

# **LAS TASAS DE RENTABILIDAD MODIFICADAS Y LA CONTROVERSI EN TORNO AL SUPUESTO IMPLÍCITO DE REINVERSIÓN EN VAN Y TIR**

**Ricardo A. Fornero**  
*Universidad Nacional de Cuyo*

Julio 2010 (Revisión Abril 2011)

*SUMARIO: 1. Condiciones de la evaluación de los indicadores de evaluación; 2. Alcance del supuesto implícito de reinversión en VAN y TIR; 3. Medidas de rentabilidad alternativas a TIR; 4. Resumen (que no es una conclusión).*

El uso de la medida del valor incremental (valor actual neto, VAN) y de la tasa interna de rentabilidad (TIR) para la evaluación de proyectos de inversión ha suscitado una controversia técnica acerca del denominado supuesto implícito de reinversión. Tal supuesto se refiere a la reinversión de los fondos generados en cada período, y la controversia acerca de si esas medidas tienen o no implícita esa reinversión lleva varias décadas. En ese lapso se han propuesto medidas porcentuales de rentabilidad alternativas a la TIR.

El tema de ese supuesto y del tratamiento de la reinversión de los fondos generados por el proyecto retorna de vez en cuando con argumentos redescubiertos, repetidos, renovados o ampliados. La controversia en torno al supuesto implícito en VAN y TIR ha originado una amplia literatura que no debe verse sólo en términos dicotómicos con respecto a ese aspecto. En muchos casos, la afirmación de que no existe supuesto implícito de reinversión está acompañada por una propuesta de considerar explícitamente el rendimiento de la reinversión.

Las medidas “alternativas” o “modificadas” de la tasa interna de rentabilidad incluyen de algún modo el efecto de la reinversión de los fondos que se generan período a período. Sin embargo, que algunos consideren que tales tasas pueden ser una medida adecuada de la rentabilidad de una inversión no resulta necesariamente de afirmar que la TIR en sí implica una forma específica de reinversión.

Si bien se ha difundido una expresión específica de la tasa interna de rentabilidad modificada (TIRM), se han planteado varias, aunque no tantas como sugieren las denominaciones que se proponen en cada caso. Frente a esa variedad de opiniones y medidas, puede ser útil revisar los argumentos y agrupar esas propuestas, al menos las que existen hasta el presente.

Es oportuno decir que las consideraciones en torno a la TIR y las propuestas de medidas “mejoradas” no han tenido un efecto muy difundido en el uso práctico de los indicadores. Según resulta de los estudios de las técnicas que se usan para la evaluación de proyectos, la TIR convencional supera largamente a las tasas de rentabilidad modificadas en la preferencia de quienes intervienen en la evaluación y aprobación de las propuestas de inversión.

## 1. Condiciones de la evaluación de los indicadores de evaluación

El análisis de las características técnicas del valor actual neto (VAN) y la tasa interna de rentabilidad (TIR) como indicadores de conveniencia de una inversión, que son el objeto de la controversia, en general se realiza enfocando las propiedades económicas y matemáticas. De este modo, se evita que el problema en cuestión se mezcle con otros aspectos y complique, de algún modo innecesariamente, la interpretación.

El marco que se considera es de condiciones de certeza, similar al que se usaba en la teoría de la inversión cuando se plantearon las medidas de valor actual y tasa de rentabilidad como indicadores. De este modo, el tema se enfoca estrictamente en la representatividad de las medidas que se calculan a partir de un flujo de fondos de la inversión que se conoce con certeza, y el criterio de decisión se plantea con una tasa de rentabilidad requerida que se especifica.

### a) VAN y TIR como criterios de inversión

Los criterios para la decisión suelen expresarse como VAN (calculado con la tasa de rendimiento requerido) mayor que cero, o TIR mayor que la tasa de rendimiento requerido. Estos criterios se plantean desde el comienzo de la teoría moderna del capital, aunque el alcance que se les da actualmente se perfila mucho después.

Eugene Böhm-Bawerk (1851–1914), en 1889, señala que los hombres de negocios deberían invertir, e invertirían, de modo de obtener el mayor importe anual a perpetuidad por peso invertido.<sup>1</sup> Esto es una versión simple del criterio de tasa de rentabilidad, que Irving Fisher (1867–1947) sustituye por el criterio de valor del capital en su análisis del capital y el interés (de 1906 y 1907) basado en la teoría de Böhm-Bawerk. Fisher también se refiere a una tasa de rentabilidad sobre costo (*rate of return over cost*), que sería la tasa de rentabilidad de la inversión.<sup>2</sup>

Kenneth E. Boulding (1910–1993), en 1935, especifica la tasa interna de rentabilidad (*internal rate of return*) con el formato, si no estrictamente el concepto, que después se difunde para esa medida.<sup>3</sup> Esto origina una diferencia teórica en ese momento, ya que Paul A. Samuelson (1915–2009) critica el planteo de Boulding y concluye que “cada empresario se comporta de modo de maximizar el valor actual capitalizado de la inversión que realiza (*investment account*)”. La “tasa interna de interés” de la inversión, dice, “no tiene relevancia para el problema de la conducta racional”, ya que no es una medida unívoca, y matemáticamente pueden existir varias “tasas internas”.<sup>4</sup> Este aspecto técnico de la TIR, que después será un elemento en la discusión de su uso, es un hecho ya reconocido por Fisher.

Las medidas de VAN y TIR entran en el ámbito de la teoría de las decisiones de inversión de la empresa en los años 1950, con dos libros que tienen gran influencia en esa época, de Friedrich Lutz (1901–1975) y Vera Lutz (1912–1976)<sup>5</sup> y de Joel Dean (1906–1980)<sup>6</sup>.

Los Lutz consideran principalmente el criterio según el valor actual de las alternativas de inversión, aunque también plantean la tasa interna de rentabilidad con un alcance semejante al que le da Boulding.

Si bien la denominación de la TIR ha quedado por la característica interna de la rentabilidad que analiza Boulding, para él no es la tasa de rentabilidad de cada alternativa de inversión dentro

<sup>1</sup> Eugene Böhm-Bawerk, *The Positive Theory of Capital*, 1891 (el original alemán, *Positive Theorie des Kapitals*, se publica en 1889)

<sup>2</sup> Irving Fisher, *The Nature of Capital and Income*, 1906

Irving Fisher, *The Rate of Interest*, 1907

Irving Fisher, *The Theory of Interest*, 1930

<sup>3</sup> Kenneth E. Boulding, The theory of the single investment, *Quarterly Journal of Economics*, 1935

<sup>4</sup> Paul A. Samuelson, Some aspects of the pure theory of capital, *Quarterly Journal of Economics*, 1937

<sup>5</sup> Friedrich y Vera Lutz, *The Theory of Investment of the Firm*, 1951

<sup>6</sup> Joel Dean, *Capital Budgeting*, 1951

de un negocio (inversión incremental), sino la tasa de rentabilidad del negocio como un todo. Su análisis se refiere a la inversión aislada (*single investment*), y la tasa de rentabilidad (*interna* en este sentido) es a la que crece el capital invertido; específicamente señala que es el rendimiento que puede pagarse a quien invierte, aplicado sobre el valor de capital en cada momento.

A esto se refieren los Lutz cuando señalan que el criterio es la maximización de la tasa interna de rentabilidad del conjunto de inversiones (*pattern of investments*), enfocando más un curso de acción completo que cada proyecto alternativo dentro de un curso de acción.

Joel Dean considera que la tasa de rentabilidad es el criterio principal para las decisiones de inversión (*capital budgeting*), pero para él esa tasa es la de cada alternativa: la regla es invertir en todos los proyectos y en los incrementos a los proyectos cuya rentabilidad sea mayor que la tasa de mercado (del costo de capital).

El tema para Fisher y Boulding es la elección entre cursos de acción, una pauta completa de inversión, y en este marco es que se analizan los cursos de acción que se excluyen mutuamente. Al considerar el valor actual y la tasa interna de rentabilidad como criterios de decisión intercambiables también para cada inversión incremental, proliferan las alternativas que son mutuamente excluyentes, y se suscita el análisis de los casos en que existe conflicto entre el ordenamiento (*ranking*) de conveniencia según el criterio de valor actual y el de tasa de rentabilidad.

Para resolver ese conflicto se considera el predominio de uno u otro indicador, según lo que “realmente” representa. Entonces aparece la noción del supuesto implícito del rendimiento de la reinversión en cada uno. Y ésta es la noción que se convierte en tema de controversia.

### ***b) La decisión óptima de inversión y el valor actual***

El conflicto posible en el ordenamiento de las alternativas según su conveniencia, realizado con la medida del valor actual y la tasa de rentabilidad, pone en cuestión la naturaleza misma de cada medida. Los criterios de decisión según VAN y TIR son consistentes con la teoría de la inversión si esas medidas representan el valor o la rentabilidad “verdaderos” (el efecto relevante para el decidor) de cada alternativa de inversión.

Si se observan situaciones de decisión en que puede existir un “conflicto” en el ordenamiento según una u otra medida, esto significaría que una (o ambas) no es “verdadera” en el sentido anterior, por lo que no representa lo que se piensa que representa.

Por eso, la controversia acerca del supuesto implícito termina refiriéndose a la “verdadera” naturaleza de cada indicador y, según sea la respuesta, se extiende al planteo de medidas más representativas.

En la situación originaria, de ordenamientos distintos con una u otra medida, se ha generalizado la solución hacia el predominio del valor actual neto sobre la TIR. Y esto también se ha extendido al juicio sobre las medidas porcentuales alternativas a la TIR: es lo que se denomina *compatibilidad con VAN (NPV compatibility)*.

Esto se funda en el argumento de que el valor actual del capital representa adecuadamente las consecuencias de la inversión para el inversor y, en este sentido, se puede optimizar la decisión maximizando el valor. Pero no necesariamente significa que el óptimo según el VAN sea en sí el óptimo para el inversor.

En el planteo de las decisiones óptimas de inversión (en condiciones de certidumbre) que realiza Fisher, el valor del capital por la inversión es no sólo un criterio para decidir sino también una medida del valor para el decidor. Para concluir esto, supone un mercado de capital perfecto, por lo que pueden intercambiarse por su valor dos perfiles distintos de flujo de fondos, y así el juicio de conveniencia de una inversión según el máximo valor actual se separa de las preferencias por consumo en el tiempo de quienes realizan la inversión (esto después se conoce como teorema de separación de Fisher).

En el centro del planteo de Fisher está la tensión entre las oportunidades para invertir y la impaciencia para consumir. La inversión no es un fin en sí, y por tanto no es posible definir una

decisión de inversión óptima sin considerar las decisiones de consumo. Maximizar el valor de capital (o valor incremental, VAN) de las oportunidades de inversión optimiza el consumo cuando se puede ajustar por ese valor, en el mercado de capital, el perfil financiero deseado por el consumo.

En tales condiciones, el óptimo según el valor actual es lo que Jack Hirshleifer (1925–2005) denomina una solución “productiva” intermedia<sup>7</sup> (no necesariamente es óptimo con la perspectiva de consumo), y el óptimo para el inversor aparece al ajustar el perfil financiero en el mercado de capital.

La separación no se produce con un mercado de capital imperfecto, y por ende la medida no es representativa del “verdadero” valor de la inversión. Y Hirshleifer apunta que, aún con inversiones independientes, si el mercado de capital no es perfecto “la regla de valor actual dará respuestas que son correctas posiblemente sólo en un sentido formal (la tasa de actualización usada no es una oportunidad externa sino un precio sombra interno que surge del análisis)”.

El valor actual es una medida de valor para el inversor si es lo que podrá intercambiarse para ajustar el flujo de fondos al perfil de consumo deseado. Esto ocurre en mercados de capital suficientemente completos. En tal caso, el valor actual es la medida representativa, y contra ésta debe juzgarse cualquier medida de tasa interna de rentabilidad constante para todos los períodos.<sup>8</sup>

## 2. Alcance del supuesto implícito de reinversión en VAN y TIR

### a) El planteo inicial y su difusión

Ezra Solomon (1920–2002), en un artículo publicado en 1956, analiza el problema del conflicto de ordenamiento según VAN y TIR de alternativas mutuamente excluyentes, y como resultado enuncia lo que se conoce como el supuesto implícito de reinversión.<sup>9</sup> Señala que lo que ocurre con los fondos entre el momento en que se producen y el momento final de la inversión “es obviamente una información importante”. “Ni el enfoque de la tasa de rentabilidad ni el de valor actual responden *explícitamente* esta pregunta. Pero lo hacen *implícitamente* de modos diferentes. Esta es la fuente de los resultados contrapuestos que proporcionan.”

Considera que el elemento importante es el valor final acumulado (la “riqueza”, *wealth*), y señala que “en general, el supuesto implícito en el enfoque de la tasa de rentabilidad es que la tasa de reinversión es al menos igual a la tasa que promete el más largo de los dos proyectos”. Los dos criterios se concilian si se explicita la misma tasa de reinversión, como ejemplifica Solomon en una tasa de rentabilidad promedio que es la primera versión de lo que después se denomina TIR modificada.

“La comparación válida no es simplemente entre dos proyectos sino entre dos cursos de acción alternativos. El criterio final es la riqueza total que el inversor puede esperar de cada alternativa en la fecha final del proyecto más largo. Para una comparación adecuada, debe hacerse un supuesto explícito y común de la tasa a la cual pueden reinvertirse los fondos que produce cada proyecto, hasta la fecha final.”

<sup>7</sup> Jack Hirshleifer, On the theory of optimal investment decision, *Journal of Political Economy*, 1958

<sup>8</sup> Martin J. Bailey (1931–1997) generaliza la noción de tasa de rentabilidad, y muestra específicamente que el concepto de valor actual se aplica cuando no hay límites a la posibilidad de prestar y tomar prestado a tasas conocidas de interés. “Cuando esas posibilidades están limitadas efectivamente, de modo que las tasas de rentabilidad de equilibrio no se conocen hasta que se encuentra el equilibrio en sí, el enfoque de valor actual involucra el mismo tipo de problemas que la tasa de rentabilidad, y puede dar respuestas erróneas.” (Martin J. Bailey, Formal criteria for investment decisions, *Journal of Political Economy*, 1959)

<sup>9</sup> Las referencias del tema del supuesto implícito de reinversión y de medidas alternativas están reunidas en el cuadro 1 en forma cronológica.

**Cuadro 1. Literatura de la controversia del supuesto de reinversión y de otras medidas porcentuales de rentabilidad**

- Ezra Solomon, The arithmetic of capital budgeting decisions, *Journal of Business*, 1956
- Edward Renshaw, A note on the arithmetic of capital budgeting decisions, *Journal of Business*, 1957
- Robert Baldwin, How to assess investment proposals, *Harvard Business Review*, 1959
- Richard H. Bernhard, Discount methods for expenditure evaluation. A clarification of their assumptions, *The Journal of Industrial Engineering*, 1962
- Paul H. Jeynes, The significance of investment rate, *The Engineering Economist*, 1965
- Michael Adler, The true rate of return and the reinvestment rate, *The Engineering Economist*, 1970
- Carlton Dudley Jr., A note on reinvestment assumptions in choosing between net present value and internal rate of return, *Journal of Finance*, 1972
- R. Conrad Doenges, The “reinvestment problem” in a practical perspective, *Financial Management*, 1972
- C. Robert Carlson, Michael L. Lawrence y Donald H. Wort, Clarification of the reinvestment assumption in capital analysis, *Journal of Business Research*, 1974
- Raúl H. Lombardi, Evaluación de proyectos de inversión: un poco más de racionalidad, *Administración de Empresas*, 1974
- Juan Carlos de Pablo, Tasa de rentabilidad y tasa de reinversión, *Administración de Empresas*, 1974
- Carlos A. Raimondi, Indices de rendimiento y tasa presunta de reinversión, *Administración de Empresas*, 1975
- Juan Carlos de Pablo, Indices de rendimiento y tasa presunta de reinversión: Respuesta, *Administración de Empresas*, 1976
- Steven A. Y. Lin, The modified internal rate of return and investment criterion, *The Engineering Economist*, 1976
- Gabriel Lopez Negrete, The modified internal rate of return and investment criterion, a reply, *The Engineering Economist*, 1978
- Peter J. Athanapoulos, A note on the modified internal rate of return and investment criterion, *The Engineering Economist*, 1978
- Richard H. Bernhard, Modified rates of return for investment project evaluation. A comparison and critique, *The Engineering Economist*, 1979
- Richard L. Meyer, A note on capital budgeting techniques and the reinvestment rate, *Journal of Finance*, 1979
- Simon M. Keane, The internal rate of return and the reinvestment fallacy, *Abacus*, 1979
- David J. Nicol, A note on capital budgeting techniques and the reinvestment rate: Comment, *Journal of Finance*, 1981
- Tung Au, The overall rate of return as a profit measure for capital projects, *Engineering Costs and Production Economics*, 1983
- Carl R. Beidleman, Discounted cash flow reinvestment rate assumptions, *The Engineering Economist*, 1984
- Robert G. Beaves, Net present value and rate of return: Implicit and explicit reinvestment assumptions, *The Engineering Economist*, 1988
- William R. McDaniel, Daniel E. McCarty y Kenneth A. Jessell, Discounted cash flow with explicit reinvestment rates: Tutorial and extension, *The Financial Review*, 1988
- Jack R. Lohmann, The IRR, NPV and the fallacy of the reinvestment rate assumptions, *The Engineering Economist*, 1988
- Michael J. Crean, Profiling the IRR and defining the ERR, *The Real Estate Appraiser and Analyst*, 1989

**Cuadro 1 (cont). Literatura de la controversia del supuesto de reinversión y de otras medidas porcentuales de rentabilidad**

- Keith M. Howe, Perpetuity rate of return analysis, *The Engineering Economist*, 1991
- Richard H. Bernhard, Base selection for modified rates of return and its irrelevance for optimal project choice, *The Engineering Economist*, 1989
- David M. Shull, Efficient capital project selection through a yield-based capital budgeting technique, *The Engineering Economist*, 1992
- David M. Shull, Interpreting rates of return: A modified rate of return approach, *Financial Practice and Education*, 1993
- Robert G. Beaves, The case for a generalized net present value formula, *The Engineering Economist*, 1993
- Gary A. Anderson y Joel R. Barber, Project holding-period rate of return and the MIRR, *Journal of Business Finance & Accounting*, 1994
- David M. Shull, Overall rates of return: Investment bases, reinvestment rates and time horizons, *The Engineering Economist*, 1994
- Mirosław M. Hajdasinski, Remarks in the context of “The case for the generalized net present value formula”, *The Engineering Economist*, 1995
- Mirosław M. Hajdasinski, Adjusting the modified internal rates of return, *The Engineering Economist*, 1996
- Frank Lefley, Modified internal rate of return: will it replace IRR (internal rate of return), *Management Accounting (British)*, 1997
- David A. Volkman, A consistent yield-based capital budgeting method, *Journal of Financial and Strategic Decisions*, 1997
- Mirosław M. Hajdasinski, NPV-compatibility, project ranking, and related issues, *The Engineering Economist*, 1997
- Stephen Keef y Edward Olowo-Okere, Modified internal rate of return: A pitfall to avoid at any cost!, *Management Accounting: Magazine Chartered Management Accountants*, 1998
- Frank Lefley, In support of the MIRR (modified international rate of return), *Management Accounting (British)*, 1998
- Ignacio Velez-Pareja, The weighted internal rate of return (WIRR) and the expanded benefit-cost ratio (EB/ CR), 2000
- Stephen Keef y Melvin Roush, Discounted cash flow methods and the fallacious reinvestment assumption: A review of recent texts, *Accounting Education*, 2001
- S. L. Tang y H. John Tang, The variable financial indicator IRR and the constant economic indicator NPV, *The Engineering Economist*, 2003
- Mirosław M. Hajdasinski, The internal rate of return (IRR) as a financial indicator, *The Engineering Economist*, 2004
- Michael J. Crean, Revealing the true meaning of the IRR via profiling the IRR and defining the ERR, *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 2005
- David Eagle, Dean B. Kiefer y Brian Grinder, MIRR vs. IRR: Exploring the logic of the incremental reinvestment assumption, *Journal of International Finance and Economics*, 2008
- Herbert Kierulff, MIRR: A better measure, *Business Horizons*, 2008
- Olivier Rousse, On the bias of yield-based capital budgeting methods, *Economics Bulletin*, 2008
- Michael Osborne, A resolution to the NPV-IRR debate? (2004), *Quarterly Review of Economics and Finance*, 2010
- Carlo Alberto Magni, Average internal rate of return and investment decisions: A new perspective, *The Engineering Economist*, 2010

Solomon es bastante explícito en su argumento acerca del supuesto implícito en ambas medidas, y a partir de éste se desarrollan nociones acerca de las posibles tasas “externas” de reinversión para computar la rentabilidad de un proyecto de inversión.

El ejemplo que usa Solomon es simple, y plantea la situación de proyectos mutuamente excluyentes con distinta vida económica, cuyo ordenamiento según VAN es diferente al ordenamiento según TIR:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	VAN 10%	TIR
Proyecto X	-100	120				\$ 9,1	20%
Proyecto Y	-100				174,9	\$ 19,5	15%

Si los \$ 120 del proyecto X se reinvierten a 12% anual hasta el fin del año 4, el valor final es \$ 168,5 (menor que el del proyecto Y). El proyecto X tiene una rentabilidad de 20% durante el primer año, y de 12% (tasa a la que pueden reinvertirse los fondos) durante los otros tres. La tasa total es 13,9% (menor que la TIR del proyecto Y).<sup>10</sup>

Las tres medidas (valor actual neto, valor final y tasa de rentabilidad) dan el mismo ordenamiento: el proyecto Y es preferible al proyecto X.

Edward Renshaw (1957) y Robert Baldwin (1959) consideran el tema con la perspectiva de Solomon.

Específicamente, Renshaw señala: “La contribución del artículo de Solomon fue mostrar que el conflicto aparente entre estos dos procedimientos de ordenamiento se debe a los diferentes supuestos implícitos acerca de las tasas de reinversión (el enfoque de valor actual supone la reinversión de los importes intermedios a la tasa de actualización, mientras que el enfoque de la tasa de rentabilidad supone la reinversión a la tasa interna) y sugerir que el conflicto puede eliminarse haciendo un supuesto explícito acerca del rendimiento estimado de la reinversión.”

Baldwin plantea que, además de la tasa de rentabilidad “interna” (TIR) se puede calcular una tasa de rentabilidad equivalente (*equivalent rate of return*, o ERR), la cual reconoce explícitamente las tasas de reinversión y de financiamiento

Puede decirse que, a fines de los años 1950, no sólo comienza el análisis del denominado supuesto implícito de reinversión: también aparece el asunto de la denominación de esa tasa que sería distinta a la TIR.

Ezra Solomon no propone un nombre específico para tal tasa; se refiere a ella al comentar su ejemplo como “*an over-all rate*” (una tasa total). Es importante aclarar que la expresión *overall rate* se suele usar para la renta de un título al vencimiento; por tanto, es una denominación bastante genérica. Baldwin considera que no es una tasa “interna” del proyecto de inversión, sino que es una tasa de rentabilidad del proyecto que refleja tanto la rentabilidad estrictamente “interna” como la rentabilidad de los importes reinvertidos. El calificativo de “equivalente” para esta tasa de rentabilidad no parece ser el más apropiado, y no tuvo mucha aceptación.

### ***b) La controversia acerca del supuesto implícito de reinversión***

La perspectiva del supuesto de reinversión en la medida de VAN y de TIR se incluye desde los años 1960 en diversos artículos, y en textos de finanzas con bastante difusión.<sup>11</sup> Como versión abreviada queda alguna variante lexical de la afirmación de Renshaw (1957): “el enfoque

<sup>10</sup> Solomon también señala que el valor actual neto del proyecto Y se calcula actualizando los \$ 174,9 con la tasa de 12% para los tres últimos años, y de 10% para el primer año: el valor actual bruto es \$ 113,2 (VAN = \$ 13,2). El valor actual neto del proyecto X es \$ 9,1.

<sup>11</sup> Por ejemplo, Robert J. Lindsay y Arnold W. Sametz, *Financial Management: An Analytical Approach*, 1961; James T. S. Porterfield, *Investment Decisions and Capital Costs*, 1965; James C. Van Horne, *Financial Management and Policy*, 1968; J. Fred Weston y Eugene F. Brigham, *Managerial Finance*, 1969.

de valor actual supone la reinversión de los importes intermedios a la tasa de actualización, mientras que el enfoque de la tasa de rentabilidad supone la reinversión a la tasa interna”.

Simultáneamente, se produce el cuestionamiento del alcance de ese supuesto de reinversión. Paul Jeynes (1965) plantea las primeras objeciones a esa interpretación, considerando que la TIR de una inversión no formula ningún supuesto acerca de la tasa a la cual pueden reinvertirse los fondos liberados por el proyecto.

Carlton Dudley Jr. (1972) señala que “esa afirmación [de Renshaw], tomada a su valor facial, es incorrecta, ya que ninguno de los enfoques para la selección del conjunto ‘correcto’ de proyectos de inversión de un conjunto mayor de oportunidades hace algún supuesto acerca de la reinversión de los importes o de la tasa de rentabilidad que ganarán si la reinversión fuera considerada”.

En el tratamiento del tema suele haber superposición de elementos, por lo que el mapa es complicado. Por una parte, está la argumentación acerca de si el indicador incluye o no implícitamente un supuesto de reinversión. Por la otra, la explicación y el modo de considerar las situaciones en que hay conflicto de ordenamiento según VAN y TIR.

Con los distintos elementos que se plantean al considerar el tema, se pueden agrupar los argumentos del siguiente modo:

- 1) No hay reinversión implícita, “a la letra”
- 2) No hay reinversión implícita, pero sí existe en el criterio de decisión
- 3) No hay reinversión implícita ni conflicto de ordenamiento
- 4) Hay reinversión implícita, y la TIR no debe usarse para evaluar inversiones
- 5) Hay reinversión implícita y se define otra medida porcentual de rentabilidad

### *1) No existe en los propios indicadores un supuesto de reinversión*

Esta es una perspectiva simple, que no considera el origen de un posible conflicto de ordenamiento. Se basa en el hecho de que los importes que la inversión genera en cada período son, por definición, “de libre disponibilidad”, no son necesarios para sustentar la rentabilidad de la inversión, y por eso no hay reinversión supuesta.

Es lo que plantean Jeynes (1965) y Raimondi (1975), que se basan en una interpretación factual de la reinversión: no hace falta reinvertir nada para que la tasa de rentabilidad sea la que se calcula. Se observa sólo el proyecto en sí, y no la posición del inversor y su perfil de consumo (cuyas preferencias pueden ser distintas al flujo de fondos de la inversión).

Eagle, Kiefer y Grinder (2008) retoman esta perspectiva y exponen que al considerar una reinversión de los importes generados por un proyecto se vulnera el planteo incremental (sobre una base común) de la evaluación de todas las alternativas, ya que se introducen relaciones entre ellas. En su análisis del uso de la tasa interna de rentabilidad y la modificada (TIRM) concluyen: “Recomendamos que los analistas traten los importes generados por el proyecto como si se devolvieran al mercado de capitales en vez de reinvertirse. La TIRM fue desarrollada en parte para tratar con el tema de la reinversión, lo que no se aplica a proyectos independientes sin restricciones de capital, puesto que los flujos de fondos no están relacionados. Sugerimos que los analistas usen la TIR, y no la TIRM, cuando traten proyectos independientes sin restricciones de capital.”

### *2) No hay supuesto de reinversión implícito, pero sí existe en el criterio de decisión*

Se señala que cada medida es una descripción adecuada en su definición básica, aunque puede no ser suficiente como criterio de decisión.

Dudley (1972) señala: “Los supuestos acerca de la tasa a que se reinvierten los importes intermedios, hasta un momento común, *no están implícitos* en la *técnica* de determinar el valor actual o la tasa interna de rentabilidad de cualquier proyecto o conjunto de proyectos. El pro-

blema aparece específicamente porque no hay tal supuesto implícito *en la técnica*. Los supuestos sobre las tasas de reinversión están implícitos, en sí y por defecto, en la decisión de usar uno u otro de los dos criterios y no hacer ninguna estimación explícita del posible rendimiento de la reinversión de los importes generados antes del momento final. La importancia de esta distinción está en el hecho de que la creencia errónea implica que el problema está más allá del control práctico del analista, y que está implícito en la técnica.”

Por esto, se considera que las medidas según VAN y TIR son representativas (correctas) de cada proyecto, pero no de los “cursos de acción”, como denomina Solomon a la consideración de la medida en la riqueza.

Para resolver el conflicto de ordenamiento (*ranking*) o conveniencia relativa se puede usar la rentabilidad incremental entre una y otra. Esto es lo que plantea inicialmente Irving Fisher, por lo que esta forma de análisis se denomina “intersección (o tasa) de Fisher”. En sentido estricto, con esto se considera el predominio de la indicación de conveniencia según VAN, y se incluyen juicios explícitos acerca de la reinversión de los importes generados.

Lohmann (1988) analiza los componentes dentro del flujo de fondos y muestra lo que ya había explicado Richard Bernhard (1962): la tasa de rentabilidad calculada como la TIR no es la rentabilidad de la “inversión inicial” sino del saldo periódico no recuperado (*unrecovered balance*).<sup>12</sup>

A partir de eso distingue la rentabilidad de la inversión en sí y el uso de la misma en la decisión. “La TIR como *medida de valía* (*measure of worth*) expresa la tasa a la cual el capital que permanece invertido (o prestado) en la oportunidad *j* crece entre  $t=0$  y  $t=H$ . La TIR como *medida de valía* no implica nada acerca de la tasa a la que crecería después el importe generado por la decisión en la oportunidad *j*. Sin embargo, la TIR como *criterio de decisión*, que comprende tanto la medida de valía como las reglas de decisión, implica que el capital que permanece invertido en la oportunidad *j* crecería a la TIR (vía la medida de valía) y que el importe que genera la decisión puede ser invertido para crecer a la tasa marginal de rentabilidad del decididor (vía las reglas de decisión). Esto es, la comparación de la tasa de rentabilidad *r* con la tasa marginal *m* implica que el dinero generado por la decisión de la oportunidad *j* puede invertirse a la tasa *m* mientras el capital que permanece invertido en la oportunidad *j* crecería a la tasa *r*.”

Lohmann destaca que, en varias situaciones de efectiva reinversión, la TIR es igual pero no lo es el efecto total (medido como valor actual o como valor final). Se atiende a las características de cada medición, e implícitamente considera que el conflicto de ordenamiento se salda a favor del valor actual.

Carlson, Lawrence y Wort (1974) también consideran que la reinversión no está implícita en la medida propia de la inversión, pero sí cuando se enfoca el efecto total (en términos de Solomon, la riqueza) como criterio de decisión. Es un razonamiento similar al que plantea De Pablo (1974, 1976).<sup>13</sup>

De ahí, Carlson *et al* concluyen que el valor actual no considera reinversión, y tampoco la TIR, aunque el valor final sí lo hace. Su argumento usa una forma particular para interpretar el significado del valor en la decisión. Señalan que el valor actual y el valor futuro, si bien matemáticamente resultan del mismo tipo de cálculo, no son equivalentes para la decisión economi-

<sup>12</sup> Richard Bernhard extiende en forma sucesiva esta perspectiva de tasa de rentabilidad generalizada, según los diferentes perfiles de importes periódicos y la riqueza a que se refiere la rentabilidad: “El valor actual neto de un proyecto y la tasa interna constante de rentabilidad tienen consecuencias completamente diferentes con respecto a cómo se asigna el flujo de fondos del proyecto a los importes período a período y, entonces, a los niveles de la base de riqueza invertida período a período en el proyecto, y a las tasas de rentabilidad que se ganan o incurren sobre esas bases”. (Richard H. Bernhard, *Income, wealth base and rate of return implications of alternative project evaluation criteria*, *The Engineering Economist*, 1993)

<sup>13</sup> El razonamiento también está en las nociones que se evocan en dos ensayos discutidos en las IX Jornadas Nacionales de Administración Financiera (SADAF, 1989):

Oscar Gaspar y Ricardo Fornero, *Un diálogo sobre la tasa de rendimiento*

Alberto Macario, Gustavo Macario y Alberto Marcel, *Aspectos de la tasa interna de rendimiento*

ca: el valor actual incorpora un criterio de consumo, mientras que el valor futuro se refiere a la riqueza.

“La actualización es la inversa de la composición. No son el mismo proceso. La tasa interna de rentabilidad, si se calcula por composición hasta el momento final, es una tasa de rentabilidad compuesta; si se calcula por actualización hasta el presente, es una tasa de rentabilidad ‘descontada’. Con los dos procesos se calcula la misma ‘tasa’ de rentabilidad sobre el capital invertido. Sin embargo, si los importes intermedios se reinvierten, la tasa de rentabilidad incluye más que la recuperación absoluta, porque la base de la inversión aumenta en el tiempo, mientras que, al actualizar, la base se reduce a medida que se producen los importes.”

“La medida razonable de una inversión depende de los objetivos del inversor. Para Fisher el objetivo de inversión es ampliar el consumo y maximizar la utilidad. Entonces, para él la medida apropiada fue la tasa de rentabilidad actualizada (‘discount’), una mecánica que no requiere la reinversión de los importes intermedios.”

“En el análisis moderno, el objetivo de la inversión se ve como la maximización de la riqueza del inversor en algún punto futuro del tiempo. Entonces, en la perspectiva de los teóricos modernos un proyecto individual no es considerado en sí mismo, y se requiere el análisis en conjunto con las inversiones a las que el capital puede aplicarse a medida que se recupera de la inversión bajo estudio. La medida de la TIR consistente con estos objetivos es la tasa interna de rentabilidad ‘compuesta’, la cual requiere la reinversión de los importes intermedios.”

Podría decirse que esta interpretación de la teoría del capital de Fisher (que en buena medida está presente en lo que Carlson *et al* denominan “análisis moderno”) implica tomar demasiado literalmente una parte del planteo de Fisher (el “óptimo productivo” al que se refiere Hirshleifer, ver punto 2.1.b).

No parece consistente con el significado que Fisher da al valor de capital (valor actual), que lleva a una decisión de inversión óptima (para el objetivo de un perfil de consumo deseado) sólo si puede transformarse mediante operaciones en el mercado financiero. De lo contrario, únicamente serían óptimas las decisiones de inversión cuyo flujo de fondos coincide exactamente con el perfil de consumo.

Para Fisher, y posiblemente para todos, ni la inversión ni la riqueza son un fin en sí, sino que valen por su relación con un perfil preferido de consumo. La “maximización de la riqueza” (a su valor actual) no evoca una pura acumulación, sino que se plantea como una forma de alcanzar el objetivo de consumo preferido, que puede alcanzarse por transacciones de valor equivalente al flujo de fondos de la inversión a través de operaciones financieras.

Puede haber otros objetivos de la decisión de inversión (crecimiento, tamaño, tipo de actividad, etc.), pero en los términos de la teoría de la inversión la riqueza se refiere al perfil preferido de consumo, al que apunta y que puede obtenerse a través del mercado de capital (a lo que Fisher considera como “prestar o tomar prestado”, y que genéricamente corresponde a tomar diversas posiciones mediante operaciones sobre activos).

### 3) No hay reinversión implícita ni conflicto de ordenamiento

En otra línea de razonamiento la reinversión no está implícita, pero se considera que tampoco es un asunto relevante para la decisión.

Esto se basa en considerar que las medidas de VAN y TIR son sólo una expresión podría decirse “nominalista matemática”, que representa sólo algunos aspectos de la inversión. Son medidas que no pueden usarse en una regla de decisión automática, para realizar comparaciones entre alternativas; funcionan como indicadores válidos en cada inversión aislada, y la comparación de alternativas requiere una aplicación cuidadosa (no automática).

Entonces, no hay conflicto de la regla de decisión porque no debería plantearse la decisión entre alternativas con la regla de decisión. VAN y TIR surgen de una sola expresión matemática, y por eso no son dos medidas distintas.

“La matemática es una herramienta, y el marco es la economía. El problema aparece por la confusión de esta jerarquía, al tratar de conformar la economía a la matemática.”<sup>14</sup> “El hecho de que una medida del valor de la inversión incluya conceptos del flujo de fondos actualizado no garantiza que dará resultados correctos en todos los casos.” “El método del valor actual puede hacer una contribución importante a la solución de los problemas de la toma de decisiones de inversión, pero es importante que el usuario entienda qué obtiene cuando actualiza el flujo de fondos de una inversión, y qué no obtiene.”<sup>15</sup>

Esta forma de considerar el asunto es una relativización de las propias medidas. Herbst señala que en los indicadores no hay supuesto implícito de reinversión, con argumentos parecidos a los de la perspectiva (1) anterior.

No es un detalle menor que esta forma de considerar el tema surja al realizar una exposición integral de la evaluación de las decisiones de inversión, que incluye elementos conductuales además de los formales.

#### 4) Hay reinversión implícita, y la TIR no debe usarse para evaluar inversiones

Existe una respuesta más drástica al tema de las limitaciones de la TIR como indicador para la decisión de inversión. Se plantea por la posibilidad matemática de varias TIR o ninguna (que es un aspecto técnico de la medida), y porque el supuesto implícito de reinversión afecta su carácter de medida “verdadera” de la rentabilidad. Entonces, se concluye, no debería usarse para ordenar alternativas de inversión.<sup>16</sup>

Este juicio se inicia con un análisis realizado por Jack Hirshleifer (1958), y más detalladamente por Gerald Fleischer (1966) y James Mao (1966),<sup>17</sup> y se mantiene hasta el presente en todos los casos en que se considera que la medida “verdadera” de la inversión es el valor actual neto, y que una TIR es válida sólo cuando es compatible con ése.

Esto es lo que Miroslav Hajdasinski denomina *NPV-compatibility*,<sup>18</sup> la compatibilidad con VAN de cualquier otra medida de la inversión: “Un criterio de evaluación de proyectos de inversión es completamente compatible con VAN si indica, en cada instancia de la evaluación del proyecto, el mismo estado de rentabilidad que indica VAN”.

Para completar el asunto se suele realizar una lista de defectos de la TIR:

- 1) pueden existir varias tasas al realizar el cálculo (varios puntos de  $VAN=0$ , lo que se conoce como TIR múltiples);
- 2) puede que no exista una tasa con valor real (lo que ubica la solución del polinomio en el dominio de los números complejos);
- 3) el ordenamiento de proyectos según la TIR puede no ser equivalente al ordenamiento según el VAN;
- 4) la TIR puede ser un criterio ambiguo, ya que no distingue entre la tasa resultante del flujo de fondos de un proyecto y de un préstamo;

<sup>14</sup> Anthony F. Herbst, *Capital Budgeting: Theory, Quantitative Methods, and Applications*, 1982

<sup>15</sup> Harold Bierman y Semour Smidt, *The Capital Budgeting Decision*, 1975

<sup>16</sup> Se han propuesto diversas formas de tratar el tema de las TIR múltiples, con criterios para determinar la tasa de rentabilidad relevante. Una solución que se planteó en los años 1970 es eliminar los importes negativos compensándolos con el positivo inmediato anterior. Así se difundió una TIR que es la rentabilidad a partir de un flujo de fondos que está equilibrado en sus necesidades de financiamiento, y que por eso se denomina *financial management rate of return* (FMRR, tasa de rentabilidad de la dirección financiera).

<sup>17</sup> Jack Hirshleifer, On the theory of optimal investment decision, *Journal of Political Economy*, 1958

Gerald A. Fleischer, Two major issues associated with the rate of return method for capital allocation: “the ranking error” and “preliminary selection”, *Journal of Industrial Engineering*, 1966

James C. T. Mao, The internal rate of return as a ranking criterion, *The Engineering Economist*, 1966

<sup>18</sup> Miroslaw M. Hajdasinski, NPV-compatibility, project ranking, and related issues, *The Engineering Economist*, 1997

- 5) puede que no exista compatibilidad con el VAN (es un caso especial del aspecto 4 anterior);
- 6) la TIR no puede usarse como criterio de decisión si el costo de capital varía a lo largo del tiempo.

La sentencia negativa en el “juicio a la TIR” está presente en muchos de los libros de estudio de administración financiera, donde se argumenta sobre la mejor calidad del VAN, por su consistencia con el objetivo financiero de la empresa. Esto suele venir acompañado con alguna mención de que el uso bastante difundido de la TIR como criterio de decisión en la práctica se origina en razones que están más allá de la teoría de la inversión.

Como en todos estos aspectos de las medidas de una inversión, también está la perspectiva inversa. La TIR se salvaría no por ser una medida conceptualmente coherente de una inversión, sino porque es una heurística de decisión útil: cuando la tasa de rentabilidad de un proyecto es mayor que la tasa de rendimiento requerido subvalúa los importes más alejados (en comparación con el efecto que esos importes tienen en el valor actual neto), y con eso corrige posibles errores y sesgos en la estimación de los importes de períodos más remotos.<sup>19</sup>

#### *5) Hay reinversión implícita y se define otra medida porcentual de rentabilidad*

Se considera que una medida correcta de una inversión es la del efecto que tiene en la “riqueza” (lo que ocurre en el futuro según los “cursos de acción alternativos” a que se refería Ezra Solomon en 1956). Entonces, tanto la medida de valor actual como la de la tasa de rentabilidad deben considerar explícitamente el efecto de la reinversión de los importes periódicos.

La formulación de una medida alternativa de rentabilidad generalmente se basa en el argumento de que la TIR no es una buena medida para la decisión debido al supuesto implícito de reinversión. Sin embargo, también hay casos en que se afirma que la TIR, en sí misma, es una buena medida de la inversión, pero que hace falta otra medida para mostrar los aspectos que pueden ser relevantes. Sería, entonces, la forma de introducir en una medida el criterio de decisión al que se refieren quienes argumentan la validez de la TIR y su complementación con otro criterio (la perspectiva (2) anterior).

En el punto 3 se describen las medidas porcentuales de rentabilidad que se han planteado (como tasas de rentabilidad modificadas). La redefinición se ha concentrado principalmente en la tasa de rentabilidad, ya que no se cuestiona tanto la adecuación conceptual del supuesto de reinversión en el VAN (inversiones o consumo que tienen una tasa que equivale a la de rendimiento requerido usada para el cálculo).

Sin embargo, ya en el ejemplo de Ezra Solomon (1956) que inicia este tema, la tasa de rentabilidad estimada de la reinversión es distinta a la de costo de capital. Esto implica que también existiría una medida diferente del VAN. Robert Beaves (1993) plantea un VAN generalizado, como el valor actual de un valor final que se calcula con las tasas de rentabilidad de las reinversiones, del que se detrae el valor actual de la inversión de base. Este es básicamente el criterio que aplica Solomon en su ejemplo simplificado (según se comenta en el apartado 2.a).

Por similar razón, y sin considerar una expresión generalizada de VAN, Herbert Kierulff (2008) argumenta que sólo una tasa de rentabilidad modificada es una medida correcta de una inversión.

---

<sup>19</sup> Daniel Asquith y Jennifer E. Bethel, Using heuristics to evaluate projects: The case of ranking projects by IRR, *The Engineering Economist*, 1995

### 3. Medidas de rentabilidad alternativas a TIR

Se han producido varias tasas de rentabilidad que, con algún calificativo, procuran distinguirse de la tasa interna de rentabilidad “convencional” (*internal rate of return*, IRR). En general, consisten en incluir explícitamente una forma de reinversión, que complementa el flujo de fondos de la inversión considerada. Dicho de otra forma, mediante actualizaciones y futurizaciones se obtiene un perfil de fondos que tiene sólo un importe inicial y uno final.

Las diferencias entre las medidas propuestas se originan en el tipo de manipulaciones de los importes, y en la forma en que se racionalizan verbalmente (como la rentabilidad de las oportunidades de inversión fuera del proyecto y el costo de su financiamiento, como una cartera de inversiones que están vinculadas a la que se considera, etc.).

Hay varias formas de modificar el importe neto por período para que sea cero en todos excepto en el primer momento y en el último. Lo que puede agregar confusión es que en la literatura se da igual denominación a las tasas modificadas que resultan de diferentes manipulaciones de los importes. Y también de que se da una denominación distinta a las que surgen con una forma de manipulación similar.

#### a) Las variantes de TIR modificada

La primera versión “moderna”<sup>20</sup> de una tasa de rentabilidad modificada fue ERR (*equivalent rate of return*, tasa equivalente de rentabilidad), planteada por Robert Baldwin (1959), con lo que puso otro nombre a la tasa que calculó Ezra Solomon (1956) y a la que consideró de “rentabilidad total” (*over-all rate*).

La tasa de rentabilidad estimada de la reinversión no necesariamente es la tasa de financiamiento, o costo de capital explícito. Entonces, la tasa de rentabilidad modificada resultaría de tres tasas: la rentabilidad “interna” del proyecto, la de costo de capital (o “de financiamiento”) y la tasa de rentabilidad de la reinversión de los fondos que genera el proyecto.

Muchos años después, en 1989, Michael Crean se refiere también a una ERR, por *external rate of return* (tasa externa de rentabilidad, en español TER), que es lo mismo que la otra ERR, pero que se presenta como la TIR de la cartera resultante de las reinversiones (a la que denomina *portfolio IRR*). En el mismo movimiento señala que la TIR en sí no implica reinversión, sino que ésta se refleja en la ERR. La ERR (o TER) es una media geométrica ponderada de las TIR de cada componente.

En el cuadro 2 se presenta la secuencia resumida de las denominaciones de las tasas que se comentan en este apartado y uno siguiente.

En las versiones iniciales de la tasa total (o equivalente, ERR) de una inversión<sup>21</sup> no se explica cómo considerar los importes negativos intermedios que pueden existir.

Steven Lin (1976) plantea lo que denomina TIR modificada (TIRM, *modified internal rate of return*, MIRR) de un flujo de fondos con reinversión y posibles importes negativos intermedios. El modo de tratar estos últimos produce dos versiones de MIRR.

Una versión de TIRM se calcula considerando la inversión total como el valor actual de todos los importes negativos, y el valor final como el valor futuro de todos los importes positivos. Este se considera la “riqueza” generada por la inversión total (la propuesta de inversión y sus complementos por reinversión de los importes que se generan). La MIRR (o TIRM) es la tasa compuesta de ese flujo con un importe inicial y uno final.

En el cuadro 3 se muestra la expresión formal de la TIRM y de la transformación del flujo de fondos.

<sup>20</sup> En el apartado siguiente se comenta una TIR modificada que se plantea en el siglo XVIII.

<sup>21</sup> También puede calcularse una TIR (o una TER) de un préstamo.

**Cuadro 2. Rentabilidad porcentual de una inversión: Las tasas y las letras**

<i>Origen</i>	<i>Denominación</i>	
	<i>en inglés</i>	<i>equivale en español</i>
Boulding, en 1935, introduce la denominación de la tasa cuyo uso se generaliza.	Internal rate of return IRR	Tasa interna de rentabilidad TIR
Solomon, en 1956, plantea el efecto de la rentabilidad de la reinversión en la TIR.	Over-all rate	Tasa total
Baldwin, en 1959, explicita la forma de calcular la tasa de Solomon.	Equivalent rate of return ERR	Tasa equivalente de rentabilidad TER
Lin, en 1976, generaliza la tasa de Solomon (la ERR de Baldwin) para los proyectos de inversión que tienen importes negativos intermedios, e introduce la expresión tasa modificada.	Modified internal rate of return MIRR	Tasa interna de rentabilidad modificada TIRM
La MIRR (TIRM) de Lin es similar a ERR (TER) de Baldwin, y después se denomina también tasa total.	Overall rate of return ORR	Tasa total de rentabilidad TTR
Crean, en 1989, presenta la MIRR (TIRM) como la tasa de la cartera formada por el proyecto que se considera y sus reinversiones; la denomina externa.	External rate of return ERR	Tasa externa de rentabilidad TER
<i>Tasas de rentabilidad para la comparación de proyectos con diferente tamaño de inversión</i>		
Athanasopoulos, en 1978, introduce una tasa modificada (MIRR o TIRM) corregida por tamaño.	Effective rate of return ERR	Tasa efectiva de rentabilidad TER
Vélez Pareja, en 1979, plantea una tasa modificada como promedio de la tasa de cada proyecto y de los fondos que no se invierten en él. El resultado es similar a la tasa efectiva de rentabilidad (ERR de Athanasopoulos).	Weighted internal rate of return IRR <sub>w</sub> (después WIRR)	Tasa interna de rentabilidad ponderada TIRP
Shull, en 1992, presenta una tasa modificada ajustada, que es similar a la tasa efectiva de rentabilidad (ERR de Athanasopoulos).	Adjusted modified internal rate of return ADMIRR o ADJORR	Tasa interna de rentabilidad modificada ajustada
Howe, en 1991, plantea una tasa que reconoce la reinversión y el efecto tamaño, y que es una variante del índice de rentabilidad.	Perpetuity rate of return PRR	Tasa de rentabilidad a perpetuidad
<i>Tasas de rentabilidad generalizadas para reconocer la reinversión y las diferencias de tamaño</i>		
Volkman (1997)	Rate of return on invested assets RRIA	Tasa de rentabilidad sobre la inversión
Magni (2010)	Average internal rate of return AIRR	Tasa interna de rentabilidad promedio TIRP

**Cuadro 3. Tasa interna de rentabilidad modificada (TIRM)**

Se considera un proyecto de inversión A con el perfil de flujo de fondos	$\{F_t^A\} \quad t = 0,1,2,\dots, n \quad \text{y al menos } F_0 < 0$
La TIR se obtiene de la expresión	$F_0^A = \sum_{t=1}^{t=n} \frac{F_t^A}{(1 + TIR_A)^t}$
El perfil modificado de A es	$\{I_A, 0, 0, \dots, 0, VF_A\}$
La TIRM (MIRR ó ORR) es	$TIRM_A = \left( \frac{VF_A}{I_A} \right)^{1/n} - 1$
Para la transformación se consideran las tasas (constantes en todos los períodos)	k = tasa de actualización r = tasa de rentabilidad de reinversión
Transformación básica: Se redefinen los importes periódicos	$b_t^A = \begin{cases} F_t^A & \text{si } F_t^A < 0 \\ 0 & \text{si } F_t^A \geq 0 \end{cases} \quad t = 0,1,\dots, n$
La inversión total se calcula	$I_A = - \sum_{t=0}^{t=n} \frac{b_t^A}{(1 + k)^t}$
El valor final es	$VF_A = \sum_{t=0}^{t=n} (F_t^A - b_t^A) (1 + r)^{n-t}$

La segunda versión resulta de calcular la TIRM como si se “financiaran” los importes negativos intermedios con los positivos inmediatamente anteriores. Los importes negativos netos se actualizan, y así se forma la medida en el momento inicial de la inversión total a considerar. Los importes positivos netos se futurizan hasta el momento final con la tasa que se considera para las reinversiones. La tasa compuesta entre ambos es la MIRR (o TIRM).

En la primera versión se calcula la rentabilidad de la inversión total del proyecto, y en la segunda, la rentabilidad de los fondos netos (externos al proyecto) que se invierten. Ambas se ejemplifican en el cuadro 4.

La denominación *TIR modificada* (MIRR, o TIRM) puede ser un poco confusa. Se acepta que la palabra “interna” (tasa *interna* de rentabilidad) mide la rentabilidad de la inversión mientras los fondos permanecen usados en el proyecto. La rentabilidad de la reinversión sería “externa” al proyecto, y la tasa interna y la externa forman la tasa de rentabilidad que se expresa como TIRM. Por tanto, en esta tasa no debería incluirse la calificación de “interna”.

Lo que algunos proponen como una tasa total de rentabilidad (*overall rate of return, ORR*)<sup>22</sup> se calcula igual que la TIRM. Atendiendo al significado que tiene la palabra “interna” en la TIR, posiblemente esta denominación sea más adecuada.

<sup>22</sup> Au (1983), Shull (1992, 1994), Beaves (1993), Vélez-Pareja (2000). La denominación “tasa total de rentabilidad” (overall rate of return) a veces se usa para referirse a la rentabilidad de un título al vencimiento (a diferencia de la rentabilidad periódica según el valor de mercado), y también a la rentabilidad de un inmueble. En el presente con-

**Cuadro 4. Ejemplo de tasa interna de rentabilidad modificada (TIRM)**

El proyecto de inversión con el siguiente flujo de fondos tiene una tasa interna de rentabilidad (TIR) de 27%:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	TIR
Proyecto Z	-150	50	-90	250	120	27,5%

Se considera una tasa de rentabilidad de la reinversión de los fondos que genera el proyecto en cada período de 12%, y una tasa de financiamiento (costo de capital explícito) de 10%.

**TIRM Versión 1**

Se calcula el valor actual de los importes negativos (con la tasa de financiamiento) y el valor final de los importes positivos (con la tasa de reinversión)

$$150 + VA(90) = 150 + 74,4 = 224,4$$

$$VF(50) + VF(250) + 120 = 70,2 + 280 + 120 = 470,2$$

TIRM se determina la rentabilidad acumulada en los 4 años:

$$470,2 / 224,4 = 2,095$$

$$TIRM_Z = \sqrt[4]{\frac{470,2}{224,4}} - 1 = 20,3\%$$

**TIRM Versión 2**

Se considera que el importe de \$ 50 en el segundo año financia (parcialmente) la inversión de \$ 90 del tercero. En t=3 queda una inversión neta de \$ 90 - 50 x 1,1 = 35. Con el flujo de fondos resultante se calcula TIRM.

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
Proyecto Z	-150	0	-35	250	120

$$150 + VA(35) = 150 + 28,9 = 178,9$$

$$VF(250) + 120 = 280 + 120 = 400$$

TIRM se determina la rentabilidad acumulada en los 4 años:

$$400 / 178,9 = 2,236$$

$$TIRM_Z = \sqrt[4]{\frac{400}{178,9}} - 1 = 22,3\%$$

También se plantean “modificaciones” a la tasa interna de rentabilidad modificada. Para la comparación de alternativas con diferente vida económica, McDaniel, McCarty y Jessell (1988) formulan una rentabilidad marginal sobre el capital invertido (MRIC, *marginal return on invested capital*), ajustando por el lapso de la inversión de vida más larga. Esta medida es una TIRM ajustada por el período, aunque la TIRM en sí misma permite realizar esa comparación en la mayoría de los casos.

La tasa modificada puede producir inconsistencias de ordenamiento (en comparación con VAN) si la tasa de rendimiento requerido es distinta en cada proyecto de inversión (por diferencias en la compensación por riesgo).

---

texto, de la medida de rentabilidad de un proyecto de inversión, esa tasa implica la consideración de la rentabilidad de la reinversión.

Olivier Rouse (2008) propone una tasa real de rentabilidad (*real rate of return*, RRR) que resulta de ajustar la TIRM con el rendimiento requerido o costo de capital. El calificativo de “real” surge de una similitud con el cálculo de una tasa real de interés eliminando el efecto de la inflación. Para esta medida de rentabilidad que plantea Rouse se considera que la tasa de costo de capital es algo así como “la tasa de inflación del capital del proyecto”. Por tanto, la propuesta no es de una tasa de rentabilidad en sí misma, sino de una tasa de rentabilidad con respecto al rendimiento requerido.

#### b) La “TIR modificada” de Duvillard

En fecha reciente, Yuri Biondi muestra la relación que existe entre un estudio sobre las anualidades publicado en 1787 y la tasa interna de rentabilidad de una inversión y su expresión “modificada”.<sup>23</sup>

Emmanuel-Etienne Duvillard de Durand (1755-1832) realiza un estudio sobre las rentas, o anualidades (*Recherches sur les rentes, les emprunts et les remboursements*, Investigación sobre las rentas, los préstamos y los pagos) en 1786, que envía a la Academia de Ciencias de París, y que se publica el año siguiente en París y Ginebra.

El estudio es un detallado análisis financiero y económico del costo de las anualidades, que apunta a interpretar las condiciones que definen su costo para el prestatario (en el enfoque de Duvillard, el Estado) y la relación entre los pagos comprometidos y la tasa de interés aceptable, en esa época 5% anual, que se considera prácticamente un dato. También desarrolla una forma de determinar el momento de cancelación óptima de una anualidad.

El análisis se hace considerando el valor final de la renta, y Duvillard presenta dos tasas en el cálculo financiero: aquella que convierte el importe inicial del préstamo en un importe final y la tasa con la cual se llevan a valor final los pagos periódicos del préstamo. Con esto plantea una situación con dos tasas de rentabilidad: la de la colocación inicial y la de la reinversión (recolocación) de los importes según se realizan los pagos).

En esa época no hay un análisis económico de la tasa de interés de mercado en equilibrio, sino que el problema se considera según la posible “reversión”. Duvillard plantea las formas de “reproducción” con interés simple y con interés compuesto.

Así, el valor final de la anualidad, desde la perspectiva del prestamista, y según la forma de reinversión, se iguala con el depósito equivalente a una tasa media, que equivale matemáticamente a la tasa interna de rentabilidad modificada tal como se presenta en los años 1970 como criterio para evaluar una inversión.

El modelo se formula con el valor final porque el objetivo de Duvillard es determinar el momento en que resulta conveniente precancelar el compromiso de la anualidad, según cambie la tasa que requieren los prestamistas para nuevos préstamos.

Adopta claramente una perspectiva de valor (o riqueza, o cartera) total, y no del valor de cada anualidad. Al considerar la rentabilidad de inversiones, esto es simétrico con la perspectiva de la TIR de cada inversión que se considera, y el rendimiento (originado en esa inversión) que resulta para la posición total del inversor.

Duvillard de Durand hace su análisis para estudiar los efectos económicos del problema, a fin de formular recomendaciones para la contratación de préstamos. Para esto introduce un planteo de optimización con cálculo matemático. Realiza también estudios actuariales, que se publican a principios del siglo XIX.

Sus contribuciones permanecen olvidadas, y los libros no son re-editados. Recién en 1968, William J. Baumol y Stephen M. Goldfeld comentan el enfoque de *Recherches sur les rentes* en

<sup>23</sup> Yuri Biondi, Duvillard’s “Recherche sur les Rentes” (1787) and the modified internal rate of return, en Geoffrey Poitras (Ed), *Pioneers of Financial Economics: Contributions Prior to Irving Fisher*, 2005

Yuri Biondi, The double emergence of the modified internal rate of return: The neglected work of Duvillard (1755-1832) in a comparative perspective, *European Journal of Economic Thought*, 2006

su antología de los precursores de la economía matemática.<sup>24</sup> Biondi apunta que ellos no interpretan correctamente el modelo de análisis financiero de la anualidad que plantea Duvillard.

Es claro que no hay una influencia de Duvillard en el análisis de las decisiones óptimas de inversión, que se desarrolla desde los años 1950. En retrospectiva, Biondi señala que puede considerarse que identifica, en su análisis de las anualidades, la estructura que tiene el problema de la optimización de inversiones sin suponer mercados completos y perfectos (supuesto que se mencionó en el punto 1). En este camino, desarrolla lo que se interpretaría como una “tasa interna generalizada” de un flujo de fondos.

Entonces, no es por su influencia que parece adecuado recordar este antecedente; más bien, porque muestra que la noción de *la perspectiva del curso de acción completo* tiende a aparecer toda vez que se considere explícitamente una medida a partir de un flujo de fondos (es decir, en una situación multiperiodica).

### c) Tasas de rentabilidad modificadas para comparar proyectos de diferente tamaño

La tasa de rentabilidad modificada (MIRR, ORR), como medida de rentabilidad de la inversión, se puede considerar compatible con el valor actual neto (VAN) en muchos casos, en el sentido de que produce el mismo ordenamiento de las alternativas.

En el proceso de “modificación” de la tasa de rentabilidad aparece el posible efecto de la magnitud de la inversión en las medidas. Esta es una característica que se manifiesta de modo diferente en VAN y TIR.

La forma habitual de tratar la comparación de dos proyectos con distinta magnitud de inversión, mediante una tasa de rentabilidad, es con el enfoque de la denominada inversión diferencial. Si la tasa interna de rentabilidad de la diferencia es mayor que la tasa de rendimiento requerido, es preferible el proyecto con mayor valor actual neto.

En la versión original de Irving Fisher se considera el flujo de fondos de una inversión hipotética como la diferencia de los importes de las dos que se analizan; la TIR de este flujo de fondos mide la rentabilidad incremental.

Por ejemplo, el proyecto F tiene una inversión de 380 y el proyecto E de 250; ambos son mutuamente excluyentes:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	VAN 10%	TIR
Proyecto E	-250	110	140	100	\$ 40,8	19,2%
Proyecto F	-380	130	230	160	\$ 48,5	16,8%

El ordenamiento es diferente según se haga con VAN o con TIR. Se puede calcular la tasa de rentabilidad modificada, TIRM, de cada proyecto, considerando que la reinversión de los fondos generados en cada período tiene una rentabilidad igual al costo de capital, 10%, es decir, esas inversiones complementarias de cada proyecto tienen VAN = 0.

La rentabilidad modificada de E es 15,7% y de F es 14,5%. El ordenamiento que se hace con TIRM es similar al de TIR, e inverso al que se realiza con VAN.

El criterio de Fisher, de considerar el proyecto diferencia F – E implica que al invertir los \$ 130 en el proyecto F se tiene para ellos una rentabilidad (TIR) de 12,9%:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	VAN 10%	TIR
Proyecto Diferencia	-130	20	90	60	\$ 7,7	12,9%

Esa rentabilidad es mayor que la tasa de rendimiento requerido (10%), y entonces conviene realizar el proyecto con mayor inversión (y mayor valor actual neto).

<sup>24</sup> William J. Baumol y Stephen M. Goldfeld, *Precursors in mathematical economics: An anthology*, 1968

Al plantearse la TIR modificada (MIRR o TIRM) surge el concepto de aplicar este criterio para la tasa de rentabilidad de la inversión incremental.

Richard Bernhard (1989) aplica directamente la noción de inversión diferencial con el criterio de la tasa modificada (MIRR). Esa tasa de rentabilidad modificada con la diferencia del valor final y la diferencia de la inversión total sería una tasa de Fisher calculada como TIRM.

Con la inversión y el valor final de los proyectos A y B, calculados con el criterio de TIRM (con la simbología explicada en el cuadro 3) la tasa de rentabilidad incremental es:

$$\text{TIRM}_{B-A} = \left( \frac{\text{VF}_B - \text{VF}_A}{I_B - I_A} \right)^{1/n} - 1$$

La fórmula de Bernhard calcula la rentabilidad de la diferencia como una tasa modificada (TIRM). El valor final de los importes de los años 1, 2 y 3 es \$ 570,3 en el proyecto F y de \$ 387,1 en el proyecto E. La diferencia de inversión, \$ 130, produce una diferencia de valor final de \$ 183,2, al cabo de 3 años. La tasa anual equivalente es 12,1% (en vez de 12,9% de la TIR).

Poco después de que Steven Lin expusiera su solución completa de la TIRM, en 1976, Peter J. Athanapoulos (1978), en una breve nota, calcula lo que denomina tasa de rentabilidad efectiva (*effective rate of return*, ERR). Esta es una tasa de rentabilidad modificada de los proyectos con menor inversión, en comparación con el proyecto que requiere el mayor importe de inversión.

$$\text{ERR}_A = \left( \frac{\text{VF}_A + (I_{\text{MAX}} - I_A)(1+k)^n}{I_{\text{MAX}}} \right)^{1/n} - 1$$

Esta ERR es distinta a las dos ERR comentadas en el apartado 3.a, como tasa de rentabilidad “equivalente” o “externa” (que son similares a TIRM).

El efecto tamaño de los proyectos no se analiza por la diferencia (criterio de Fisher, aplicado también por Bernhard), sino que se calcula directamente una tasa de rentabilidad modificada para los proyectos con menor inversión, considerando también el supuesto para de la rentabilidad de los fondos disponibles que no se usan en cada proyecto.

En el ejemplo anterior, la ERR del proyecto E es 13,8%:

$$\text{ERR}_E = \left( \frac{387,1 + 130(1+0,1)^3}{380} \right)^{1/3} - 1 = 13,8\%$$

La ERR del proyecto con mayor inversión (F) es la TIRM de ese proyecto, 14,5%. De este modo, la tasa de rentabilidad da un ordenamiento de los proyectos igual al que surge del valor actual neto.

David Shull (1992) plantea una tasa de rentabilidad similar a esta ERR, a la que denomina tasa total ajustada (*Adjusted ORR*, ADJORR) o tasa interna de rentabilidad modificada ajustada (*Adjusted MIRR*, TIRM ajustada).

$$\text{ADMIRR}_A = \left( \frac{\text{VF}_A + (I_{\text{MAX}} - I_A)(1+k)^n}{I_{\text{MAX}}} \right)^{1/n} - 1$$

Su razonamiento es el mismo ya comentado. Se considera que se invierte siempre el importe del proyecto con mayor inversión, sea en una alternativa completa (el proyecto con mayor inversión), o en una de las alternativas propuestas con menor inversión y en una inversión complementaria. Shull considera que el criterio más adecuado para medir la tasa de rentabilidad modificada (TIRM) es la versión 2 comentada antes (ver cuadro 4).

En otro ensayo, Shull (1993) presenta esencialmente la misma medición con otra denominación, *Scale-Adjusted Return Method* (SAR method, método de rentabilidad ajustada por escala),

como una forma sistemática de ordenar las propuestas de inversión. No explica por qué cambia el nombre de la medida que usa.

Ignacio Vélez-Pareja (2000) denomina a una medida similar tasa interna de rentabilidad ponderada (*weighted internal rate of return*, WIRR, o  $IRR_w$ ), ya que puede verse como un promedio aritmético de la TIRM de la inversión que se considera y de la rentabilidad (que se estima igual a la tasa de actualización) de la diferencia de fondos con respecto al proyecto con mayor inversión.

Señala que planteó esta denominación en un documento de 1979, con una expresión a partir de la tasa interna de rentabilidad de un proyecto considerando reinversión de los importes generados hasta el final ( $IRR_{R,A}$ ) (la tasa total, ORR o TIRM):

$$IRR_w = \frac{IRR_{R,A} I_A + k (I_{MAX} - I_A)}{I_{MAX}}$$

En el ejemplo anterior, esa IRR del proyecto E es la TIRM, 15,7%. La tasa de rentabilidad ponderada es 13,7%, prácticamente igual que la tasa efectiva de rentabilidad, ERR, de Athanapoulos y la TIRM ajustada de Shull.

En resumen, tanto la TIRM ajustada por tamaño como la TIRM de la diferencia de tamaño son tasas que resultan de una comparación entre alternativas con diferente inversión, y proporcionan un ordenamiento consistente con el efecto en el valor actual neto.

Keith M. Howe (1991) propone para estos casos una equivalencia a perpetuidad de la rentabilidad de los proyectos, y denomina *perpetuity rate of return*, PRR, a la tasa resultante de la diferencia. Señala que esto es un compromiso entre VAN y TIR.

Considerando VA como la suma del valor actual de todos los importes posteriores a la inversión inicial I, la tasa de rentabilidad diferencial equivalente a perpetuidad es:

$$PRR_{B-A} = \frac{(VA_B - VA_A) k}{I_B - I_A}$$

Hajdasinski (1993) considera que ésta es una mutación del índice de rentabilidad de la inversión (cociente del valor actual bruto y la inversión), mutación a la que califica de “inferior”.

Se han formulado otras variantes de tasas de rentabilidad ajustadas, para definir una medida de rentabilidad que resuelva simultáneamente los problemas que originan las diferencias de tamaño y de vida económica de las alternativas de inversión, y también los aspectos técnicos de la TIR, como la multiplicidad o inexistencia de puntos de valor actual neto igual a cero en la función (existencia de varias TIR, o no existe una TIR), y la distinción entre un flujo de fondos de inversión y un flujo de fondos de financiamiento.<sup>25</sup>

La tasa de rentabilidad sobre la inversión (*rate of return on invested assets*, RRIA) propuesta por David Volkman (1997) y la tasa interna de rentabilidad promedio (*average internal rate of return*, AIRR) desarrollada por Carlo A. Magni (2010) realizan transformaciones del flujo de fondos y separaciones de los importes periódicos para formar flujos de fondos de valor actual equivalente.

#### 4. Resumen (que no es una conclusión)

La noción de la rentabilidad del “proyecto en sí” y del “curso de acción” permanece flotando en el ámbito de las discusiones y las propuestas acerca de la tasa de rentabilidad (IRR). En la oscilación entre las letras, la IRR inicial produjo la ERR, que después fue ORR (o MIRR), y más recientemente es AIRR.

<sup>25</sup> Algunas opiniones acerca de esto pueden verse en Tang y Tang (2003) y Hajdasinski (2004).

Esa distinción que realiza Ezra Solomon ha generado argumentos para todos los gustos. Con ella buscaba compatibilizar el significado de la TIR original de Kenneth Boulding (la perspectiva de la empresa entera) con su uso indiscriminado en cada propuesta fragmentaria de inversión (la inversión marginal).

Pese a las fallas matemáticas y económicas que la aquejan, la TIR puede considerarse un éxito de popularidad entre los decididores.<sup>26</sup> Esto difícilmente llegue a ser el caso de las diferentes versiones “mejoradas” de la TIR, algunas de las cuales son bastante complicadas. La tasa interna de rentabilidad es un buen elemento de comunicación porque parece fácilmente comprensible, por más que se diga que bajo esa apariencia simple esconde otras condiciones.

La extensión del uso es una situación fáctica. Desde el punto de vista técnico, es importante tener una comprensión completa de lo que significa la medida de rentabilidad que se calcula. Los casos en que se tienen indicaciones contradictorias según VAN y TIR para el orden de conveniencia de los proyectos requieren una respuesta.

La noción que explicitara Solomon, de las perspectivas con que puede medirse la rentabilidad de un proyecto de inversión, ha originado una gran cantidad de argumentaciones y medidas. Y, en los cincuenta años transcurridos, han aparecido muchas presencias fantasmales de las razones de la reinversión, y de la “verdadera rentabilidad” de un proyecto de inversión que se reflejaría en medidas modificadas (modificadas con respecto a la TIR).

La controversia académica acerca del supuesto de reinversión en la TIR y de la “verdadera rentabilidad” es potencialmente eterna: es sabido que los fantasmas mueren lentamente.

En esa discusión acerca de la tasa de rentabilidad y sus características se ha elevado a un nivel de validez casi indiscutible la medida del valor actual neto de una inversión como indicador básico de conveniencia. Por eso, contra él se comparan las indicaciones que surgen de las medidas alternativas de la tasa de rentabilidad.

Y esto puede llamar la atención, si se considera que, para cumplir con el rol de medida del “verdadero” efecto del proyecto para el inversor, las condiciones del valor actual neto son tan restrictivas como, o aún más que, las de la tasa interna de rentabilidad.

---

<sup>26</sup> Tal como se observa en los estudios que indagan acerca del grado de uso que tienen en las empresas las medidas para la evaluación de proyectos de inversión. Puede verse Ricardo A. Fornero, *Las prácticas en las decisiones de inversión: Sus características según los estudios empíricos*, XXX Jornadas Nacionales de Administración Financiera, SADAFA, 2010