (2003) derivan las fórmulas adecuadas para Ke y CPPC. Vélez–Pareja, I. y Tham, J. (2003) utilizan estas fórmulas para incorporar el efecto en ahorro en impuestos de las pérdidas en cambio, de la amortización de pérdidas, de impuestos no pagados, de renta presuntiva y el efecto del ajuste de inflación del valor en libros de patrimonio al ajustar los estados financieros por inflación. Se deriva la formulación general y explícita para incluir a otras fuentes de AI y su tasa de descuento, ψ.

Estos refinamientos para calcular la CPPC y de Ke se basan en las proposiciones de Modigliani y Miller, M&M, y son sólo un ajuste de lo planteado por ellos para incluir condiciones particulares que se encuentran en diferentes mercados. En este trabajo se estudia el impacto de cualquier otra fuente de ahorros en impuestos, diferentes de los intereses sobre la deuda. En particular, estudiamos el caso específico de Brasil, una de las principales economías del mundo. A pesar de que es un caso poco común, las ideas básicas que plantean M & M son las mismas.

Cuando en Brasil se ajustaban los estados financieros por inflación, allá (como en otras economías) era permitido el ajuste del valor en libros del patrimonio usando un índice asociado con la tasa de inflación. De acuerdo con Zani & Ness (2001) después de muchos años de ajustes por inflación con un gasto igual al ajuste del valor contable del patrimonio, desde el 1 de enero de 1996 se permitió a las firmas cargar un interés sobre el valor de libros del patrimonio y tenían no sólo el efecto que un gasto deducible, sino que ese pago es parte de los dividendos definidos por la firma. Lo que inicialmente fue una figura de causación contable ahora es un pago en efectivo a los accionistas con los beneficios de ahorro en impuestos como antes.

En el informe financiero anual de una firma brasileña, Aracruz Celulosa a la .S. Securities y Exchange Commission, dicen:

> "As of January 1, 1996, Brazilian corporations are allowed to attribute interest on stockholders' equity. The calculation is based on the stockholders' equity amounts as stated in the statutory accounting records and the interest rate applied may not exceed the long-term interest rate ("TJLP") determined by the Brazilian Central Bank (approximately 9.75%, 7.78% y 6.32% for years 2005, 2006 y 2007, respectively). Also, such interest may not exceed the greater of 50% of net income for the year or 50% of retained earnings plus income reserves (including those mentioned above), determined in each case on the basis of the statutory financial statements. The amount of interest attributed to stockholders is deductible for corporate income tax purposes."
> http://www.aracruz.com/minisites/ra2005/localaracruz/ra2005/en/si/demonstracoes_notas.html visitado en junio 14, 2009)

Las firmas no transadas en bolsa pueden pagar interés sobre el patrimonio JSCP de acuerdo con sus iniciales en portugués ("A Taxa de Juros de Longo Prazo - TJLP"). La tasa de interés de largo plazo no es una tasa de mercado. La establece el Consejo Nacional Monetario (Conselho Monetário Nacional) y se usa para préstamos del BNDES, Brazilian Development Bank.

> "The Brazilian Development Bank (BNDES) is a federal public company, linked to the Ministry of Development, Industry y Foreign Trade (MDIC). Its

goal is to provide long-term financing aimed at enhancing Brazil's development, and, therefore, improving the competitiveness of the Brazilian economy and the standard of living of the Brazilian population." (http://www.bndes.gov.br/english/thecompañía.asp visitado en junio 15, 2009).

Esta práctica, aparte del ajuste por inflación que se hizo sobre una base de causación contable, es inusual en el sentido de convertirse en un pago real, un flujo de caja. Esto no es un nuevo flujo de caja, sino que es parte de los dividendos definidos por la firma, pero son deducibles y por lo tanto, la firma gana ahorros en impuestos.

El Estado de Resultados

Un Estado de Resultados de acuerdo con esta regulación del Brasil, sería como sigue:

Utilidad operativa	UO
- Interés sobre deuda	$-k_d$*D
- Interés sobre el valor en libros del patrimonio	$-k_f$'*P
= Utilidades antes de impuestos	=UAI
- Impuesto de renta	-T*UAI
= Utilidad neta	=NI
- Dividendos	- Dividendos pagados
	= A utilidades retenidas

El flujo de caja financiero se puede desagregar así:

- Flujo de caja del accionista, FCA

$$FCA = UO(1-T)-\Delta CT - Kd\times D\times (1-T)+\Delta D+k_f'\times VLP\times T = FCL - FCD + AI^D + AI^P \qquad (1)$$

Donde ΔCT es el cambio en el capital de trabajo, T es la tasa de impuestos, Kd es el costo de la deuda, D es deuda financiera, ΔD es el cambio en el saldo de la deuda, k_f' es la tasa de interés aplicada al valor en libros del patrimonio, VLP, FCL es el flujo de caja libre, FCD es el flujo de caja de la deuda, AI^D es el ahorro en impuestos por pago de intereses sobre la deuda financiera y AI^P es el ahorro en impuestos por los intereses sobre VLP.

- Flujo de Caja de la Deuda, FCD

$$k_d\times D-\Delta D = FCD \qquad (2)$$

- Flujo de Caja de Capital, FCC

$$FCL + AI^D + AI^P = FCL + kd\times D\times T + k_f'\times VLP\times T \qquad (3)$$

Es claro que el FCA se aumenta por el AI^P y este hecho hay que incluirlo en la derivación de Ke y del CPPC.

Fórmulas generales para Ke, CPPC para el FCL y para el FCC

En esta Sección mostramos la formulación para el costo de capital teniendo en cuenta el ahorro en impuestos cuando el interés sobre el patrimonio (o dividendos) son deducibles.

Las variables en las ecuaciones son:

$CPPC_{gen}$ = Costo promedio ponderado de capital, en una formulación general.
Ku = Costo del patrimonio sin deuda que puede calcularse con el CAPM o cualquier otro procedimiento.
Ke= Costo del patrimonio con deuda.
Kd = Costo de la deuda
ψ^P = Tasa de descuento del ahorro en impuestos por el interés sobre el patrimonio.
ψ^D = Tasa de descuento del ahorro en impuestos por el interés sobre la deuda
Kd = Costo de la deuda
T= Tasa de impuestos sobre la renta
FCL = Flujo de Caja Libre
AI^D es el ahorro en impuestos por pago de intereses sobre la deuda financiera
AI^P es el ahorro en impuestos por los intereses sobre VLP
V^{AID} es el valor del ahorro en impuestos por pago de intereses sobre la deuda financiera
V^{AIP} es el valor del ahorro en impuestos por los intereses sobre VLP.

Costo del patrimonio con deuda

La expresión general para Ke es

$$Ke_t=Ku_t+\left(Ku_t-Kd_t\right)\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}}-\left(Ku_t-\psi_t^D\right)\frac{V_{t-1}^{AID}}{P_{t-1}}-\left(Ku_t-\psi_t^P\right)\frac{V_{t.1}^{AIP}}{P_{t-1}} \qquad (4)$$

Si $\psi^D = \psi^P$ = Ku entonces

$$Ke_t=Ku_t+\left(Ku_t-Kd_t\right)\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \qquad (5a)$$

Si $\psi^D = \psi^P$ = Kd entonces

$$Ke_t=Ku_t+\left(Ku_t-Kd_t\right)\left[\frac{D_{t-1}-V_{t-1}^{AID}-V_{t-1}^{AIP}}{P_{t-1}}\right] \qquad (5b)$$

Si ψ^D = Kd y ψ^P = Ke entonces

$$Ke_t=Ku_t+\left(Ku_t-Kd_t\right)\left[\frac{D_{t-1}-V_{t-1}^{AID}}{p_{t-1}}\right]+\left(Ku_t-Ke_t\right)\left[\frac{V_{t-1}^{AIP}}{P_{t-1}}\right] \qquad (5c)$$

Observe que podemos obtener un Ke sólo cuando el endeudamiento es constante y $\psi^D = \psi^P = Ku$.

En resumen

Fórmula	FCA
General	$Ke_t=Ku_t+(Ku_t-Kd_t)\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}}-(Ku_t-\psi^D_t)\frac{V^{AID}_{t-1}}{P_{t-1}}-(Ku_t-\psi^P_t)\frac{V^{AIP}_{t.1}}{P_{t-1}}$
$\psi^D = \psi^P = Ku$	$Ke_t=Ku_t+(Ku_t-Kd_t)\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}}$
$\psi^D = \psi^P = Kd$	$Ke_t=Ku_t+(Ku_t-Kd_t)\left[\frac{D_{t-1}-V^{AID}_{t-1}-V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}}\right]$
$\psi^D = Kd$ y $\psi^P = Ke$	$Ke_t=Ku_t+(Ku_t-Kd_t)\left[\frac{D_{t-1}-V^{AID}_{t-1}}{P_{t-1}}\right]+(Ku_t-Ke_t)\left[\frac{V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}}\right]$

Obsérvese que podemos lograr un Ke constante sólo cuando el endeudamiento es constante y $\psi^D = \psi^P = Ku$.

The General Formulation for Weighted Average Cost of Capital for the FCC

La expresión general para $CPPC_{gen}$ para el FCC es

$$CPPC^{FCC}_{gen\,t} = Ku_t - (Ku_t - \psi^D_t)\times\frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - (Ku_t - \psi^P_t)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \tag{8}$$

- Si $\psi^D = \psi^P = Ku$ entonces

$$CPPC^{FCC}_{gen\,t} = Ku_t \tag{9a}$$

- Si $\psi^D = \psi^P = Kd$ entonces

$$CPPC^{FCC}_{gen\,t} = Ku_t - (Ku_t - Kd_t)\times\left[\frac{V^{AID}_{t-1}+V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}}\right] \tag{9b}$$

- Si $\psi^D = Kd$ y $\psi^P = Ke$ entonces

$$CPPC^{FCC}_{gen\,t} = Ku_t - (Ku_t - Kd_t)\times\frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - (Ku_t - Ke_t)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \tag{9c}$$

En resumen

Fórmula	FCC
General	$CPPC^{FCC}_{gen\,t} = Ku_t - (Ku_t - \psi^D_t)\times\frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - (Ku_t - \psi^P_t)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}}$
$\psi^D = \psi^P = Ku$	$CPPC^{FCC}_{gen\,t} = Ku_t$
$\psi^D = \psi^P = Kd$	$CPPC^{FCC}_{gen\,t} = Ku_t - (Ku_t - Kd_t)\times\left[\frac{V^{AID}_{t-1}+V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}}\right]$
$\psi^D = Kd$ y $\psi^P = Ke$	$CPPC^{FCC}_{gen\,t} = Ku_t - (Ku_t - Kd_t)\times\frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - (Ku_t - Ke_t)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}}$

La derivación de estas fórmulas se encuentra en el Apéndice.

Obsérvese que podemos lograr un CPPC constante para el FCC, $CPPC^{FCC}$, sólo cuando el endeudamiento es constante y $\psi^D = \psi^P = Ku$.

Un ejemplo para flujos de caja finitos

A continuación mostramos un ejemplo de flujos de caja finitos. En este ejemplo consideramos cuatro métodos para calcular el valor: Flujo de caja, FC con Ke para el FCA; FC con CPPC para el FCL; FC con el CPPC del FCC y Valor Presente Ajustado, VPA, (APV por su sigla en inglés) para tres escenarios para la tasa de descuento de los ahorros en impuestos o escudo fiscal.

Datos de entrada 1. Datos básicos: Beta y tasas

T	40%
Kd	12%
Tasa de interés sobre patrimonio	8%
Ku	14,0%

Otros datos de entrada son los flujos de caja y los saldos de la deuda.

Datos de entrada 2 Flujos de caja

	0	1	2	3	4	5
Deuda, D	100,00	80,00	60,00	40,00	20,00	-
Pago de la Deuda		20,00	20,00	20,00	20,00	20,00
Interés sobre D		12,00	9,60	7,20	4,80	2,40
FCD		32,00	29,60	27,20	24,80	22,40
AI^D		4,80	3,84	2,88	1,92	0,96
FCL		40,00	42,00	44,10	46,31	48,62
VLP	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Interés sobre VLP		8,00	8,00	8,00	8,00	8,00
AI^P		3,20	3,20	3,20	3,20	3,20
FCC		48,00	49,04	50,18	51,43	52,78
FCA		16,00	19,44	22,98	26,63	30,38

Con esta información, calculamos el valor de la firma para los diferentes escenarios de la tasa de descuento del AI.

Cálculo de Valor 1. Tasa de descuento del AI: $\psi^D = \psi^P = Ku$

	0	1	2	3	4	5
Ke		16,79%	16,37%	16,03%	15,75%	15,52%
P	71,57	67,59	59,21	45,72	26,30	
V=D+P	171,57	147,59	119,21	85,72	46,30	
$CPPC^{FCL}$		9,34%	9,23%	8,90%	8,03%	5,01%
V	171,57	147,59	119,21	85,72	46,30	
D	100,000	80,000	60,000	40,000	20,000	-
$CPPC^{FCC} = Ku$		14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%
PV FCC	171,57	147,59	119,21	85,72	46,30	
V^{Un}	149,84	130,82	107,13	78,03	42,65	
V^{AID}	10,74	7,45	4,65	2,42	0,84	
V^{AIP}	10,99	9,32	7,43	5,27	2,81	
APV	171,57	147,59	119,21	85,72	46,30	

Cálculo de Valor 2. Tasa de descuento del AI $\psi^D = \psi^P = Kd$

	0	1	2	3	4	5
V^{AID}	11,16	7,70	4,79	2,48	0,86	
V^{AIP}	11,54	9,72	7,69	5,41	2,86	
Ke		16,13%	15,83%	15,59%	15,40%	15,24%
P	72,54	68,24	59,60	45,92	26,36	
V=D+P	172,54	148,24	119,60	85,92	46,36	
$CPPC^{FCL}$		9,10%	9,02%	8,71%	7,86%	4,87%
V	172,54	148,24	119,60	85,92	46,36	
D	100,000	80,000	60,000	40,000	20,000	
$CPPC^{FCC}$		13,74%	13,76%	13,79%	13,82%	13,84%
PV FCC	172,54	148,24	119,60	85,92	46,36	
V^{Un}	149,84	130,82	107,13	78,03	42,65	
V^{AID}	11,16	7,70	4,79	2,48	0,86	
V^{AIE}	11,54	9,72	7,69	5,41	2,86	
APV	172,54	148,24	119,60	85,92	46,36	

Cálculo de Valor 3. Tasa de descuento del AI ψ^{D} = Kd ψ^{P} = Ke

	0	1	2	3	4	5
V^{AID}	11,16	7,70	4,79	2,48	0,86	
V^{AIP}	10,37	8,92	7,19	5,15	2,77	
Ke		16,91%	16,47%	16,13%	15,85%	15,63%
P	71,37	67,44	59,11	45,66	26,27	
V=D+P	171,37	147,44	119,11	85,66	46,27	
$CPPC^{FCL}$		9,38%	9,27%	8,94%	8,08%	5,07%
V	171,37	147,44	119,11	85,66	46,27	
D	100,000	80,000	60,000	40,000	20,000	
$CPPC^{FCC}$		14,05%	14,05%	14,05%	14,05%	14,06%
PV FCC	171,37	147,44	119,11	85,66	46,27	
V^{Un}	149,84	130,82	107,13	78,03	42,65	
V^{AID}	11,16	7,70	4,79	2,48	0,86	
V^{AIP}	10,37	8,92	7,19	5,15	2,77	
APV	171,37	147,44	119,11	85,66	46,27	

Como se puede observar para cada supuesto sobre la tasa de descuento del AI, los cuatro métodos producen idénticos resultados y consistentes, como se esperaba.

Aunque no es el propósito de este trabajo, podemos decir algo con respecto al riesgo del ahorro en impuestos. En caso de deuda, tenemos dos situaciones:

1. Caso 1. El endeudamiento D% se define como un endeudamiento objetivo (target leverage) y la deuda es D%×V_{t-1} y V depende del FCL; por lo tanto, el riesgo del AI debe ser Ku.
2. Caso 2. La deuda y el FCD están definidos. Otra vez, AI depende del FCL (o de la UO (EBIT)). En Vélez Pareja (2009) de demuestra que si UO > Gastos Financieros (GF), entonces AI = T×GF; si 0<UO<GF, AI = T×UO; si UO<0, AI = 0. Por tanto, AI depende de UO y su riesgo debe ser Ku, el costo of patrimonio sin deuda (esto es, el del FCL).

Conclusiones

En este trabajo se analizó la formulación de CPPC y Ke en escenarios con ahorro en impuestos que se originaron por elementos diferentes de la tasa de interés sobre la deuda. Hemos derivado las formulaciones de manera general de modo que se pueden utilizar para flujos de caja finitos y perpetuidades. Para estas últimas, tenemos que reconocer y calcular el valor de AI en un escenario de perpetuidad determinado. Mostramos un ejemplo para flujos de caja finitos. En este ejemplo, mostramos que cuatro métodos dan resultados coherentes: i) Valor de firma con Flujo de Caja Libre, FCL y CPPC para el FCL, $CPPC^{FCL}$; ii) valor con el Flujo de Caja de Capital, FCC; iii) valor del patrimonio con el Flujo de caja del accionista y Ke, el costo del patrimonio con deuda más la deuda; y finalmente iv) con el valor presente ajustado, VPA (APV por sus siglas en inglés).

Se calculó el valor para tres escenarios dependiendo de la tasa de descuento para AI ψ, de dos fuentes: interés sobre la deuda y sobre el valor en libros del patrimonio. El valor de ψ fue Kd y Ku para ambos ahorros en impuestos y un tercero que supone Kd y Ke para AI de deuda y patrimonio respectivamente.

Las formulaciones funcionan para cualquier forma de pago de la deuda: deuda constante, deuda variable o endeudamiento constante. A partir de estas formulaciones como se ha mencionado en Vélez-Pareja, Ibragimov y Tham, 2008, un endeudamiento constante no garantiza que el CPPC o el Ke sean constantes. Depende de cómo los AI afectan la formulación respectiva. Las únicas fórmulas cuyo valor permanece constante con apalancamiento constante son Ke y CPPCFCC cuando la tasa de descuento ψ, para ambos ahorros en impuestos es igual a Ku.

Por último, analizamos cuál debería ser la tasa apropiada de descuento de los ahorros en impuestos (sobre la deuda y sobre el valor en libros del patrimonio). Sugerimos que debería ser el costo de patrimonio sin deuda, Ku.

Para trabajos posteriores se podría examinar el efecto de los ahorros en impuestos percibidos por patrimonio (interés sobre el valor en libros del patrimonio o ajuste de patrimonio cuando se ajustan los estados financieros por inflación) sobre la estructura de capital en diferentes países, incluyendo Brasil con los dos escenarios: ajuste del patrimonio por inflación (cuando Brasil utilizaba los ajustes de los estados financieros por inflación) y el interés sobre patrimonio (como parte de los dividendos pagados).

Referencias Bibliográficas

Inselbag, Isik y Howard Kaufold, 1997, Two DCF Approaches for Valuing Companies under Alternative Financing Strategies (Y How to Chose Among Them). Journal of Applied Corporate Finance,Vol. 10, Number 1, Spring, pp. 114-122

Taggart, Jr, Robert A., (1991), *Consistent Valuation Cost of Capital Expressions with Corporate y Personal Taxes,* Financial Management, Autumn, vol. 20, issue 3, pp. 8-20.

Tham, J., y Vélez–Pareja I. (2002). An Embarrassment of Riches: Winning Ways to Value with the CPPC, Working Paper in SSRN, *Social Science Research Network*.

Tham, J., y Vélez–Pareja I. (2004). *Principles of Flujo de caja Valuation*, Academic Press.

Vélez-Pareja, Ignacio, 2008, Return to Basics: Are You Properly Calculating Tax Shields? (Last Revision: February 4, 2009). Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1306043

Vélez–Pareja, I., y Tham, J. (2003). Timanco S. A.: Impuestos por pagar, pérdidas amortizadas, deuda en divisas, renta presuntiva y ajustes por inflación. Su tratamiento con Flujo de Caja Descontado y EVA©. (Timanco S.A.: Unpaid Taxes, Losses Carried Forward, Foreign Deuda, Presumptive Income y Adjustment for Inflación. The Treatment with DCF y EVA©), Working Paper in SSRN, *Social Science Research Network*.

Vélez-Pareja, Ignacio, Ibragimov, Rauf y Tham, Joseph, (2008). Constant Leverage y Constant Cost of Capital: A Common Knowledge Half-Truth (April 21, 2008). *Estudios Gerenciales*, Vol. 24, No. 107, pp. 13-34, June 2008. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=997435

Zani, João y Walter Lee Ness Jr., (2001), Os Juros Sobre o Capital Próprio Versus a Vantagem Fiscal do Endividamento (Interés Payments on Equity versus the Tax Savings for Interés in Deuda), Revista de Administração, São Paulo v.36, n.2, p.89-102, abril/junho 2001, ISSN 0080 - 2107

Apéndice
Derivación de fórmulas para el costo de capital

La tasa de descuento del Flujo de Caja Libre es el costo promedio ponderado de capital, CPPC. Derivamos esta fórmula utilizando una versión modificada de la ecuación de equilibrio para los valores. El valor de la firma es el valor de las operaciones (Figura 1), Vu más el valor del AI de la deuda (V^{AID}) más el valor del AI del patrimonio (V^{AIP}). Este total debe ser idéntico al valor de la deuda más el patrimonio. Cada elemento está asociado a su respectiva tasa de descuento de acuerdo con su riesgo.

V^{Un} (Ku)	D (Kd)
V^{AID} (ψ^D)	
V^{AIP} (ψ^P)	P (Ke)

Figura 1. La firma en términos de sus activos y de los proveedores de fondos

El costo del Patrimonio, Ke

El tratamiento para perpetuidades y flujos de caja finitos es básicamente el mismo. Cuando tenemos flujos de caja finitos relacionamos un valor en t con su valor en t + 1 multiplicando el valor en t por (1+tasa de descuento). Sin embargo, cuando tenemos en cuenta que $V_U + V^{AID} + V^{AIP} = D + P$, el 1 dentro del paréntesis multiplica exactamente estos valores en los lados izquierdo y derecho de la ecuación, se cancelan unos con otros. El resultado neto es que la formulación es la misma para un flujo de caja finito y para perpetuidades. Hay que tener cuidado al calcular los valores involucrados en la formulación. En particular, cuando calculamos el valor de los escudos fiscales, por ejemplo, el valor de ahorro en impuestos gastos de intereses cuando tratamos una perpetuidad y la tasa de descuento del AI es Kd. El AI es $T \times D_{t-1} \times Kd_t$. Si es un perpetuidad simple, el valor presente de una perpetuidad de $T \times D_{t-1} \times Kd_t$ es $T \times D_{t-1} \times Kd_t/Kd_t = T \times D_{t-1}$. Cuando se trata de un flujo de caja finito no sabemos el valor de una manera compacta y tiene que ser calculada en función de los AI futuros en el horizonte de planeamiento.

$$FCL_t + AI_t^D + AI_t^P = FCD_t + FCA_t \qquad (A1)$$

$$Vu_t + V_t^{AID} + V_t^{AIP} = D_t + P_t \qquad (A2)$$

$$Vu_t = D_t + P_t - V_t^{AID} - V_t^{AIP} \qquad (A3)$$

$$Vu_{t-1}\times Ku_t + V^{AID}_{t-1}\times\psi^D + V^{AIP}_{t-1}\times\psi^P = D_{t-1}\times Kd_t + P_{t-1}\times Ke_t \quad \text{(A4a)}$$

Solving for Ke_t

$$P_{t-1}\times Ke_t = Vu_{t-1}\times Ku_t + V^{AID}_{t-1}\times\psi^D + V^{AIP}_{t-1}\times\psi^P - D_{t-1}\times Kd_t \quad \text{(A4b)}$$

Reemplazando Vu_{t-1} por su valor

$$P_{t-1}\times Ke_t = \left(D_{t-1} + P_{t-1} - V^{AID}_{t-1} - V^{AIP}_{t-1}\right)_t \times Ku_t + V^{AID}_{t-1}\times\psi^D + V^{AIP}_{t-1}\times\psi^P - D_{t-1}\times Kd_t \quad \text{(4c)}$$

Dividiendo por P_{t-1}

$$Ke_t = \left(\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} + 1 - \frac{V^{AID}_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}}\right)\times Ku_t + \frac{V^{AID}_{t-1}\times\psi^D}{P_{t-1}} + \frac{V^{AIP}_{t-1}\times\psi^P}{P_{t-1}} - \frac{D_{t-1}\times Kd_t}{P_{t-1}} \quad \text{(A4d)}$$

Simplificando

$$Ke_t = Ku_t + \left(\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{V^{AID}_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}}\right)\times Ku_t + \frac{V^{AID}_{t-1}\times\psi^D}{P_{t-1}} + \frac{V^{AIP}_{t-1}\times\psi^P}{P_{t-1}} - \frac{D_{t-1}\times Kd_t}{P_{t-1}} \quad \text{(A4e)}$$

Agrupando términos encontramos la expresión general para Ke

$$Ke_t = Ku_t + (Ku_t - Kd_t)\times\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \left(Ku_t - \psi^D\right)\times\frac{V^{AID}_{t-1}}{P_{t-1}} - \left(Ku_t - \psi^P\right)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}} \quad \text{(A4f)}$$

Presentamos a continuación la fórmula para algunos valores de la tasa de descuento de los AI

- Si $\psi^D = \psi^P = Ku$

$$Ke_t = Ku_t + (Ku_t - Kd_t)\times\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \quad \text{(A5)}$$

- Si $\psi^D = \psi^P = Kd$

$$Ke_t = Ku_t + \left(Ku_t - Kd_t\right)\times\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \left(Ku_t - Kd\right)\times\frac{V^{AID}_{t-1}}{P_{t-1}} - \left(Ku_t - Kd_t\right)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}} \quad \text{(A6)}$$

$$Ke_t = Ku_t + \left(Ku_t - Kd_t\right)\times\left(\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{V^{AID}_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}}\right) \quad \text{(A7)}$$

- As $V^{AID} = TD_{t-1}$ in perpetuity when $\psi^D = \psi^P = Kd$

$$Ke_t = Ku_t + \left(Ku_t - Kd_t\right)\times\left(\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{T\times D_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}}\right) \quad \text{(A8a)}$$

$$Ke_t = Ku_t + \left(Ku_t - Kd_t\right)\times\left(1-T\right)\times\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \left(Ku_t - Kd_t\right)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{P_{t-1}} \quad \text{(A8b)}$$

- Si $\psi^D = \psi^P = Kd = Kf$ y la tasa de interés para el patrimonio es Kf, la tasa libre de riesgo y $P_i = VLP_t$ (valor en libros de P) y VLP es la base para calcular el interés sobre el patrimonio, entonces

$$Ke_t \ =Ku_t+\left(Ku_t\text{-}Kf_t\right)\times\frac{D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\left(Ku_t \ \text{-}Kf_t\right)\times\frac{T\times D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\left(Ku_t \ \text{-}Kf_t\right)\times\frac{T\times VLP_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}} \qquad \text{(A9a)}$$

$$Ke_t \ =Ku_t+\left(Ku_t\text{-}Kf_t\right)\times\left(\frac{D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\frac{T\times D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\frac{T\times VLP_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\right) \qquad \text{(A9b)}$$

- Si P_i, la base para calcular el interés sobre el patrimonio es el valor de mercado del patrimonio

$$Ke_t \ =Ku_t+\left(Ku_t\text{-}Kf_t\right)\times\left(\frac{D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\frac{T\times D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\right) \qquad \text{(A10)}$$

- Si ψ^D = Kd y ψ^P = Ke entonces

$$Ke_t=Ku_t+\left(Ku_t\text{-}Kd_t\right)\frac{D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\left(Ku_t\text{-}Kd\right)\frac{V^{AID}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\left(Ku_t\text{-}Ke\right)\frac{V^{AIP}_{t.1}}{P_{t\text{-}1}} \qquad \text{(A11a)}$$

Despejando Ke

$$Ke_t\text{-}Ke\times\frac{V^{AIP}_{t.1}}{P_{t\text{-}1}}=Ku_t+\left(Ku_t\text{-}Kd_t\right)\frac{D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\left(Ku_t\text{-}Kd\right)\frac{V^{AID}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}Ku_t\times\frac{V^{AIP}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}} \qquad \text{(A11b)}$$

Agrupando términos

$$Ke_t\times\left(1-\frac{V^{AIP}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\right)=Ku_t+\left(Ku_t\text{-}Kd_t\right)\frac{D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}\left(Ku_t\text{-}Kd\right)\frac{V^{AID}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\text{-}Ku_t\times\frac{V^{AIP}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}} \qquad \text{(A11c)}$$

Dividiendo por $\left(1-\frac{V^{AIP}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}}\right)$ y simplificando

$$Ke_t=\frac{P_{t\text{-}1}\times Ku_t}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}}+\left(Ku_t\text{-}Kd_t\right)\frac{D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}}\text{-}\left(Ku_t\text{-}Kd\right)\frac{V^{AID}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}}\text{-}Ku_t\times\frac{V^{AIP}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}} \qquad \text{(A12a)}$$

Agrupando y simplificando

$$Ke_t=Ku\times\frac{P_{t\text{-}1_t}}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}}\text{-}Ku_t\times\frac{V^{AIP}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}}+\left(Ku_t\text{-}Kd_t\right)\frac{D_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}}\text{-}\left(Ku_t\text{-}Kd\right)\frac{V^{AID}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}} \qquad \text{(A12b)}$$

$$Ke_t=Ku_t+\left(Ku_t\text{-}Kd_t\right)\left[\frac{D_{t\text{-}1}\text{-}V^{AID}_{t\text{-}1}}{P_{t\text{-}1}\text{-}V^{AIP}_{t\text{-}1}}\right] \qquad \text{(A12c)}$$

Demostración de la fórmula tradicional de la fórmula del CPPC para el FCL

La fórmula tradicional de los libros de texto de finanzas corporativas tiene muchas restricciones y supuestos, por ejemplo:

1. La única fuente de ahorros en impuestos (AI) es el interés sobre la deuda.
2. Los impuestos se pagan el mismo período que se provisionan
3. Hay suficiente UO + Otros ingresos para ganar los AI.

Para la fórmula de los libros de texto para el CPPC la suma de los flujos de caja de la izquierda (activos) debe ser idéntica a la de los flujos de caja del lado derecho.

Partimos de la relación básica de M&M para los flujos de caja

$$FCL_t + AI_t^D + AI_t^P = FCD_t + FCA_t \quad (A13)$$

$$FCL_t = FCD_t + FCA_t - AI_t^D - AI_t^P \quad (A14)$$

Para el FCL y el CPPC

$$V_t \times CPPC_{t+1} = Kd_{t+1} \times D_t + Ke_{t+1} \times P_t - Kd_{t+1} \times D_t \times T - Kf_{t+1} \times P_t \times T \quad (A15a)$$

Despejando CPPC

$$CPPC_{t+1} = Kd_{t+1} \times (1-T) \times D\%_t + Ke_{t+1} \times P\%_t - Kf_{t+1} \times (1-T) \times P\%_t \quad (A15b)$$

El valor de la firma se aumenta con los AI del interés sobre el patrimonio.

CPPC general aplicado al FCL

La fórmula del CPPC en una formulación general elimina algunas restricciones asociadas a la fórmula tradicional del CPPC de los libros de texto, como se ha mencionado anteriormente.

Sea $CPPC_{gen\ i}$ el CPPC general que se aplica al FCL en el año i. Seguimos los mismos pasos que describen arriba para el CPPC tradicional para el FCL

$$V^L_{t-1} \times WACC^{Gen}_t = D_{t-1} \times Kd_t - AI_t + P^L_{t-1} \times Ke_t \quad (A16a)$$

$$V^L_{t-1} \times WACC^{Gen}_t = V^{Un}_{t-1} \times Ku_t + V^{AI}_{t-1} \times \psi_t - AI_t \quad (A16b)$$

$$V^L_{t-1} \times WACC^{Gen}_t = (V^L_{t-1} - V^{AI}_{t-1}) \times Ku_t + V^{AI}_{t-1} \times \psi_t - AI_t \quad (A16c)$$

$$V^L_{t-1} \times WACC^{Gen}_t = V^L_{t-1} \times Ku_t - (Ku_t - \psi_t) \times V^{AI}_{t-1} - AI_t \quad (A16d)$$

Despejando CPPC de la ecuación (A16d), obtenemos,

$$CPPC_t^{Gen} = Ku_t - (Ku_t - \psi_t) \times \frac{V_{t-1}^{AI}}{V_{t-1}^{L}} - \frac{AI_t}{V_{t-1}^{L}} \quad (A16f)$$

Si suponemos que el valor de ψ_i es igual al costo del patrimonio sin deuda Ku_i, se puede simplificar la ecuación (A16f) así:

$$CPPC_t^{Gen} = Ku_t - \frac{AI_t}{V_{t-1}^{L}} \quad (A17)$$

Por el otro lado, si suponemos que el valor de ψ_i es igual al costo de la deuda Kd_i, podemos escribir la ecuación (A16f) de la siguiente forma.

$$CPPC_t^{Gen} = Ku_t - (Ku_t - Kd_t) \times \frac{V_{t-1}^{AI}}{V_{t-1}^{L}} - \frac{AI_t}{V_{t-1}^{L}} \quad (A18)$$

Esta derivación se adaptó de Tham, J., y Vélez–Pareja I. (2004). *Principles of Cash Flow Valuation*, Academic Press.

Podríamos pensar que todos los AI tienen la misma tasa de descuento, lo que no es muy "elegante". En ese caso aplicamos la formulación anterior. El mejor y más general enfoque es trabajar con una formulación general de CPPC en lugar de la formulación tradicional de los libros de texto que es específica para un caso particular.

Repitiendo el procedimiento mostrado arriba, tenemos:

Partimos otra vez del las ecuaciones básicas de equilibrio entre flujos de caja y valores:

$$FCL + AI = FCD + FCA \quad (A19)$$

$$V^{Un} + V^{AI} = D + P \quad (A20)$$

$$V^L_{t-1} \times CPPC^{Gen}_t = D_{t-1} \times Kd_t - AI^D_t - AI^P_t + P^L_{t-1} \times Ke_t \quad \text{(A21a)}$$

Reemplazando los flujos de caja para D y P por sus expresiones correspondientes al lado izquierdo de las fórmulas tenemos:

$$V^L_{t-1} \times CPPC^{Gen}_t = V^{Un}_{t-1} \times Ku_t + V^{AID}_{t-1} \times \psi^D_t + V^{AIP}_{t-1} \times \psi^P_t - AI^D_t - AI^P_t \quad \text{(A21b)}$$

Reemplazando el valor de la firma sin deuda por el valor de la firma con deuda menos el valor de los AI, tenemos

$$V^L_{t-1} \times CPPC_{gen} =$$
$$\left(V^L_{t-1} - V^{AID}_{t-1} - V^{AIP}_{t-1}\right) \times Ku_t + V^{AID}_{t-1} \times \psi^D_t + V^{AIP}_{t-1} \times \psi^P_t - AI^D_t - AI^P_t \quad \text{(A21c)}$$

Despejando CPPC obtenemos,

$$CPPC^{Gen}_t = \left(\frac{V^L_{t-1}}{V^L_{t-1}} - \frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - \frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}}\right) \times Ku_t + \frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \times \psi^D_t + \frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \times \psi^P_t - \frac{AI^D_t}{V^L_{t-1}} - \frac{AI^P_t}{V^L_{t-1}} \quad \text{(A21d)}$$

Desarrollando el término dentro del paréntesis y multiplicando por Ku y agrupando tenemos:

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t - Ku_t \times \frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - Ku_t \times \frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \times Ku_t + \frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \times \psi^D_t + \frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \times \psi^P_t - \frac{AI^D_t}{V^L_{t-1}} - \frac{AI^P_t}{V^L_{t-1}} \quad \text{(A21e)}$$

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t - \left(Ku_t - \psi^D_t\right) \times \frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - \left(Ku_t - \psi^P_t\right) \times \frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - \frac{AI^D_t}{V^L_{t-1}} - \frac{AI^P_t}{V^L_{t-1}} \quad \text{(A21f)}$$

Esta es la formulación general para CPPC para el FCL. Observe que tiene la misma estructura que el desarrollado arriba.

Veamos ahora algunos escenarios para valores seleccionados de la tasa de descuento de los AI

- Si $\psi^D = \psi^P = Ku$ entonces

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t - \frac{AI^D_t}{V^L_{t-1}} - \frac{AI^P_t}{V^L_{t-1}} \quad \text{(A22)}$$

- Si $\psi^D = \psi^P = Kd$ entonces

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t - (Ku_t - Kd_t) \times \left[\frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} + \frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}}\right] - \frac{AI^D_t}{V^L_{t-1}} - \frac{AI^P_t}{V^L_{t-1}} \quad \text{(A23)}$$

- Si $\psi^D = Kd$ y $\psi^D = Ke$ entonces

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t - (Ku_t - Kd_t) \times \frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - (Ku_t - Ke_t) \times \frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - \frac{AI^D_t}{V^L_{t-1}} - \frac{AI^P_t}{V^L_{t-1}} \quad \text{(A24)}$$

CPPC general aplicado al FCC

Sabemos que el FCC es igual a la suma del FCL y del AI.

$$FCC_i = FCL_i + AI_i \quad \text{(A25)}$$

Sea $CPPC^{Gen}_i$ el CPPC general aplicado al FCC. Seguimos los mismos pasos que indicamos pare CPPC tradicional aplicado al FCL.

$$V^L_{t-1}\times CPPC^{Gen}_t = V^{Un}_{t-1}\times Ku_t + V^{AI}_{t-1}\times\psi_t \qquad (A26a)$$

$$V^L_{t-1}\times CPPC^{Gen}_t = V^L_{t-1}\times Ku_t - (Ku_t - \psi_t)\times V^{AI}_{t-1} \qquad (A26b)$$

Despejando CPPC, obtenemos,

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t-\left(Ku_t-\psi_t\right)\times\frac{V^{AI}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \qquad (A26c)$$

Si suponemos que el valor de ψ_i es igual al costo del patrimonio sin deuda, Ku_i, podemos simplificar la ecuación (A26c) como sigue.

$$WACC^{Gen}_t = Ku_t \qquad (A27)$$

Si suponemos que el valor de ψ_i es igual al costo de la deuda Kd_i, podemos simplificar la ecuación (A26c) como sigue.

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t-\left(Ku_t-Kd_t\right)\times\frac{V^{AI}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \qquad (A28)$$

Esta derivación se adaptó de Tham, J., y Vélez–Pareja I. (2004). *Principles of Cash Flow Valuation*, Academic Press.

Del mismo modo, si suponemos que todos los AI (interés sobre el patrimonio e interés de la deuda) tienen el mismo riesgo (la misma tasa de descuento) podemos usar la fórmula anterior.

Cuando introducimos las dos Fuentes de AI con sus riesgos específicos tenemos

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t - \left(Ku_t - \psi^D_t\right)\times\frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - \left(Ku_t - \psi^P_t\right)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \qquad (A29)$$

Para diferentes valores de la tasa de descuento de los AI

- Si $\psi^D = \psi^P = Ku$ entonces

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t \qquad (A30)$$

- Si $\psi^D = \psi^P = Kd$ entonces

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t - (Ku_t - Kd_t)\times\left[\frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - \frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}}\right] \qquad (A31)$$

- Si $\psi^D = Kd$ y $\psi^P = Ke$ entonces

$$CPPC^{Gen}_t = Ku_t - (Ku_t - Kd_t)\times\frac{V^{AID}_{t-1}}{V^L_{t-1}} - (Ku_t - Ke_t)\times\frac{V^{AIP}_{t-1}}{V^L_{t-1}} \qquad (A32)$$