Calculating Betas
Cálculo de Betas

Ignacio Vélez-Pareja
ivelez@unitecnologica.edu.co
nachovelez@gmail.com
Universidad Tecnológica de Bolívar
Department of Finance and International Business
Instituto de Estudios para el Desarrollo (IDE)
Cartagena, Colombia

First Version: February 20, 2011
This version: March 2, 2011

Abstract

This teaching note shows the relationship between levered and unlevered betas and the general formulation for the cost of equity. It also shows, step by step, the procedure to estimate betas from data found in the stock market.

It shows well known procedures for estimating betas: correlation coefficient and standard deviations of the stock and the market, covariance between stock and market and market variance and ordinary least squares (numerical and graphical).

This written material is useful for practitioners, teachers and students of Corporate Finance.

Keywords
Betas, beta calculation, stock returns, market returns, systematic risk.

JEL Classifications

G10, G11, G12

Resumen
Esta nota pedagógica muestra la relación entre las beta apalancada y sin deuda y la formulación general para el costo del capital. También muestra, paso a paso, el procedimiento para calcular las betas a partir de los datos que se encuentran en el mercado de valores.
Se muestran procedimientos conocidos para la estimación de las betas: coeficiente de correlación y las desviaciones estándar de la acción y del mercado, la covarianza entre los rendimientos de la acción y el del mercado y la varianza del mercado y finalmente, usando mínimos cuadrados ordinarios (en forma numérica y gráfica).
Este material es útil para los profesionales (*practitioners*), profesores y estudiantes de Corporate Finance.
Palabras clave
Betas, cálculo de beta, rentabilidad de las acciones, rentabilidad del mercado, riesgo sistemático.
Clasificación JEL: G10, G11, G12

Introducción

Al definir el costo del capital es necesario para estimar el costo del patrimonio. Este costo del patrimonio tiene que ser calculado teniendo en cuenta el riesgo percibido por los accionistas de la empresa y se asocia con el riesgo sistemático. El riesgo sistemático se mide por el coeficiente beta o simplemente, por la beta de la acción.

El riesgo asociado a la empresa tiene dos componentes: riesgo sistemático y no sistemático. El riesgo sistemático depende de las condiciones generales asociados a una economía en su conjunto o de una industria. Es común a un grupo de empresas y no es evitable. El riesgo sistemático se puede estimar por las betas de cada acción. Las betas son una medida de cómo el riesgo sistemático se relaciona con el riesgo general o riesgo de mercado.

El riesgo de mercado se mide con índices que realizan un seguimiento de del precio medio de las acciones que componen el índice.

La beta se mide relacionando el riesgo de la acción con el riesgo del mercado. Esto se muestra en las ecuaciones (1) y (2) del siguiente modo:

$$\beta_s = \sigma_s cor(Rm,Rs)/\sigma_m \qquad (1a)$$

Esta fórmula dice que la beta se calcula como el producto de la desviación estándar de la acción, σ_s y la correlación entre el rendimiento de la acción y la rentabilidad del mercado, cor(Rm, R), dividido por la desviación estándar del rendimiento del mercado, σ_m.

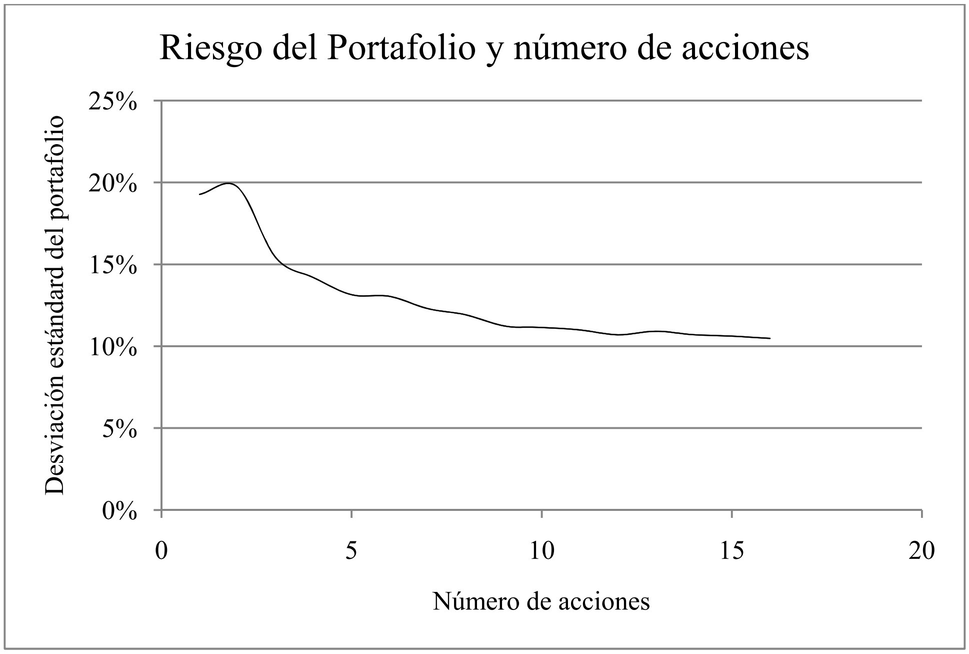
$$\beta = cov(Rm,Rs)/\sigma_m^2 \qquad (1b)$$

Esta segunda versión para calcular beta dice que el beta es la covarianza entre los retornos de las acciones y la rentabilidad de mercado, cov(Rm, R), dividido por la varianza del rentabilidad del mercado, σ_m^2.

El riesgo no sistemático es idiosincrático y es específico de una empresa. Este tipo de riesgo se puede evitar mediante la diversificación.

La idea de la diversificación es muy antigua. Un viejo proverbio dice: "No pongas todos los huevos en una sola canasta". Usando esta idea, se diseñaron portafolios sencillos (*naïve*, ingenuos) con n = 1, 2, 3, hasta 16 acciones en los que la proporción del cada acción era idéntica a 1/n. Los portafolios se construyen a partir de una lista por orden alfabético de las acciones lo que significa que fueron seleccionados al azar. La gráfica 1 muestra el riesgo (desviación estándar del rendimiento del portafolio) y el número de acciones en el portafolio.

Gráfica 1. Riesgo del Portafolio y diversificación



Como puede verse, hay una tendencia a que el riesgo del portafolio se estabilice cerca de 10%. Esto podría ser una estimación del riesgo sistemático que no se puede eliminar mediante la diversificación.

Esta nota pedagógica distingue entre el costo del patrimonio con deuda, Ke y el costo del patrimonio sin deuda, Ku. El primero es la rentabilidad esperada por los accionistas de una empresa con un determinado nivel del endeudamiento o apalancamiento. El rendimiento de la acción observada se compara con el rendimiento esperado, Ke.

Hay una rentabilidad no observable que se llama el costo del patrimonio sin deuda, Ku y es el retorno o rentabilidad que un accionista podría esperar si la empresa no tiene deuda alguna.

Cada rentabilidad tiene asociada una beta. Esta beta es una parte integral de un modelo popular conocido como CAPM, Capital Asset Pricing Model. El CAPM se expresa como

$$Rs = R_f + \beta ERP = R_f + \beta[E(Rm)-R_f] \qquad (2)$$

Donde Rs es la rentabilidad de la acción, R_f es la tasa libre de riesgo, β es el riesgo de la población o beta y ERP es la prima de riesgo del mercado, también conocido como PMR, prima de riesgo del mercado y es la diferencia entre la rentabilidad esperada del mercado, E(Rm) y la tasa libre de riesgo, R_f.

El CAPM se puede utilizar para definir Ke, Ku y el costo del la deuda, Kd.

La siguiente sección analiza la relación entre la beta apalancada y la beta sin deuda. La segunda presenta el procedimiento para estimar una beta. La Tercera sección resume esta nota pedagógica.

La relación entre la beta apalancada y la no apalancada

En esta sección se analiza la relación entre la beta apalancada y la beta no apalancada o sin deuda.

Tham y Vélez-Pareja (2004) muestran que la expresión general para la rentabilidad del patrimonio apalancado Ke_i es

$$Ke_i = Ku_i + (Ku_i - Kd_i)\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}} - (Ku_i - \psi_i)\frac{V^{TS}_{i-1}}{E^L_{i-1}} \qquad (3)$$

Suponga que el costo del patrimonio sin deuda Ku_i, el costo de la deuda Kd_i y la tasa de descuento para el ahorro en impuestos ψ_i son constantes. Ke es el costo esperado de capital apalancado, V^{TS} es el valor de los escudos fiscales y E_L es el valor del patrimonio cuando hay deuda.

Ke_i es una función de la relación deuda-patrimonio y de la relación entre el valor del ahorro en impuestos y el valor del patrimonio apalancado. Si al menos una de estas proporciones cambia con el tiempo, el costo del patrimonio apalancado Ke_i va a cambiar.

Usando el CAPM, las expresiones para el costo de la deuda Kd_i, el costo del patrimonio sin deuda Ku_i y el costo del patrimonio apalancado Ke_i se pueden escribir de la siguiente manera.

$$Kd_i = R_f + \beta_D[E(R_m) - R_f] \qquad (4)$$

$$Ku_i = R_f + \beta_U[E(R_m) - R_f] \qquad (5)$$

$$Ke_i = R_f + \beta_L[E(R_m) - R_f] \qquad (6)$$

β_L es la beta la empresa apalancada y en el costo del patrimonio apalancado en la ecuación 5, se ve afectada por un apalancamiento determinado; β_U es la beta para el costo del patrimonio sin deuda y β_D es la beta de deuda.

Si usted supone que ψ_i es igual al Ku_i, entonces la ecuación 3 se reduce a (7) de la siguiente manera.

$$Ke_i = Ku_i + (Ku_i - Kd_i)D_{i-1}/E^L_{i-1} \qquad (7a)$$

Cuando ψ_i es igual a Kd_i y los flujos de caja son perpetuidades,

$$Ke = Ku_i + (Ku_i - Kd_i)\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}} - (Ku_i - Kd_i)\frac{TD_{i-1}}{E^L_{i-1}}$$
$$= Ku_i + (Ku_i - Kd_i)(1-T)\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}} \quad (7b)$$

T es la tasa de impuestos a la empresa.

Cuando ψ_i es igual a Ke_i, Tham, Velez-Pareja y Kolari (2010) y Kolari y Vélez-Pareja (2010) han demostrado que

$$Ke_i = Ku_i + \frac{(Ku_i - Kd_i)\times D_{i-1}}{V^{Un}_{i-1} - D_{i-1}} \quad (7c)$$

Es importante tener claras las razones para tener las diferentes expresiones del costo del patrimonio apalancado en las ecuaciones 7a, 7b y 7c. La expresión 7b es válida sólo para los flujos de caja a perpetuidad y se supone que la tasa de descuento para el ahorro en impuestos es igual al costo de la deuda, Kd. La expresión 7a es válido tanto para los flujos de caja finitos y perpetuidades y se supone que la tasa de descuento para el ahorro en impuestos es igual al costo del patrimonio sin deuda, Ku. La expresión 7c es válida para ambos, perpetuidades y flujos de caja finitos y se supone Ke como la tasa de descuento para el ahorro de impuestos.

El trabajo típico en la práctica es con flujos de caja finitos y se supone que la tasa de descuento para el ahorro en impuestos es el costo de la deuda por lo tanto, las fórmulas 7b no se pueden utilizar. Para los flujos de caja finitos, se utiliza la siguiente expresión.

$$Ke = Ku_i + (Ku_i - Kd_i)\left[\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}} - \frac{V^{TS}_{i-1}}{E^L_{i-1}}\right] \quad (8)$$

Para el caso de ψ_i = Ku, y sustituyendo las ecuaciones 4 y 5 en 7a y simplificando la ecuación, se obtiene, como lo muestran Tham and Velez-Pareja (2004),

$$Ke_i = R_f + \beta_U[E(R_m) - R_f] + (\beta_U - \beta_D)[E(R_m) - R_f]D_{i-1}/E^L_{i-1}$$
$$= R_f + [\beta_U + (\beta_U - \beta_D)D_{i-1}/E^L_{i-1}][E(R_m) - R_f] \quad (9)$$

Ahora compare las ecuaciones 6 y 9: allí se encuentra la relación entre la beta apalancada, β_L y la desapalancada β_U.

$$\beta_L = \beta_U + (\beta_U - \beta_D)D_{i-1}/E^L_{i-1} = \beta_U(1 + D_{i-1}/E^L_{i-1}) - \beta_D D_{i-1}/E^L_{i-1} \quad (10)$$

Ahora bien, para el caso de ψ_i = Kd, substituyendo las ecuaciones 4 y 5 en la ecuación 7b y simplificando, se obtiene

$$Ke = R_f + \left[\beta_U + (\beta_U - \beta_D)(1-T)\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}}\right][E(Rm) - Rf]$$

(11)

Comparando esta ecuación con (6) se encuentra la relación entre beta apalancada y desapalancada.

$$\beta_L = \beta_U + (\beta_U - \beta_D)(1-T)\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}} \qquad (12a)$$

$$\beta_L = \beta_U\left[1 + (1-T)\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}}\right] - \beta_D(1-T)\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}} \qquad (12b)$$

En forma similar, cuando ψ_i es igual a Ke_i

$$\beta_L = \beta_U + (\beta_U - \beta_D)D_{i-1}/(V_{Un} - D_{i-1}) \qquad (13a)$$

$$\beta_L = \beta_U + \beta_U D_{i-1}/(V_{Un} - D_{i-1}) - \beta_D D_{i-1}/(V_{Un} - D_{i-1}) \qquad (13b)$$

Suponiendo β_D igual a 0, lo que significa que es una deuda no pública (de un banco, por ejemplo) y que no se transa en el Mercado de valores, entonces se tiene:

Cuando $\psi_i = Ku$

$$\beta_L = \beta_U(1 + D_{i-1}/E^L_{i-1}) \qquad (14a)$$

Cuando $\psi_i = Kd$ y los flujos de caja son perpetuidades

$$\beta_L = \beta_U\left[1 + (1-T)\frac{D_{i-1}}{E^L_{i-1}}\right] \qquad (14b)$$

Y finalmente, cuando $\psi_i = Ke$.

$$\beta_L = \beta_U(1 + D_{i-1}/(V_{Un} - D)) \qquad (14c)$$

Ahora bien, se puede despejar β_U de las ecuaciones 14a to 14c.

Si se supone que la tasa de descuento para los ahorros en impuestos es Ku, entonces,

$$\beta_{Ui-1} = \frac{\beta_L}{\left[1 + \frac{D_{i-1}}{E_{i-1}}\right]} \qquad (15a)$$

Cuando se supone $\psi = Kd$

$$\beta_{Ui-1} = \frac{\beta_L}{\left[1 + \frac{D_{i-1}}{E_{i-1}}(1-T)\right]} \qquad (15b)$$

Si se supone que Ke es la tasa de descuento de TS, el ahorro en impuestos, entonces

$$\beta_{Ui-1} = \frac{\beta_L}{\left[1 + \frac{D_{i-1}}{V_U - D_{i-1}}\right]} \qquad (15c)$$

Donde V_U es el valor desapalancado de la firma.

Cuando se aplican las ecuaciones 15a a 15c se dice que se está desapalancando las betas.

Cálculo de Beta

Hay muchas fuentes para recolectar datos para la estimación de las betas. Uno de ellos es el sitio oficial de la bolsa de valores, por ejemplo, el New York Stock Exchange, NYSE, Nasdaq o la oficina respectiva en cualquier país. También hay otras fuentes no oficiales, tales como Yahoo Finance, Google Finance, Bloomberg, DataValue, Compustat, Economática, etc. Como último recurso, utilizar el sitio web de la empresa.

La Tabla 1 muestra una pequeña muestra de precios de acciones y los índices para 26 períodos. La rentabilidad de mercado se calcula como

$$R_{mt} = \frac{\text{Indice}_t}{\text{Indice}_{t-1}} - 1 \qquad (16a)$$

Para el año 1 se tiene:

$$R_{m1} = \frac{941,88}{965,46} - 1 = -2,4\%$$

La rentabilidad de la acción se calcula así:

$$R_{st} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \qquad (16b)$$ [1]

Para el año 1 se tiene:

$$R_{s1} = \frac{22.111,05}{21.891,25} - 1 = 1,0\%$$

Repitiendo estos cálculos para todos los períodos se tiene la tabla 1.

---

[1] Estrictamente, $R_{st} = \frac{P_t + Div_t}{P_{t-1}} - 1$ donde Div es el dividend pagado a los accionistas.

Table 1. Precios mensuales, valores mensuales del Índice y rentabilidades

Mes	Indice	Rentabilidad del Indice	Precio de la acción	Rentabilidad de la acción
0	965,46		21.891,25	
1	941,88	-2,4%	22.111,05	1,0%
2	861,05	-8,6%	20.587,35	-6,9%
3	798,86	-7,2%	19.219,67	-6,6%
4	786,63	-1,5%	19.202,71	-0,1%
5	825,29	4,9%	19.490,81	1,5%
6	880,91	6,7%	19.845,01	1,8%
7	801,48	-9,0%	18.259,85	-8,0%
8	783,49	-2,2%	17.905,40	-1,9%
9	725,81	-7,4%	17.410,63	-2,8%
10	682,58	-6,0%	17.457,45	0,3%
11	717,41	5,1%	18.163,65	4,0%
12	748,66	4,4%	18.391,51	1,3%
13	812,81	8,6%	18.609,25	1,2%
14	776,63	-4,5%	18.313,36	-1,6%
15	801,94	3,3%	18.347,76	0,2%
16	874,70	9,1%	19.698,04	7,4%
17	870,07	-0,5%	19.485,54	-1,1%
18	848,24	-2,5%	18.576,20	-4,7%
19	854,67	0,8%	18.074,39	-2,7%
20	862,90	1,0%	18.317,12	1,3%
21	872,02	1,1%	18.499,30	1,0%
22	848,18	-2,7%	18.500,00	0,0%
23	838,20	-1,2%	18.496,65	0,0%
24	958,79	14,4%	20.780,78	12,3%
25	1.037,34	8,2%	21.275,99	2,4%
26	1.068,31	3,0%	22.618,72	6,3%

Utilizando las estadísticas de los datos de mercado y de la acción tales como las desviaciones estándar para 1) el mercado 2) la acción, 3) el coeficiente de correlación entre el rendimiento del mercado y de la acción se obtiene 4) beta de la acción como en la tabla 2:

Tabla 2. Estadísticas de los datos

Desviación Standard de la rentabilidad del Mercado, σ_m	0,0589586
Desviación Standard de la rentabilidad de la acción, σ_s	0,0429376
Coeficiente de Correlación entre la rentabilidad del Mercado y de la acción, cor(Rm,Rs)	0,8442786
$\beta=\sigma_s \text{cor}(Rm,Rs)/\ \sigma_m$	0,6148606

Otra forma es calcular y usar 1) la covarianza entre las rentabilidades del mercado y de la acción y 2) la varianza de la rentabilidad del mercado y se obtiene 3) la beta para la acción como en la tabla 3.

Tabla 3. Cálculo de la Beta con estadísticas de la acción y el mercado

cov(Rm,Rs)	0,002137
Varianza de la rentabilidad del Mercado, σ_m^2	0,00347612
β=cov(Rm,Rs)/σ_m^2	0,6148606

Otra opción para calcular la beta de la acción es corer una regression lineal simple[2] con mínimos cuadrados ordinarios, MCO (Ordinary Least Squares, OLS) entre la rentabilidad del mercado, Rm y la rentabilidad de la acción, Rs, tal y como aparece en las tablas 4 y 5:

Tabla 4. Cálculo de beta usando Regresión lineal simple

Resumen	
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0,84428
Coeficiente de determinación R^2	0,71281
R^2 ajustado	0,70084
Error típico	0,02395
Observaciones	26

Tabla 5. Tabla de ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	1	0,03417	0,03417	59,5673	5,9E-08
Residuos	24	0,01377	0,00057		
Total	25	0,04793			
	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad (p-value)	
Intercepción	-0,0013	0,00472	-0,27229	0,78773	
Rentabilidad del índice, β_L	0,6148606	0,07967	7,71798	5,9E-08	

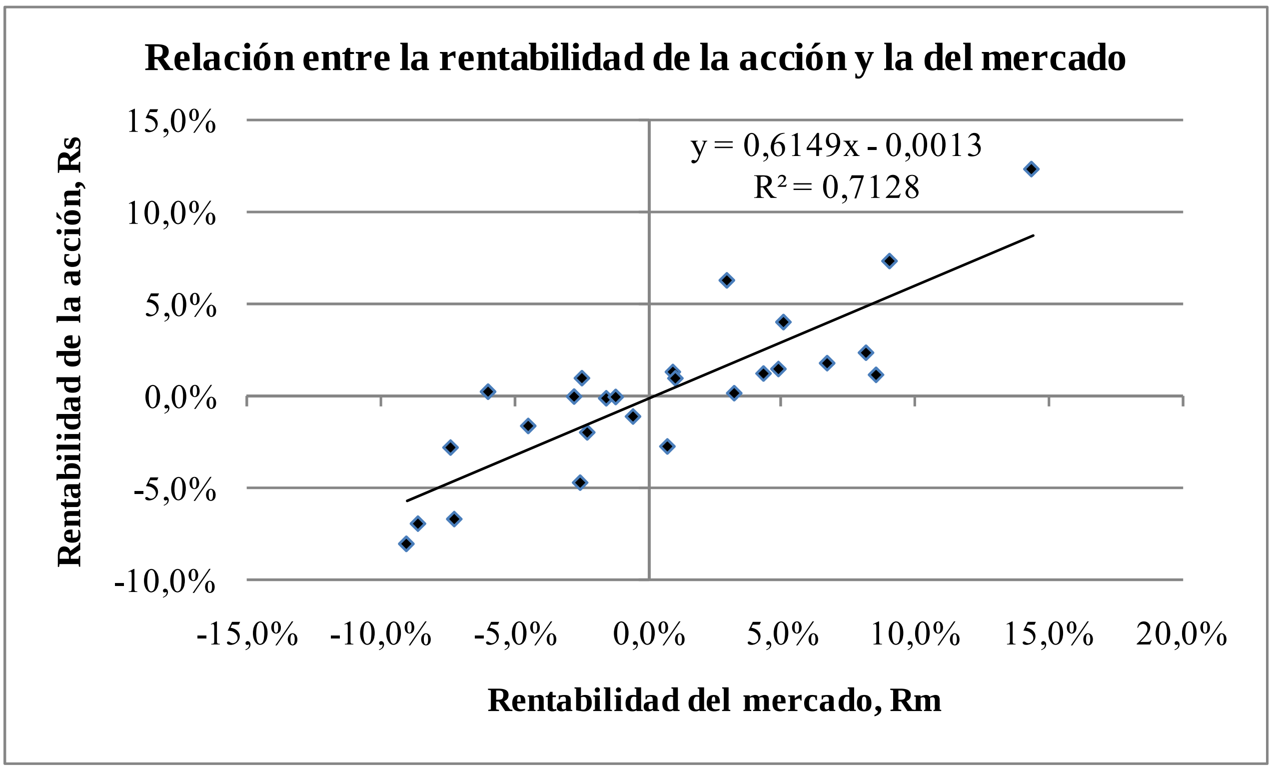
Como se puede ver todos los métodos estiman β como 0,6148606. La tabla de Análisis de varianza dice que β es estadísticamente significativa (p-valor = 5.9E-08), la intercepción no es estadísticamente significativa y se puede suponer como cero (como se esperaba, el p-valor = 0,78773) y el modelo es estadísticamente significativo, así (prueba de F = 5.9E-08). El Rm explica 70.084% de la variabilidad de Rs.

[2] Esto se puede hacer en cualquier versión de Excel®. Hay que activar los complementos para que aparezca en Datos, la opción Análisis de Datos.

Con esta beta de se puede estimar Ke para la acción. Si se desea utilizar la estimación de β para una empresa que no cotiza en bolsa, hay que desapalancar las betas de la industria y promediarlas ponderadas por la capitalización bursátil. Una vez que se tenga la media de la beta sin apalancamiento se puede utilizar el CAPM para estimar Ku y usar las ecuaciones 7a, 7b y 7c para estimar Ke. Ecuaciones 7a y 7b crean circularidad. La ecuación 7c está libre de circularidad.

La gráfica 2[3] muestra cómo se ven los datos y la línea de tendencia lineal. El coeficiente para el índice o el retorno del mercado se indica en el gráfico. Beta es el coeficiente que mide la pendiente de la línea.

Gráfica 2. Rentabilidades de la acción y del mercado con línea de tendencia



A continuación un ejemplo hipotético de cómo proceder para el cálculo de las betas desapalancadas. Se tienen empresas del mismo sector con los siguientes datos de valores de deuda, de patrimonio (valor de mercado), de valor ahorros en impuestos, V^{TS}, de tasa de impuestos y de betas calculadas, así:

[3] Esta gráfica se puede hacer en cualquier versión de Excel®.

Tabla 6. Ejemplo de desapalancar las betas

Empresa	D_{t-1}	E_{t-1}	V^{TS}_{t-1}	β_L	Peso por patrimonio
A	180	300	12	1,2	0,250
B	250	350	14	1,4	0,292
C	200	300	13	1,3	0,250
D	250	250	20	1,6	0,208

Cuando ψ = Kd las betas desapalancadas son (usando 15b):

Empresa	β_L	T	D/E	β_U	β_U Ponderada
A	1,2	30,00%	60,00%	0,84507	0,211268
B	1,4	30,00%	71,40%	0,933458	0,272259
C	1,3	30,00%	66,70%	0,886223	0,221556
D	1,6	30,00%	100,00%	0,941176	0,196078
			β_U ponderada.		0,90116
			β_U no ponderada.		0,9015

Cuando ψ = Ku las betas desapalancadas son (usando (15a)

Empresa	Beta ^{L}	D/E	β_U	β_U Ponderada
A	1,2	60,00%	0,7500	0,1875
B	1,4	71,40%	0,8168	0,2382
C	1,3	66,70%	0,7798	0,1950
D	1,6	100,00%	0,8000	0,1667
		β_U ponderada.		0,7874
		β_U no ponderada.		0,7867

Cuando ψ = Ke las betas desapalancadas son, usando (15c)

Empresa	Beta ^{L}	D/(Vun-D)	β_U	β_U Ponderada
A	1,2	62,50%	0,7385	0,1846
B	1,4	74,40%	0,8027	0,2341
C	1,3	69,69%	0,7661	0,1915
D	1,6	108,70%	0,7667	0,1597
		β_U ponderada.		0,7700
		β_U no ponderada.		0,7685

Las betas se ponderan con el valor de mercado del patrimonio. Ahora con la beta desapalancada se puede calcular el Ku usando (6) y el respectivo Ke con la fórmula apropiada

(7a), (7b) o (7c). Aquí queda la duda de si Ku deberá depender o no del supuesto que se haga sobre la tasa de descuento de los escudos fiscales.

Resumen

Esta nota pedagógica ha presentado la relación entre la beta apalancada y sin deuda y el procedimiento para obtener la última a partir de la primera que es la que se puede observar en el mercado. Con la beta sin apalancamiento se puede utilizar el CAPM para estimar Ku y con ésta se puede estimar Ke utilizando las fórmulas presentadas.

La nota también ha mostrado tres procedimientos para calcular las betas: dos de ellos utilizan las estadísticas de mercado y de la acción y el tercero utiliza MCO para encontrar la beta apalancada de una empresa que se transa en bolsa. Los tres métodos dan los mismos resultados que se esperan.

Referencias bibliográficas

Kolari, J. W. y I. Velez-Pareja, (2010). Corporation Income Taxes and the Cost of Capital: A Revision (Noviembre 25). Disponible en SSRN: http://ssrn.com/abstract=1715044

Tham, J. y I. Vélez-Pareja, (2004). *Principles of Cash Flow Valuation. An Integrated Market-based Approach.* Boston: Academic Press.

Tham, J., Velez-Pareja, I. y J. W. Kolari, (2010). Cost of Capital with Levered Cost of Equity as the Risk of Tax Shields (Julio 09). Disponible en SSRN: http://ssrn.com/abstract=1655244