XXXV JORNADAS NACIONALES

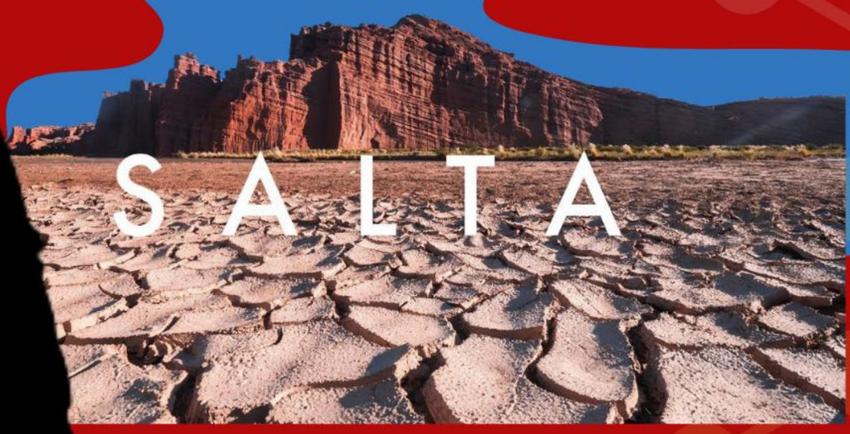
DE DOCENTES DE MATEMÁTICA DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, JURÍDICAS Y SOCIALES

OCTUBRE

2021



EUNSa Editorial Universitaria

XXXV Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines; Compilación de Natalia de los Ángeles Sandez Pernas ... [et al.] ;
Editado por Natalia de los Ángeles Sandez Pernas ... [et al.]. - 1a ed - Salta : Universidad Nacional de Salta, 2021.
Libro digital, DOCX

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-633-577-5

1. Matemática Aplicada. 2. Estadísticas. 3. Educación Universitaria, ed.
CDD 510

ISBN 978-987-633-577-5
9 789876 335775

El evento fue declarado de interés profesional por:

El Consejo Profesional de Ciencias Económicas de Salta (Resolución de presidencia N° 84 / 2021)

Declararon de Interés Académico el evento, las Facultades de Ciencias Económicas de las siguientes Universidades:

Universidad Adventista de La Plata (Resolución Nº 2 / 21)

Universidad Nacional de Entre Ríos (Resolución Nº 293/ 21)

Universidad Nacional de Formosa (Resolución Nº 205 /21)

Universidad Nacional de Salta (Resolución DECECO Nº 503 / 21)

Autoridades de la Universidad Nacional de Salta

Rector Cr. Víctor Hugo Claros

Vicerrectora Dra. Graciela del Valle Morales

Autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales Universidad Nacional de Salta

Decano Mg. Lic. Miguel Martín Nina

Vicedecana Mg. Prof. Angélica Elvira Astorga de Barcena

Autoridades de la Asociación de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines

Presidente Mg. Silvia Inés Padró

(Universidad Nacional de Entre Ríos)

Vicepresidente Mg. Diana Raquel Kohan

(Universidad Nacional de Entre Ríos)

COMISIÓN ORGANIZADORA DE LAS XXXV JORNADAS NACIONALES DE DOCENTES DE MATEMÁTICA DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

Comisión Principal

Presidente: Cr. Dante Quiroga

Secretario: Cr. Enzo Álvarez

Tesorero: Mg. Cr. Jorge Nina

Protesorero: Cr. Manuel Quintana

Comisión de desarrollo tecnológico

Ing. Miguel Soto

Cr. Enzo Álvarez

Mg. Prof. Angelica Elvira Astorga

Lic. Claudio Ivan Barrios

Cr. Celso Silisque

Comisión Académica

Prof. Betina Abad

Prof. Josefina Lávaque Fuentes

Prof. Paola Guardatti

Cr. Enzo Álvarez

Cr. Dante Quiroga

Prof. Claudia González

Ing. Irma Martínez

Sr. Daniel Condori

Comisión de Asuntos Académicos y Organización de Actividades

Cr. Einer Batista

Prof. Graciela Méndez

Cr. Nicolas Gómez Lérida

Prof. Josefina Lávaque Fuentes

Cr. Celso Francisco Silisque

Prof. Ricardo Burgos

Sr. Daniel Condori

Comisión de Compaginación de Libro de Trabajos Finales

Lic. Natalia Sández Pernas

Prof. Mercedes Silva

Prof. Ricardo Burgos

Prof. Claudia González

Comisión Técnica

Cr. Enzo Álvarez

Lic. Natalia Sández Pernas

Comisión de Comunicación y Prensa

Lic. Lorena Rojas

Lic. Juan Manuel Ibarra

Srta. Paola Tolaba

Sr. José Pabón

Comisión Evaluadora de los Trabajos del Premio Ing. Ricardo Carbajo

Mg. Prof. Angélica Elvira Astorga

Ing. Eduardo Casado

Cr. Dante Quiroga

INDICE

CAPÍTULO 1: Ponencias

Fundamentos Matemáticos del Modelo de Aprendizaje de una Red Neuronal Artificial Multicapa

García Roberto Armando
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
robertogarcia@economicas.uba.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Red neuronal artificial, Aprendizaje, Gradiente descendente, Tensor jacobiano, algoritmo backpropagation

Resumen

En este artículo se describe un modelo de Red Neuronal Artificial multicapa con conexiones hacia adelante. Las redes neuronales artificiales son sistemas formados por varias unidades elementales de procesamiento, las neuronas artificiales, que tienen la capacidad de aprender a realizar tareas emulando ciertas funciones del cerebro biológico. Por ejemplo, pueden aprender a hacer predicciones a partir de una gran cantidad de datos, razón por la cual han encontrado muchas aplicaciones en distintas áreas científicas y tecnológicas. Se las emplea por ejemplo para reconocer imágenes, sonidos, para predecir operaciones financieras fraudulentas entre otras cosas. Este trabajo pone énfasis en el modelo matemático para cuyo desarrollo se requiere de conocimiento, dominio y aplicación de ciertos contenidos tales como la optimización matemática, las operaciones con vectores y matrices, el concepto de tensor, las reglas de diferenciación de funciones a valores reales y a valores vectoriales, y la regla de la cadena para el cálculo de gradientes de funciones compuestas entre otros. El trabajo termina resumiendo los pasos del algoritmo de entrenamiento denominado *backpropagation*, un método de aprendizaje supervisado, que basado en el método del gradiente descendente de una función de error para medir la performance de la red, permite ajustar iterativamente los pesos sinápticos para obtener una solución eficiente.

Modelo matemático de una neurona artificial

La neurona artificial es la unidad elemental de proceso de cualquier red neuronal. Una neurona artificial pretende reproducir el comportamiento y las características más importantes de una neurona biológica. El modelo de una neurona artificial j a la que llegan n entradas se muestra en la Figura 1.

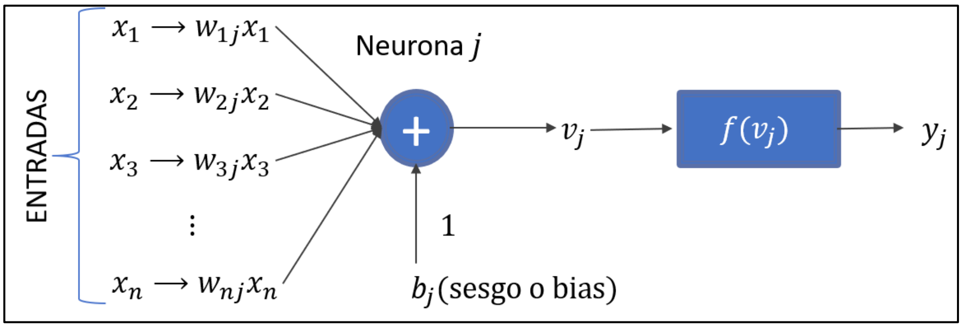


Figura 1. Esquema de una neurona artificial

Las distintas entradas que recibe la neurona j se combinan linealmente para producir una señal de entrada ponderada designada con u_j, a la que se suma la polarización o sesgo (b_j), para producir una entrada neta v_j o potencial de activación. Los coeficientes de la combinación lineal para formar la suma ponderada de las entradas se denominan pesos sinápticos, se los simboliza w_{ij} y reflejan la influencia que sobre la neurona j tiene la entrada i. Si w_{ij} es positivo indica que la interacción entre la neurona i y la neurona j es excitadora; es decir que si la neurona i está activada, la neurona j recibirá una señal de i que tenderá a activarla. Si w_{ij} es negativo, la sinapsis es inhibitoria y en dicho caso, si la neurona i está activada enviará una señal a j que tenderá a desactivarla. La interacción entre i y j es nula si $w_{ij} = 0$. Debe prestarse atención a la nomenclatura utilizada, particularmente a los subíndices de los pesos sinápticos. El primero de ellos se refiere a la señal de entrada (i) y el segundo identifica a la neurona receptora (j).

El sesgo o bias (b_j) tiene el efecto de aumentar o disminuir la entrada neta o potencial de activación, dependiendo de si es positivo o negativo. Asociada con cada neurona U_j hay una función de activación o de transferencia f que determina según la entrada neta v_j , un estado de activación $a_j = f(v_j)$ que será la señal de salida y_j. La función de transferencia limita el rango de amplitud permisible de la señal de salida a algún valor finito. Típicamente, el rango de salida de una neurona se escribe como el intervalo cerrado $[0,1]$ o $[-1,1]$.

En términos matemáticos se puede describir a la neurona j de la Figura 1 mediante las siguientes ecuaciones

$$u_j = \sum_{i=1}^{n} w_{ij}.x_i \quad (1)$$

$$v_j = u_j + b_j \quad (2)$$

$$y_j = a_j = f\left(v_j\right) \quad (3)$$

Si

$$\mathbf{w_j} = (w_{1j} \quad w_{2j} \quad \dots \quad w_{nj})^T \quad (4)$$

es el vector de pesos sinápticos y

$$\mathbf{x}=(x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n)^T \quad (5)$$

es el vector de entradas, entonces puede escribirse la siguiente ecuación matemática para describir el comportamiento de la neurona artificial utilizando el producto escalar entre vectores:

$$a_j = f\left(v_j\right) = f\left(\mathbf{w_j^T}.\mathbf{x} + b_j\right) \quad (6)$$

Redes Neuronales Artificiales

Una red neuronal puede definirse como un sistema computacional formado por muchas unidades elementales de cálculo o procesamiento (las neuronas artificiales) altamente interconectadas, capaces de aprender y generalizar la relación desconocida entre salidas y entradas a partir de ejemplos reales. Para procesar la información, las neuronas se organizan en capas. Las neuronas de la capa de entrada transmiten la información recibida o input sin modificaciones. Las neuronas de la capa de salida producen el output final; entre las capas de entrada y salida puede haber una o más capas ocultas que procesan la información. El modelo matemático tratado en este artículo corresponde a redes de propagación hacia adelante o *feedforward*. En este tipo de arreglo, cada nodo de una capa recibe señales como entradas de cada una de las neuronas de la capa inmediatamente anterior y su salida es enviada como señal de entrada a cada una de las neuronas de la capa inmediatamente posterior. Ninguna neurona o nodo recibe información de otras neuronas del mismo nivel o de niveles posteriores. También se ha supuesto que todas las neuronas utilizan una misma función de transferencia diferenciable tal como la función sigmoidea $f(v) = \frac{1}{1+e^{-v}}$

Una red neuronal constituida por una capa de entrada y una de salida (sin capas ocultas) se considera monocapa, ya que la única capa de neuronas que modifica las señales de entrada por medio de una función de activación es la de salida. El Perceptrón simple puede considerarse una red neuronal monocapa con una capa de entrada de tantas neuronas como señales de entrada lleguen a la red y una capa de salida constituida por una sola neurona. Una red neuronal que tiene una o más capas ocultas se clasifica como red multicapa (Figura 2). Para escribir las ecuaciones generales del modelo resulta conveniente utilizar la siguiente nomenclatura.

$k = \{0,1,\cdots,L\}$: índice que refiere al número de capa tal que $k = 0$ indentifica la capa de entrada y $k = L$ corresponde a la capa de salida.

$n^{(k)}$: número de neuronas en la capa k

$w_{ij}^{(k)}$: peso sináptico de la conexión entre la neurona (i) de la capa $(k-1)$ y la neurona (j) de la capa k; $i = 1,2,\ldots,n_{k-1}$; $j = 1,2,\ldots,n_k$

$w_{0j}^{(k)} = b_j^{(k)}$: polarización o sesgo de la neurona j de la capa k

$a_j^{(k)}$: activación o salida producida por la neurona j de la capa k

$y_j^L = a_j^L = f(v_j^L)$: estado de activación de la neurona j de la última capa.

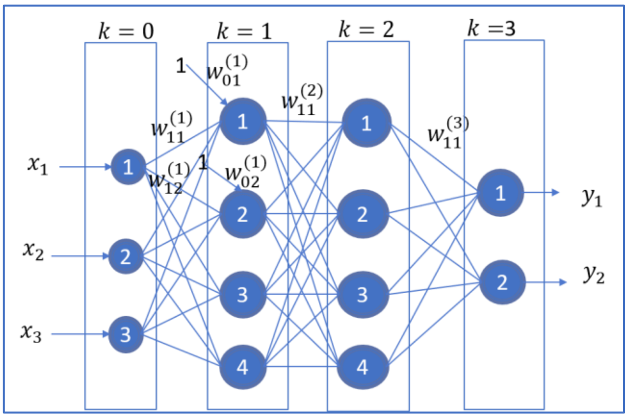


Figura 2. Esquema de una red neuronal multicapa

Las ecuaciones para calcular las salidas de las neuronas de una capa genérica son

Para $k = 0$ (capa de entrada)

$$a_j^{(0)} = x_j \quad (7)$$

Para $k > 1$ (capas ocultas y de salida)

$$a_j^{(k)} = f\left(w_{0j}^{(k)} + \sum_{i=1}^{n^{(k-1)}} w_{ij}^{(k)} a_i^{(k-1)}\right); j = 1,2,\ldots,n^{(k)} \quad (8)$$

Si se define la matriz de pesos sinápticos de la capa k, suponiendo que $n^{(k-1)} = n$ y $n^{(k)} = m$, como

$$\mathrm{W}^{(k)}=\begin{pmatrix} w_{11}^{(k)} & w_{12}^{(k)} & \cdots & w_{1m}^{(k)} \\ w_{21}^{(k)} & w_{22}^{(k)} & \cdots & w_{2m}^{(k)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ w_{n1}^{(k)} & w_{n2}^{(k)} & \cdots & w_{nm}^{(k)} \end{pmatrix} \quad (9)$$

donde puede observarse que los elementos de cada columna corresponden al vector de pesos asociado a cada una de las neuronas de la capa k, el vector de polarizaciones $\mathbf{b}^{(k)}$ como aquel cuyas componentes son los sesgos o bias de cada neurona de la capa k

$$\mathbf{b}^{(k)}=\left(b_1^{(k)} \quad b_2^{(k)} \quad \dots \quad b_m^{(k)}\right)^T \ (10)$$

El vector de preactivación de la capa k que recoge los potenciales de activación de cada una de las neuronas de la capa k está dado por

$$\mathbf{v}^{(k)} = \mathrm{W}^{(k)^T} \cdot \mathbf{a}^{(k-1)} + \mathbf{b}^{(k)} \ \ (11)$$

El vector de activación de la capa k, cuyas componentes son las activaciones de cada una de las neuronas de dicha capa

$$\mathbf{a}^{(k)} = \left(a_1^{(k)} \quad a_2^{(k)} \quad \dots \quad a_m^{(k)}\right)^T \ \ (12)$$

y el vector salida de la red **y** con los outputs de cada una de las neuronas de la última capa

$$\mathbf{y}=(y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_m)^T \ \ (13)$$

Las ecuaciones matriciales que describen la propagación de la información hacia adelante a través de la red son

$$\mathbf{a}^{(k)} = \mathrm{f}\left(\mathbf{v}^{(k)}\right) \ \ (14)$$

$$\mathbf{a}^{(k)} = \mathbf{f}\left(\mathrm{W}^{(k)^T} \cdot \mathbf{a}^{(k-1)} + \mathbf{b}^{(k)}\right) \ k = 0,1, \dots, L \ \ (15)$$

Con $\mathbf{a}^{(0)} = \mathbf{x}$

Y $\mathbf{a}^{(L)} = \mathbf{y}$

Como puede apreciarse, la función que permite calcular la salida **y** resulta de la composición de varias funciones

$$\mathbf{y}=\mathbf{f}\left(\mathrm{W}^{(L)^T}\mathbf{f}\left(\mathrm{W}^{(L-1)^T}(\dots\mathbf{f}\left(\mathrm{W}^{(1)^T}\mathrm{x}+\mathbf{b}^{(1)}\right)\dots) + \mathbf{b}^{(L-1)}\right) + \mathbf{b}^{(L)}\right) \ \ (16)$$

Entrenamiento de una red neuronal multicapa

Se utiliza un modelo de red multicapa como el que muestra la Figura 3 para desarrollar el método de aprendizaje.

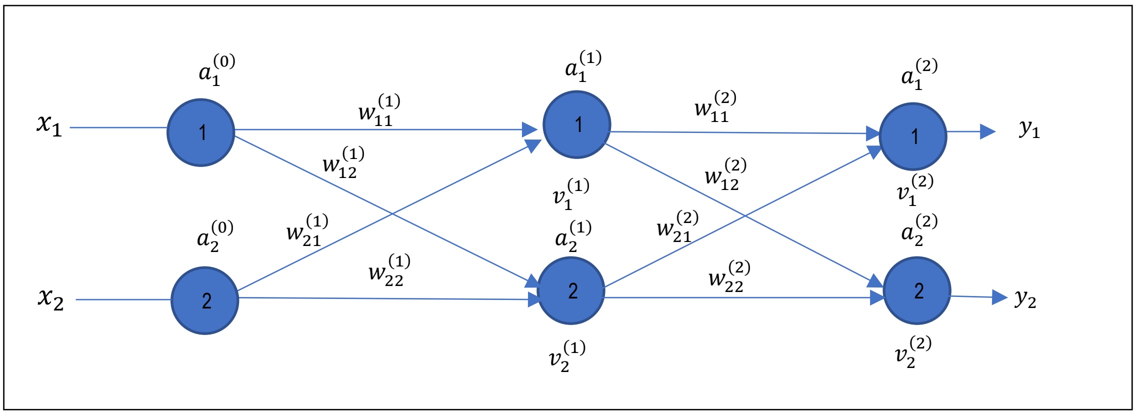


Figura 3. Red neuronal multicapa

El conjunto de entrenamiento

Se requiere de un conjunto de datos como el siguiente para que la red realice el aprendizaje

$$D = \left\{ \left(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_{\boldsymbol{d}_i} \right) \ tal\ que\ i = 1,2, \cdots, N \right\}$$

donde $\mathbf{x}_i = (x_{i_1} \quad x_{i_2})^T$ es un patrón de entradas y $\mathbf{y}_{\boldsymbol{d}_i} = (y_{di_1} \quad y_{di_2})^T$ es el vector de salida de la red para el patrón de entradas anterior o vector de salidas deseadas.

La función de costo o pérdida

Esta función se define como $\frac{1}{2}$ del cuadrado de la norma del vector error producido a la salida de la red, estando el vector error definido del siguiente modo

$$\mathbf{e}^{(L)} = \mathbf{y}_d - \mathbf{a}^{(L)} \quad (17)$$

Por lo tanto, la función de pérdida tendrá la forma

$$J = \frac{1}{2}\left[\left(y_{d_1} - a_1^{(2)} \right)^2 + \left(y_{d_2} - a_2^{(2)} \right)^2 \right] \quad (18)$$

Para cada dato de entrada las salidas deseadas están determinadas en el set de entrenamiento, aunque las activaciones de la capa de salida para cada patrón de entrada del conjunto de entrenamiento dependerán de todos los pesos sinápticos de la red. Es decir que la función de pérdida depende de los pesos sinápticos de cada una de las capas de la red.

$$J = J\left(\mathrm{W}^{(1)}, \mathrm{W}^{(2)} \right) \quad (19)$$

Optimización de la función de pérdida

Para optimizar los parámetros de la red hay que encontrar los pesos sinápticos que minimicen el valor de la función de pérdida. La teoría matemática provee las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de extremos locales y globales, sin embargo, se sigue un procedimiento numérico iterativo conocido como el método del gradiente descendente.

Método del gradiente descendente

El procedimiento comienza en un punto inicial definido por un conjunto de valores aleatorios de todos los pesos sinápticos de la red. Se calcula el gradiente de la función de pérdida en dicho punto y se pasa a un nuevo punto ubicado a cierta distancia medida en la dirección y sentido contrario al gradiente. La distancia entre ambos puntos está definida por una magnitud conocida como tamaño del paso o tasa de aprendizaje y se simboliza con la legra griega α. Generalmente se considera $0 \leq \alpha \leq 1$ y la elección del valor adecuado es una solución de compromiso entre alcanzar el mínimo en un número razonable de iteraciones y garantizar que el método converja al óptimo.

La fórmula para actualizar los pesos es

$$w_{t+1} = w_t - \alpha \frac{dJ}{dw}(w_t) \quad (20)$$

Donde w_{t+1} es el nuevo peso y w_t el peso en la iteración anterior. Obsérvese que la magnitud de las actualizaciones en cada iteración es proporcional al valor de la derivada $J'(w)$, razón por la cual a medida que la derivada disminuye, el tamaña del paso es menor.

Todos los parámetros de la red se actualizan iterativamente hasta que el valor de la función de pérdida está por debajo de cierto valor que asegure un aprendizaje efectivo de la red.

Derivadas de la función de pérdida respecto de los parámetros de la red

Para optimizar los pesos sinápticos de la red por el método del gradiente descendente descripto anteriormente es necesario calcular el gradiente de la función de pérdida con respecto a los parámetros del modelo. Dicho cálculo se resuelve con las reglas de la diferenciación de funciones compuestas y el cálculo vectorial y matricial ya que, según se ha descripto anteriormente, la salida de una red neuronal de varias capas está dada por una función compuesta de varios eslabones. Será necesario el cálculo de gradientes de matrices respecto de vectores (u otras matrices), lo que da como resultado un tensor multidimensional; para el entrenamiento del modelo de red de la Figura 3 los gradientes involucrados los tensores jacobianos:

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(2)}}, \frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(1)}} \in \mathbb{R}^{1\mathrm{x}(2\mathrm{x}2)}$$

Gradiente de la función de pérdida respecto de la matriz de pesos de la última capa

Se comienza con $\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(2)}}$ aplicando la regla de la cadena

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(2)}} = \frac{dJ}{d\mathbf{a}^{(2)}} \cdot \frac{d\mathbf{a}^{(2)}}{d\mathbf{v}^{(2)}} \cdot \frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathrm{W}^{(2)}} \quad (21)$$

$$\frac{dJ}{d\mathbf{a}^{(2)}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial a_1^{(2)}} & \frac{\partial J}{\partial a_2^{(2)}} \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\frac{dJ}{d\mathbf{a}^{(2)}} = \begin{pmatrix} -e_1^{(2)} & -e_2^{(2)} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{1\mathrm{x}2} \quad (23)$$

$$\frac{d\mathbf{a}^{(2)}}{d\mathbf{v}^{(2)}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial a_1^{(2)}}{\partial v_1^{(2)}} & \frac{\partial a_1^{(2)}}{\partial v_2^{(2)}} \\ \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial v_1^{(2)}} & \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial v_2^{(2)}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\mathrm{x}2} \quad (24)$$

$$\frac{d\mathbf{a}^{(2)}}{d\mathbf{v}^{(2)}} = \begin{pmatrix} f'\left(v_1^{(2)}\right) & 0 \\ 0 & f'\left(v_2^{(2)}\right) \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$\frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathrm{W}^{(2)}} \in \mathbb{R}^{2\mathrm{x}(2x2)}$$

Teniendo en cuenta el isomorfismo que existe entre matrices de $\mathbb{R}^{2\mathrm{x}2}$ y vectores de $\mathbb{R}^4$ se puede reescribir $\mathrm{W}^{(2)}$ apilando sus columnas como un vector de $\mathbb{R}^4$ y calcular luego el gradiente como matriz jacobiana para finalmente darle forma de tensor jacobiano

$$\mathrm{W}^{(2)} = \begin{pmatrix} w_{11}^{(2)} & w_{21}^{(2)} & w_{12}^{(2)} & w_{22}^{(2)} \end{pmatrix}^T \quad (26)$$

$$\frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathrm{W}^{(2)}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial w_{11}^{(2)}} & \frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial w_{21}^{(2)}} & \frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial w_{12}^{(2)}} & \frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial w_{22}^{(2)}} \\ \frac{\partial v_2^{(2)}}{\partial w_{11}^{(2)}} & \frac{\partial v_2^{(2)}}{\partial w_{21}^{(2)}} & \frac{\partial v_2^{(2)}}{\partial w_{12}^{(2)}} & \frac{\partial v_2^{(2)}}{\partial w_{22}^{(2)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} \end{pmatrix} \quad (27)$$

Multiplicando los gradientes indicados en la fórmula (21) se obtiene

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(2)}} = \left(-e_1^{(2)} f'\left(v_1^{(2)}\right) \quad -e_2^{(2)} f'\left(v_2^{(2)}\right)\right) \cdot \begin{pmatrix} a_1^{(1)} & a_2^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1^{(1)} & a_2^{(1)} \end{pmatrix} \quad (28)$$

Suele definirse un factor de error $\delta_j^{(k)}$ asociado a la neurona j de la última capa k como

$$\delta_j^{(k)} = e_j^{(k)} . f'\left(v_j^{(k)}\right) \quad (29)$$

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(2)}} = \begin{pmatrix} -\delta_1^{(2)} a_1^{(1)} & -\delta_1^{(2)} a_2^{(1)} & -\delta_2^{(2)} a_1^{(1)} & -\delta_2^{(2)} a_2^{(1)} \end{pmatrix} \quad (30)$$

Que reacomodando las columnas se transforma en el tensor

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(2)}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial w_{11}^{(2)}} & \frac{\partial J}{\partial w_{12}^{(2)}} \\ \frac{\partial J}{\partial w_{21}^{(2)}} & \frac{\partial J}{\partial w_{22}^{(2)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\delta_1^{(2)} a_1^{(1)} & -\delta_2^{(2)} a_1^{(1)} \\ -\delta_1^{(2)} a_2^{(1)} & -\delta_2^{(2)} a_2^{(1)} \end{pmatrix} \quad (31)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathrm{W}^{(2)}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial w_{11}^{(2)}} & \frac{\partial J}{\partial w_{12}^{(2)}} \\ \frac{\partial J}{\partial w_{21}^{(2)}} & \frac{\partial J}{\partial w_{22}^{(2)}} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} a_1^{(1)} \\ a_2^{(1)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta_1^{(2)} & \delta_2^{(2)} \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathrm{W}^{(2)}} = -\mathbf{a}^{(1)} \cdot \left(\boldsymbol{\delta}^{(2)}\right)^T \quad (33)$$

Gradiente de la función de pérdida respecto de la matriz de pesos de la capa oculta

Se debe calcular $\frac{dJ}{dW^{(1)}}$ aplicando nuevamente la regla de la cadena

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(1)}} = \frac{dJ}{d\mathbf{a}^{(2)}} \cdot \frac{d\mathbf{a}^{(2)}}{d\mathbf{v}^{(2)}} \cdot \frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathbf{a}^{(1)}} \cdot \frac{d\mathbf{a}^{(1)}}{d\mathbf{v}^{(1)}} \cdot \frac{d\mathbf{v}^{(1)}}{d\mathrm{W}^{(1)}} \quad (34)$$

Donde los primeros dos factores ya fueron calculados anteriormente.

$$\frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathbf{a}^{(1)}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial a_1^{(1)}} & \frac{\partial v_1^{(2)}}{\partial a_2^{(1)}} \\ \frac{\partial v_2^{(2)}}{\partial a_1^{(1)}} & \frac{\partial v_2^{(2)}}{\partial a_2^{(1)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11}^{(2)} & w_{21}^{(2)} \\ w_{12}^{(2)} & w_{22}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$\frac{d\mathbf{a}^{(1)}}{d\mathbf{v}^{(1)}} = \begin{pmatrix} f'(v_1^{(1)}) & 0 \\ 0 & f'(v_2^{(1)}) \end{pmatrix} \quad (36)$$

$$\frac{d\mathbf{v}^{(1)}}{d\mathrm{W}^{(1)}}=\begin{pmatrix}\frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial w_{11}^{(1)}} & \frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial w_{21}^{(1)}} & \frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial w_{12}^{(1)}} & \frac{\partial v_1^{(1)}}{\partial w_{22}^{(1)}}\\ \frac{\partial v_2^{(1)}}{\partial w_{11}^{(1)}} & \frac{\partial v_2^{(1)}}{\partial w_{21}^{(1)}} & \frac{\partial v_2^{(1)}}{\partial w_{12}^{(1)}} & \frac{\partial v_2^{(1)}}{\partial w_{22}^{(1)}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_1 & x_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & x_1 & x_2\end{pmatrix} \quad (37)$$

$$\frac{dJ}{d\mathbf{a}^{(2)}}\cdot\frac{d\mathbf{a}^{(2)}}{d\mathbf{v}^{(2)}}\cdot\frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathbf{a}^{(1)}}=\left(-e_1^{(2)}f'(v_1^{(2)}) \quad -e_2^{(2)}f'(v_2^{(2)})\right)\cdot\begin{pmatrix}w_{11}^{(2)} & w_{21}^{(2)}\\ w_{12}^{(2)} & w_{22}^{(2)}\end{pmatrix} \quad (38)$$

$$\frac{dJ}{d\mathbf{a}^{(2)}}\cdot\frac{d\mathbf{a}^{(2)}}{d\mathbf{v}^{(2)}}\cdot\frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathbf{a}^{(1)}}=-\left(w_{11}^{(2)}\delta_1^{(2)}+w_{12}^{(2)}\delta_2^{(2)} \quad w_{21}^{(2)}\delta_1^{(2)}+w_{22}^{(2)}\delta_2^{(2)}\right) \quad (39)$$

Se define el error $e_j^{(1)}$ asociado a la neurona j de la capa oculta $k=1$ como

$$e_j^{(1)}=w_{j1}^{(1)}\delta_1^{(2)}+w_{j2}^{(1)}\delta_2^{(2)} \quad (40)$$

Entonces

$$\frac{dJ}{d\mathbf{a}^{(2)}}\cdot\frac{d\mathbf{a}^{(2)}}{d\mathbf{v}^{(2)}}\cdot\frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathbf{a}^{(1)}}=-\left(e_1^{(1)} \quad e_2^{(1)}\right) \quad (41)$$

$$\frac{dJ}{d\mathbf{a}^{(2)}}\cdot\frac{d\mathbf{a}^{(2)}}{d\mathbf{v}^{(2)}}\cdot\frac{d\mathbf{v}^{(2)}}{d\mathbf{a}^{(1)}}\cdot\frac{d\mathbf{a}^{(1)}}{d\mathbf{v}^{(1)}}=-\left(\delta_1^{(1)} \quad \delta_2^{(1)}\right) \quad (42)$$

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(1)}}=-\left(\delta_1^{(1)}x_1 \quad \delta_1^{(1)}x_2 \quad \delta_2^{(1)}x_1 \quad \delta_2^{(1)}x_2\right) \quad (43)$$

Si se reacomodan las columnas para obtener el tensor $\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(1)}}$ y se reemplaza por el factor $\delta_j^{(1)}$ asociado a la neurona j de la capa oculta $k=1$ se obtiene

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(1)}}=\begin{pmatrix}\frac{\partial J}{\partial w_{11}^{(1)}} & \frac{\partial J}{\partial w_{12}^{(1)}}\\ \frac{\partial J}{\partial w_{21}^{(1)}} & \frac{\partial J}{\partial w_{22}^{(1)}}\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}\delta_1^{(1)}x_1 & \delta_2^{(1)}x_1\\ \delta_1^{(1)}x_2 & \delta_2^{(1)}x_2\end{pmatrix} \quad (44)$$

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(1)}}=-\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}\cdot\left(\delta_1^{(1)} \quad \delta_2^{(1)}\right) \quad (45)$$

$$\frac{dJ}{d\mathrm{W}^{(1)}}=-\mathbf{x}\cdot\left(\boldsymbol{\delta}^{(1)}\right)^T \quad (46)$$

Algoritmo de retropropagación del error o backpropagation

Es el procedimiento que se utiliza para actualizar iterativamente los parámetros de una red neuronal multicapa hasta optimizar el valor de la función de pérdida o error. Esta última mide la diferencia entre la salida deseada y la realmente producida por la red para los patrones de entrenamiento empleados. El nombre obedece a que, para cada patrón del conjunto de datos de entrenamiento, la señal de error se propaga hacia atrás para actualizar los pesos sinápticos de la red. Un resumen de las etapas de este algoritmo se indica a continuación.

Inicialización

Se dan valores aleatorios a todos los pesos sinápticos de la red: $\mathrm{W}_0^{(1)};\mathrm{W}_0^{(2)};\cdots;\mathrm{W}_0^{(L-1)};\mathrm{W}_0^{(L)}$

Propagación de la señal de entrada hacia adelante

Se propaga hacia adelante el patrón de entradas de uno de los datos del conjunto de entrenamiento. Ello implica calcular

$$\mathbf{a}^{(k)} = \mathrm{f}\left(\left(\mathrm{W}^{(k)}\right)^{T} \cdot \mathbf{a}^{(k-1)} + \mathbf{b}^{(k)}\right) \quad \forall k: k = 1,2,\cdots,L \quad (47)$$

Determinación del error de salida

Se calcula el error $\mathbf{e}$ y el factor de error $\boldsymbol{\delta}$ para la capa de salida

$$\mathbf{e}^{(L)} = \mathbf{y}_{\boldsymbol{d}} - \mathbf{a}^{(L)} \quad (48)$$

$$\boldsymbol{\delta}^{(L)} = \mathbf{e}^{(L)} \odot \mathbf{f}'\left(\left(\mathrm{W}^{(L)}\right)^{T} \cdot \mathbf{a}^{(L-1)} + \mathbf{b}^{(L)}\right) \quad (49)$$

Donde el símbolo $\odot$ indica el producto de Hadamard entre ambos vectores.

Propagación del error hacia atrás

Se calcula el error $\boldsymbol{e}$ y el factor de error $\boldsymbol{\delta}$ para las neuronas de cada capa desde la penúltima hasta la primera. Ello implica calcular para $k = (L-1), (L-2), \cdots 3,2,1$

$$\mathbf{e}^{(k)} = \mathrm{W}^{(k+1)} \cdot \boldsymbol{\delta}^{(\mathrm{k}+1)} \quad (50)$$

$$\boldsymbol{\delta}^{(k)} = \mathbf{e}^{(k)} \odot \mathbf{f}'\left(\left(\mathrm{W}^{(k)}\right)^{T} \cdot \mathbf{a}^{(k-1)} + \mathbf{b}^{(k)}\right) \quad (51)$$

Actualización de pesos sinápticos

Se actualizan los valores de los pesos sinápticos de la red por el método del gradiente descendente.

$$\mathrm{W}_{t+1}^{(k)} = \mathrm{W}_{t}^{(k)} + \alpha \cdot \mathbf{a}^{(k-1)} \cdot \left(\boldsymbol{\delta}^{(k)}\right)^{T} \quad \forall k = 1, 2, \cdots, L \quad (52)$$

Los pasos anteriores se repiten para cada dato del conjunto de entrenamiento. Una vez que se hayan utilizado todos los datos se dice que se ha cumplido una época. Se ensayará el número de épocas con el que se logre un error aceptable según el problema que se esté resolviendo.

Conclusiones y trabajos futuros

El algoritmo descripto no puede asegurar una solución óptima sino efectiva ya que la función de pérdida puede no ser convexa en todo su dominio. A medida que aumenta el número de capas y de neuronas se requiere mayor tiempo de cómputo y por ello, estas variables de diseño conviene determinarlas por prueba y error, aumentando sus valores según lo requiera la complejidad del problema a resolver. Se deja para un próximo trabajo el diseño y la implementación de un modelo de red neuronal en código R o Python para resolver un problema concreto de predicción a partir de una base de datos.

Referencias

Deisenroth M.P., Faisal A.A., Ong C.S. (2019). *Mathematics for Machine Learning.* Cambrige University Press

Demuth, H. B., Beale, M. H., De Jess, O., & Hagan, M. T. (2014). *Neural Network Design* (2nd ed.). USA: Martin Hagan.

García Martínez, R., Pasquini, D., & Servente, M. (2003). *Sistemas inteligentes*. Nueva Librería, Buenos Aires.

Gurney K. (2004). *An introduction to neural networks*. Taylor & Francia Group, London.

Haykin S. (2009). *Neurol Networks and Learning Machines.* PEARSON, Prentice Hall, USA.

Resolución de un Modelo de Programación Lineal Utilizando R

García Fronti, Verónica
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
vgarciafronti@economicas.uba.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Lenguaje R, Programación lineal, Selección de portafolio,

Resumen

El objetivo de este trabajo es introducir a los alumnos de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires en la resolución de los modelos de programación lineal utilizando el lenguaje de programación R en el entorno RStudio. Si bien R no es un lenguaje difícil de aprender y más cuando se cuenta con un paquete que resuelve el modelo desarrollado consideramos, que para ir incorporando los diferentes conceptos y comandos del lenguaje es necesario aprender a utilizarlo con breves ejemplos de aplicación. La programación lineal es un método matemático que inicialmente se utilizó para resolver problemas de planeación militar y que luego fue extendiéndose a otros campos para ser una herramienta utilizada en la toma de decisiones.
Para lograr el objetivo planteado, esta presentación se estructura en tres partes. En la primera parte se formulan las características básicas y se plantea el modelo matemático de programación lineal. Luego, se analiza un caso de aplicación de este modelo a través de un ejemplo de selección de un portafolio de inversión óptimo. En la tercera parte se explica paso a paso cómo resolver el ejemplo descripto en el paso anterior con el lenguaje R, para esto se utiliza el paquete lpsolveAPI y se lo desarrolla en el entorno RStudio. Por último, se exponen las conclusiones a las que se abordó.

1 Introducción

La programación lineal es una técnica cuantitativa utilizada para la toma de decisiones en diversos contextos como por ejemplo las finanzas, producción, logística y marketing. Es una técnica que se enmarca en la investigación de operaciones cuyas primeras actividades formales surgen durante la Segunda Guerra Mundial y que posteriormente aportó herramientas muy útiles para la toma racional de decisiones. La programación lineal permite decidir como asignar recursos limitados de la mejor manera posible. Un ejemplo de aplicación de esta herramienta es la selección de un portafolio de inversión óptimo en donde se busca elegir entre varios instrumentos financieros cual es la combinación que maximiza el rendimiento de la inversión o que minimiza su riesgo.

Para desarrollar estos contenidos este trabajo presenta la siguiente estructura. Primero se explicarán los conceptos básicos en un problema de programación lineal y la estructura matemática del mismo, luego se planteará un ejemplo numérico en donde una empresa debe elegir el portafolio que maximice el rendimiento anual esperado de la inversión y se formulará el modelo matemático de programación lineal, por último, se resolverá el modelo con el paquete lpsolveAPI del lenguaje de programación R.

2 Modelo de programación lineal

Simplificadamente el modelo matemático de la programación lineal se estructura de la siguiente manera, una función cuyo valor desea optimizarse sujeta a un conjunto de restricciones funcionales. Las condiciones que debe satisfacer el modelo de programación lineal es que la función objetivo sea lineal y que las restricciones respondan a ecuaciones o inecuaciones lineales (Hillier y Liberman, 2010).

De esta forma un modelo de programación lineal se puede plantear de la siguiente forma standard:

$$Optimizar \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j . x_j \qquad (1)$$

En la Fórmula 1 se indicó en forma genérica optimizar ya que el objetivo en el problema puede ser maximizar o minimizar la función objetivo.

$$Sujeta\ a\ las\ siguientes\ restricciones:$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} . x_j \leq b_j \qquad \forall i = 1,2, \dots m \qquad (2)$$

$$x_j \geq 0\,, \qquad \forall j = 1,2, \dots, n \qquad (3)$$

Si:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \text{ es la matriz de las variables de decisión,}$$

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} \text{ es la matriz de contribuciones al funcional objetivo,}$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ matriz de contribuciones al funcional de las restricciones}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \text{ es la matriz de los lados derechos de las restricciones.}$$

El modelo de programación lineal puede escribirse de forma matricial del siguiente modo:

Optimizar $z = f(X) = C^t . X = \sum_{j=1}^{n} c_j . x_j$ (4)

Sujeta a las siguientes restricciones:

$A.X \leq B$ (5)

$X \geq 0$ (6)

Donde:

$X \in \mathbb{R}^{nx1}$, $A \in \mathbb{R}^{mxn}$, $B \in \mathbb{R}^{mx1}$ (7)

Se denomina solución de este problema a cualquier conjunto de valores específicos de las variables de decisión, una solución es factible si satisface todas las restricciones (Fórmulas: 5 y 6) y será una solución no factible si no satisface alguna de las restricciones. Si el problema tiene soluciones factibles, el fin de la programación lineal será encontrar la solución factible que optimice el valor de la función objetivo (Fórmula: 4).

Una solución óptima es una solución factible que proporciona el mejor valor de la función objetivo. Con respecto al número de soluciones óptimas puede suceder que exista una única solución óptima, infinitas soluciones óptimas o que no existan soluciones óptimas.

Cuando existen infinitas soluciones óptimas, significa que todas tienen el mismo valor de la función objetivo, en este caso se dice que el problema tiene soluciones óptimas múltiples.

Cuando no existen soluciones óptimas puede suceder que no haya soluciones factibles o que el conjunto de soluciones factibles sea un conjunto no acotado, en este último caso las restricciones no impiden que el valor de la función objetivo mejore indefinidamente en la dirección en la que se realiza la optimización.

En los modelos de programación lineal la función objetivo y sus restricciones deben ser lineales esto implica que se debe cumplir la propiedad de proporcionalidad, aditividad y divisibilidad. A continuación, se explicará que significa cada una de estas propiedades (Anderson, 2011. p. 240):

Proporcionalidad:

La proporcionalidad se refiere a que la contribución de cada actividad al valor de la función objetivo es proporcional al nivel de cada variable de decisión como la representa el término: $c_j x_j$ en la función objetivo (Fórmula 1). Asimismo, la contribución a la cantidad de recursos utilizados en cada restricción funcional es proporcional al nivel de actividad de las variables de decisión x_j como lo representa el término $a_{ij} x_j$ en cada restricción (Fórmula 2).

Aditividad:

Con respecto a la aditividad se refiere a que la función objetivo y todas las restricciones son la suma de las contribuciones individuales de cada una de las variables de decisión.

Divisibilidad:

La divisibilidad refiere a que las variables de decisión pueden tomar cualquier valor real que satisfagan las restricciones funcionales y de no negatividad, esto supone que las actividades se pueden realizar a niveles fraccionales.

A continuación, se planteará un problema de programación lineal en donde se debe maximizar el rendimiento esperado de un portafolio de inversión.

3 Ejemplo de aplicación

Una de las aplicaciones de la programación lineal en finanzas es la selección de portafolios, estos problemas consisten en situaciones en las cuales se debe seleccionar entre una variedad de alternativas de inversión de forma que se maximice el rendimiento esperado de la inversión o se minimice el riesgo. El siguiente ejemplo se basa en el caso de aplicación financiera del capítulo 9 que se desarrolla en el libro de Anderson et al. (2011), para más ejemplos relacionados con esta temática se recomienda consultar el capítulo 8 del libro de Render et al. (2006).

Se considera el caso de la empresa ECONCIR que debe decidir sobre la inversión de $4 millones en cuatro instrumentos financieros: plazo fijo, bonos verdes privados, bonos de carbono e inversión en planta eólica de forma que se maximice el rendimiento esperado de la inversión.

Se sabe que el comité directivo de la empresa ha dispuesto un límite en la cantidad invertida a cada una de las alternativas y por otro lado se conoce el rendimiento anual para cada inversión que se indican en la Tabla 1.

Tabla 1: Datos de los rendimientos esperados y máxima inversión permitida

	Tipo de inversión	Rendimiento esperado anual (%)	Máxima inversión ($ millones)
x_1	Plazo fijo	8	1,00
x_2	Bonos verdes privados	11	2,50
x_3	Bonos de carbono	14	1,00
x_4	Inversión en planta eólica	15	2,00

Además, el comité ha indicado que al menos el 50% de los fondos invertidos sean en bonos de carbono y en inversión en planta eólica y que no menos del 10% sea invertido en plazo fijo.

Si la empresa se plantea como objetivo maximizar el rendimiento anual de la inversión para definir cuanto invertir en cada uno de los instrumentos financieros, una forma para decidir como asignar los $4 millones a las cuatro inversiones es plantear y resolver un modelo de programación lineal del problema dado.

En este problema las variables de decisión son cuatro y se indicarán de la siguiente forma:

x_1: Plazo fijo

x_2: Bonos verdes privados

x_3: Bonos de carbono

x_4: Inversión en planta eólica

Como el objetivo es maximizar el rendimiento esperado, la función objetivo se establece con los datos proporcionados en la Tabla 1 de los rendimientos esperados anuales de cada uno de los instrumentos

$$Maximizar\ \ R = 0{,}08x_1 + 0{,}11x_2 + 0{,}14x_3 + 0{,}15x_4$$

Por otro lado, las restricciones del problema se deben a:

La restricción de invertir 4 millones:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

Los requisitos de inversión máxima para cada una de las inversiones son:

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2{,}5$$

$$x_3 \leq 1$$

$$x_4 \leq 2$$

El requisito de que al menos el 50% de los fondos invertidos sean en bonos de carbono (variable de decisión: x_3) y en inversión en planta eólica (variable de decisión:x_4):

$$x_3 + x_4 \geq 0{,}5(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \qquad \text{o} \qquad -0{,}5x_1 - 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \geq 0$$

El requisito que no menos del 10% sea invertido en plazo fijo (variable de decisión x_1):

$$x_1 \geq 0{,}1(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \qquad \text{o} \qquad 0{,}9x_1 - 0{,}1x_2 - 0{,}1x_3 - 0{,}1x_4 \geq 0$$

Si se añaden las restricciones de no negatividad se obtiene el modelo completo de programación lineal como se presenta a continuación:

$$Maximizar\ \ R = 0{,}08x_1 + 0{,}11x_2 + 0{,}14x_3 + 0{,}15x_4 \qquad (8)$$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \qquad (9)$$

$$x_1 \leq 1 \qquad (10)$$

$$x_2 \leq 2{,}5 \qquad (11)$$

$$x_3 \leq 1 \qquad (12)$$

$$x_4 \leq 2 \qquad (13)$$

$$-0{,}5x_1 - 0{,}5x_2 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 \geq 0 \qquad (14)$$

$$0{,}9x_1 - 0{,}1x_2 - 0{,}1x_3 - 0{,}1x_4 \geq 0 \qquad (15)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \qquad (16)$$

Este modelo de programación lineal se resolverá en el siguiente apartado utilizando el lenguaje R.

4 Resolución en R

Para la resolución del problema de programación lineal planteado se utiliza el paquete lpSolveAPI del software R que resuelve problemas de programación lineal de una manera muy sencilla. La simplicidad de este paquete permitirá que se utilicen diferentes comandos de R de forma que el estudiante se familiarice con su uso utilizándolo en un sencillo caso de aplicación.

R es un lenguaje de programación de acceso libre y gratuito que surgió inicialmente en aplicaciones estadísticas y luego se fue acrecentó su uso en otros ámbitos como aprendizaje automático y minería de datos. Su creciente uso se debe a que cuenta con herramientas que permiten extraer datos de tablas externas y es compatible con otros programas como Python, para conocer en mayor detalle el uso de R en problemas de optimización se recomienda el libro (Cortez, 2014).

En esta oportunidad se trabajará en el entorno RStudio. Para empezar, de la misma forma que se realiza habitualmente, se debe instalar y cargar el paquete lpsolveAPI:

```
install.packages("lpSolveAPI")
library(lpSolveAPI)
```

Para más información sobre el paquete se puede acceder al manual para el usuario en la siguiente página: https://cran.r-project.org/web/packages/lpSolveAPI/lpSolveAPI.pdf

Una vez instalado y cargado el paquete en el espacio de memoria de RStudio los pasos para resolver el problema son:

1º Paso: Introducir el modelo de programación lineal

2º Paso: Resolver el modelo y extraer los resultados

1º Paso: Introducir el modelo de programación lineal

En el primer paso se crea el objeto LP “programación lineal”, esto se realiza utilizando la función make.lp que crea un objeto del modelo de programación lineal que se asigna a ECONCIR:

```
ECONCIR <- make.lp(nrow=0, ncol=4)
```

El número de filas (nrow) se refiere a la cantidad de restricciones del problema, que inicialmente se indica 0 y luego se irán agregando las restricciones y el número de columnas (ncol) indica la cantidad de variables de decisión, que en este caso son cuatro.

Con esto se ha creado un objeto "modelo lineal" con 4 variables de decisión, por ahora es un objeto vacío en donde se podrá cargar el modelo.

Si se lo desea, se puede ingresar el nombre del problema, en este caso se indicó que se trata de un problema de maximización de la renta de un portafolio de inversión y también se asignó el nombre de las variables de decisión:

```
name.lp(ECONCIR, "Maximización de la renta de un portafolio de inversión")
colnames(ECONCIR) <-c("Plazo fijo","Bonos verdes","Bonos de carbono", "Planta eólica")
```

Luego es necesario definir el tipo de optimización que se está realizando, en este caso es una maximización (por defecto se considera una minimización por lo tanto si no se indica nada se resolverá una minimización del problema planteado).

```
lp.control(ECONCIR,simplextype="primal",sense="max")
```

Para definir los coeficientes de la función objetivo se utiliza la función set.objfn con dos argumentos obligatorios, el primero es el objeto LP y el segundo un vector con los coeficientes en la función objetivo de las variables de decisión:

```
set.objfn(ECONCIR,obj=c(0.08,0.11,0.14,0.15))
```

Luego se agregan las siete restricciones del modelo, para esto se utiliza la función add.constraint de la siguiente forma:

```
add.constraint(ECONCIR, xt=c(1,1,1,1), type="=", rhs=4)
add.constraint(ECONCIR, xt=c(1,0,0,0), type="<=", rhs=1)
add.constraint(ECONCIR, xt=c(0,1,0,0), type="<=", rhs=2.5)
add.constraint(ECONCIR, xt=c(0,0,1,0), type="<=", rhs=1)
add.constraint(ECONCIR, xt=c(0,0,0,1), type="<=", rhs=2)
add.constraint(ECONCIR, xt=c(-0.5,-0.5,0.5,0.5), type=">=", rhs=0)
add.constraint(ECONCIR, xt=c(0.9,-0.1,-0.1,-0.1), type=">=", rhs=0)
```

Por defecto, los límites de las variables de decisión son de 0 a infinito por eso no es necesario agregar la condición de no negatividad de las variables de decisión. Opcionalmente, se le puede ingresar un nombre a cada una de las restricciones:

```
rownames(ECONCIR)<-c("Inversión total","Max.PF ","Max.BV","Max.BC","Max.EO","Max.BV+EO","Max.PF")
```

Una vez ingresado todo el modelo, se puede chequear que se haya cargado correctamente:

```
ECONCIR
```

De esta forma se visualizará en la consola el modelo ingresado:

```
Model name: Maximización de la renta de un portafolio de inversión
                    Plazo fijo     Bonos verdes  Bonos de carbono    Planta eólica
Maximize                  0.08            0.11             0.14             0.15
Inversión total              1               1                1                1   =    4
Max.PF                       1               0                0                0  <=    1
Max.BV                       0               1                0                0  <=  2.5
Max.BC                       0               0                1                0  <=    1
Max.EO                       0               0                0                1  <=    2
Max.BV+EO                 -0.5            -0.5              0.5              0.5  >=    0
Max.PF                     0.9            -0.1             -0.1             -0.1  >=    0
Kind                       Std             Std              Std              Std
Type                      Real            Real             Real             Real
Upper                      Inf             Inf              Inf              Inf
Lower                        0               0                0                0
```

Figura 1: Visualización en la consola del modelo planteado

Se observa, en la primera línea el nombre del modelo ingresado previamente: “Maximización de la renta de un portafolio de inversión”. Luego, los nombres asignados a cada una de las variables de decisión, que en este caso son las alternativas de inversión: Plazo fijo, Bonos verdes, Bonos de carbono y Planta eólica.

La tercera fila, indica el tipo de optimización que en este caso es una maximización y los coeficientes de la función objetivo para cada una de las cuatro variables de decisión. Las siguientes siete filas son las siete restricciones del modelo y luego la clase, el tipo y los limites inferiores y superiores de las variables de decisión. Por defecto el tipo de variables son del tipo (type) real y son no negativas, es decir que el límite inferior (lower) es 0 y el superior (upper) es infinito.

2º Paso: Resolver el modelo y extraer los resultados

Luego que se ha ingresado todo el modelo se procede a resolverlo con la función solve:

solve(ECONCIR)

De esta forma se resuelve el problema del objeto ECONCIR que contiene el problema LP que fue definido en el primer paso. Al enviar esta instrucción a la consola el resultado es un 0 que indica que se ha encontrado una solución óptima que está almacenada en el objeto ECONCIR (ver Figura 2).

```
> solve(ECONCIR)
[1] 0
```

Figura 2: Solución óptima encontrada

Para obtener el valor optimal, es decir el valor alcanzado por la función a optimizar que en este caso es el máximo del rendimiento anual esperado se debe utilizar la función get.objective:

get.objective(ECONCIR)

Para obtener la solución óptima, es decir los valores de las variables de decisión en el óptimo:

get.variables(ECONCIR)

Para obtener los valores de las restricciones

get.constraints(ECONCIR)

Para una mejor presentación de estos resultados se puede construir una matriz de una fila por cuatro columnas a la que se denominó: var_dec_optimas:

var_dec_optimas <-matrix(get.variables(ECONCIR),1,4)

A las columnas de la matriz creada se las identifica con el nombre asignado previamente:

colnames(var_dec_optimas)<-colnames(ECONCIR)

A la fila de la matriz se le asigna el nombre de "Portafolio óptimo":

rownames(var_dec_optimas)<-"Portafolio óptimo"

Con la siguiente instrucción se obtiene el valor óptimo de la función objetivo:

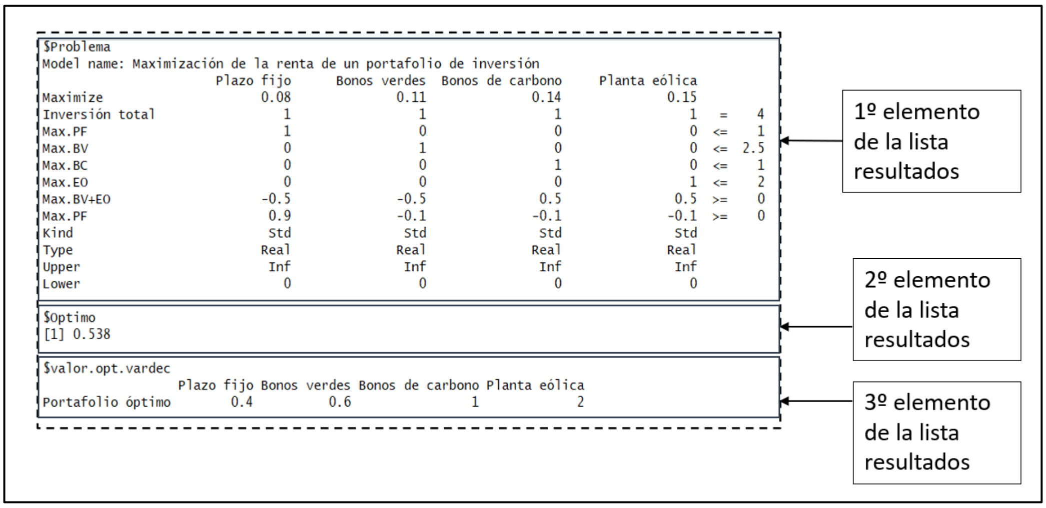
Func_obj<-get.objective(ECONCIR)

Por último, se agrupan los resultados en una lista de tres elementos. El primer elemento es el objeto ECONCIR, por lo tanto, se tendrá el problema de programación lineal ingresado en el primer paso, el segundo elemento de la lista es el rendimiento máximo obtenido y el tercero es el valor óptimo de las variables de decisión. La lista se asigna a la variables que se denominó resultados:

resultados<-list(Problema=ECONCIR, Optimo=Func_obj., valor.opt.vardec=var_dec_optimas)

Para visualizarlo en la consola:

Resultados



```
$Problema
Model name: Maximización de la renta de un portafolio de inversión
                  Plazo fijo     Bonos verdes  Bonos de carbono    Planta eólica
Maximize                0.08             0.11              0.14             0.15
Inversión total            1                1                 1                1   =    4
Max.PF                     1                0                 0                0  <=    1
Max.BV                     0                1                 0                0  <=  2.5
Max.BC                     0                0                 1                0  <=    1
Max.EO                     0                0                 0                1  <=    2
Max.BV+EO               -0.5             -0.5               0.5              0.5  >=    0
Max.PF                   0.9             -0.1              -0.1             -0.1  >=    0
Kind                     Std              Std               Std              Std
Type                    Real             Real              Real             Real
Upper                    Inf              Inf               Inf              Inf
Lower                      0                0                 0                0

$Optimo
[1] 0.538

$valor.opt.vardec
                  Plazo fijo Bonos verdes Bonos de carbono Planta eólica
Portafolio óptimo        0.4          0.6                1             2
```


Figura 3: Visualización de la lista Resultados

La lista que se visualiza en la consola de RStudio muestra como primer elemento el modelo de programación lineal ingresado en el primer paso, el segundo elemento, rendimiento máximo proyectado que es de 0,538 millones (por lo que el rendimiento porcentual proyectado de la inversión es de13,45%) y, el tercer elemento la solución óptima que indica como debe diversificarse la inversión de $4 millones entre las cuatro herramientas disponibles: $0,4 millones en el plazo fijo, $0,6 millones en bonos verdes, $1 millón en bonos de carbono y $2 millones en la planta eólica. Esta forma de visualizar la solución es solo orientativa y depende de las necesidades de cada uno de los usuarios del programa.

5 Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se han descripto las características básicas de los modelos de programación lineal y se ha analizado su aplicación en un ejemplo de selección de portafolio óptimo que se ha resuelto con el paquete lpSolveAPI de R.

La utilización del lenguaje R en la resolución de un caso concreto permite que el estudiante se familiarice con su uso, no solo con el paquete enseñado en esta ocasión (lpSolveAPI) sino que aprenda a generar y manipular elementos como listas o matrices para presentar los resultados de la optimización en la forma deseada.

Si bien en este ejemplo la resolución se acotó a ejecutar el modelo dado con R a futuro es posible complementar esto con el gran potencial que posee este lenguaje de trabajar con un gran volumen de datos relevados de sitios externos que pueden ser analizados con R, por lo tanto, el próximo trabajo será desarrollar una optimización en base a muestras cargadas en archivos externos.

Referencias

Anderson, D. R., Sweeney, D.J; Williams,T.; Camm, J. y Martin, K. (2011). *Métodos cuantitativos para los negocios,* 11a edición. México: Cengage Learning.

Cortez, P. (2014). *Modern optimization with R*. New York: Springer.

Hillier, F.S. y Lieberman, G.J., (2010). *Introducción a la Investigación de Operaciones.* 9°edición. México: Mc.Graw-Hill.

Render, B., Stair, R. M., & Hanna, M. E. (2006). *Métodos cuantitativos para los negocios* 9º ed. México. Pearson Educación.

Análisis de Algunos Indicadores en la Distribución Presupuestaria en las Universidades Públicas Argentinas

Devincenzi, Gustavo 1 – Piccini, Analía 2 – Bonaffini, María Liliana 3 – Giraudo, Marta 4
Facultad de Ingeniería 1 y 4 – Facultad de Ciencias Económicas 2 y 3 – Universidad Nacional del Nordeste
gdevin@ing.unne.edu.ar 1 - apapiccini@gmail.com 2 - mbonaffini@eco.unne.edu.ar 3 - martabvgiraudo@gmail.com 4

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras claves: Presupuesto universitario, Distribución, Indicadores

Resumen

Las políticas educativas de nivel superior en la Argentina, han propiciado la incorporación de distintos procedimientos para asignar recursos a las universidades. A partir de estas políticas, adquiere mayor peso el uso de indicadores para medir resultados y para orientar las decisiones en las universidades.
En este trabajo se analiza la distribución del Presupuesto Público a las Instituciones Universitarias Estatales por Jurisdicción, para el año 2019. Además, teniendo en cuenta que entre los factores que más inciden en la determinación de la cantidad de recursos públicos que anualmente el Estado Nacional invierte en la educación universitaria, el más relevante es la situación general de la economía, este trabajo expone la evolución de la asignación del PBI en relación al gasto público universitario en un período determinado.
La metodología utilizada es cuantitativa y cualitativa, procesando los datos mediante diferentes técnicas y modelado matemático, utilizando programas específicos.
En una tercera instancia, se analiza, teniendo en cuenta la evolución de la matrícula, la dinámica del gasto por alumno, en relación a la cantidad de estudiantes, y también la relación del PBI respecto a la cantidad de docentes nacionales, en los últimos años en que se dispone de información.
El trabajo concluye planteando la injerencia que existe entre el PBI y la cantidad de docentes de una Facultad de la Universidad Nacional del Nordeste.

1 Introducción:

Las políticas educativas de nivel superior en la Argentina, al igual que en el plano internacional, han propiciado la incorporación de distintos procedimientos para asignar recursos a las universidades. A partir de estas políticas, adquiere mayor peso el uso de indicadores para medir resultados y para orientar las decisiones en las universidades.

García de Fanelli, A.M. (2000) menciona que el crecimiento y la diversificación institucional, ante la expansión de la demanda educativa, tornaron imperativo que el estado asumiera un nuevo papel, esta vez, como garante de la calidad de los productos educativos, y generador de información apropiada para la toma de decisiones. Estas actividades eran necesarias para garantizar que tal variedad de instituciones y programas redundara en provecho para los futuros estudiantes y la sociedad en general, impulsando la creación de distintas instancias de control de la calidad y la producción de más y mejores estadísticas sobre el sector. Por este motivo consideramos idóneo el uso de indicadores como un instrumento apropiado en estas actividades de producción y control de información.

La mencionada autora expresa que, en el contexto de la restricción de fondos públicos disponibles para el sector universitario, la construcción de indicadores se enmarca también en la responsabilidad social, e implica rendir cuentas al gobierno del uso de los fondos públicos destinados a la educación superior, lo cual trajo como consecuencia la necesidad de incorporar *indicadores financieros*, que dieran razón del uso eficiente de los recursos.

En este trabajo se analiza, en primer lugar, la distribución del Presupuesto Público a las Instituciones Universitarias Estatales por Jurisdicción, para el Año 2019. Además, teniendo en cuenta que entre los factores que más inciden en la determinación de la cantidad de recursos públicos que anualmente el Estado nacional invierte en la educación universitaria, el más relevante es la situación general de la economía, este trabajo expone la evolución de la asignación del PIB en relación al gasto público universitario en un período determinado.

En una tercera instancia, se analiza, teniendo en cuenta la evolución de la matrícula, la dinámica del gasto por alumno, en relación a la cantidad de estudiantes, y también la relación del PIB respecto a la cantidad de docentes nacionales, en los últimos años en que se dispone de información.

El trabajo concluye planteando la injerencia que existe entre el PBI y la cantidad de docentes de una Facultad de la Universidad Nacional del Nordeste.

2 Análisis:

Conforme los datos de distribución presupuestaria (2) del sistema universitario público argentino, compuesto actualmente por 57 universidades (lo llamaremos UUPP), obtenemos los siguientes resultados

Tabla 1: Instituciones Universitarias Estatales y Presupuesto Público por Jurisdicción. Año 2019.

Provincias	Presupuesto público en porcentajes (%)
Buenos Aires	23,8
Catamarca	1,3
Chaco	0,2
Chubut	1,7
C.A.B.A.	19,2
Córdoba	9,0
Corrientes	2,8
Entre Ríos	1,2
Formosa	0,8
Jujuy	1,2
La Pampa	1,0
La Rioja	1,6
Mendoza	4,0
Misiones	1,5

Neuquén	2,1
Río Negro	0,9
Salta	1,7
San Juan	2,8
San Luis	2,0
Santa Cruz	1,0
Santa Fe	7,7
Santiago del Estero	1,0
Tierra del Fuego	0,4
Tucumán	4,7
Sin Asignar	6,3

El 43% del presupuesto público lo absorben la provincia de Buenos Aires y CABA, un 6.3% está sin asignar y el 50,7% es repartido entre las 22 jurisdicciones restantes.

Si se considera la porción correspondiente a las provincias del NEA, les corresponde un total del 5,3%.

Tabla 2: Porcentajes correspondientes a las provincias del NEA

Provincias	%
Chaco	0,2
Corrientes	2,8
Formosa	0,8
Misiones	1,5
Total	5,3

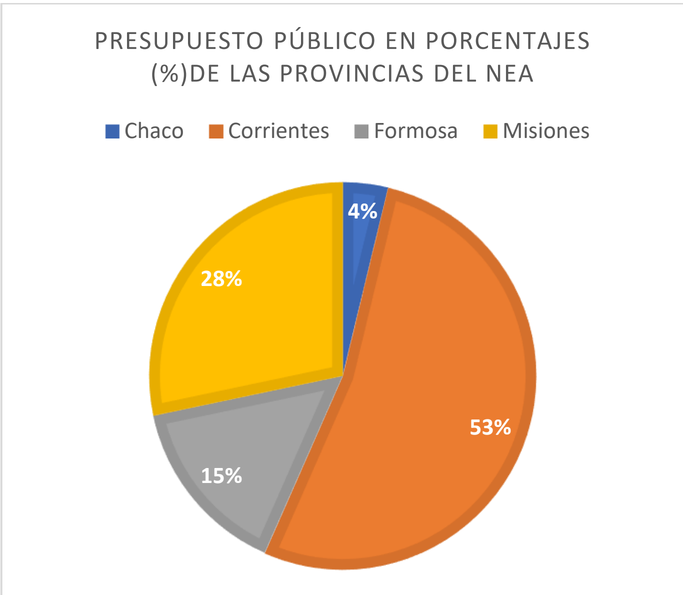


Gráfico 1: Presupuesto Público en Porcentajes de las provincias del NEA

La distorsión entre Chaco y Corrientes es porque se asigna a la UNNE – Universidad Nacional del Nordeste, (principal UUNN de la región) a la provincia de Corrientes, por estar allí la sede del Rectorado, aunque esta universidad tiene facultades e institutos en ambas provincias, la otra UUNN en el Chaco es la UNCAus, con sede en Saénz Peña, 2ª ciudad de la provincia en cantidad de habitantes y distante unos 170 km de la capital, Resistencia.

Tabla 3: Gasto público universitario en porcentaje del PBI

Años analizados	Gasto público universitario en % del PBI
1993	0,53
1994	0,55
1995	0,57
1996	0,56
1997	0,54
1998	0,58
1999	0,61
2000	0,61
2001	0,61
2002	0,52
2003	0,53
2004	0,52
2005	0,52
2006	0,56
2007	0,61
2008	0,65
2009	0,8
2010	0,77
2011	0,78
2012	0,82
2013	0,83
2014	0,82
2015	0,85
2016	0,79
2017	0,84
2018	0,75

En los 26 años analizados, se ha destinado al presupuesto universitario, en promedio, el 0,66% del PBI, considerando que en el 50% de los años se han destinado el 0,61% o menos del PBI al presupuesto universitario. Si es significativo apreciar que esta relación ha ido aumento en esto últimos años, aunque con una caída en el último analizado. La desviación llega a valores de un 12%.

También si se analiza el crecimiento del % de entrega a las universidades del PBI, el mismo creció un 41% en relación al año 1993.

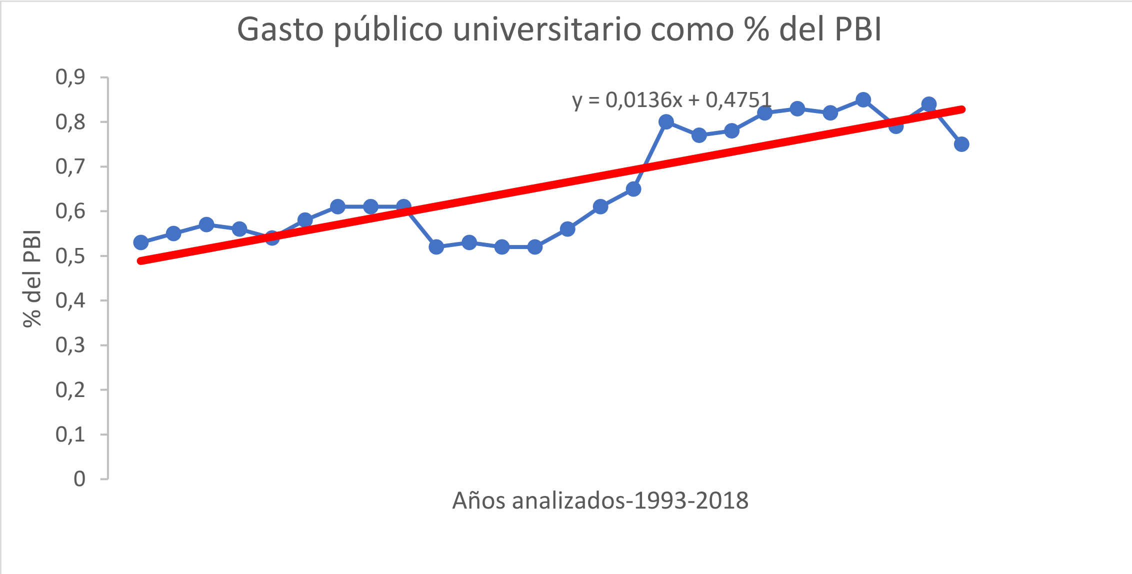


Gráfico 2: Gasto público universitario como porcentaje de PBI

Tabla 4: Cantidad de alumnos de las UNNN

Años analizados	N° de alumnos en las UUNN
1993	674868
1994	719671
1995	766847
1996	812308
1997	869440
1998	946757
1999	1054014
2000	1120417
2001	1185441
2002	1231333
2003	1246759
2004	1273156
2005	1260179
2006	1264560

2007	1225971
2008	1239996
2009	1267517
2010	1216119
2011	1391214
2012	1394782
2013	1403312
2014	1430982
2015	1459774
2016	1487432
2017	1549568
2018	1549568

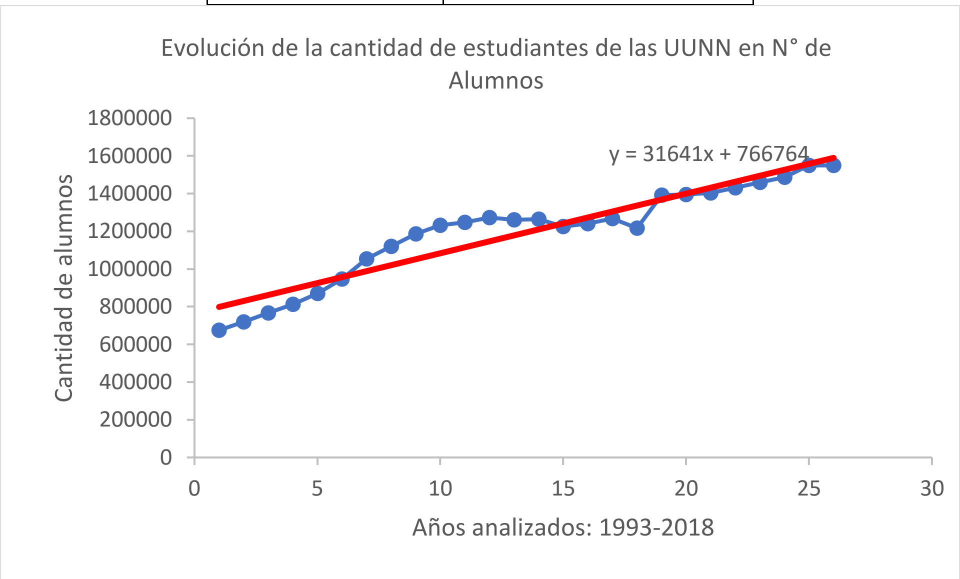


Gráfico 3: Evolución de la cantidad de estudiantes de las UUNN

La evolución de la matrícula entre los años 2018 y 1993 es del 130% mayor en el año 2018.

Tabla 5: Gasto por alumnos años 1993-2018

Años analizados	Gasto por alumno	Cantidad de alumnos
1993	51692	674868
2018	62685	1549568

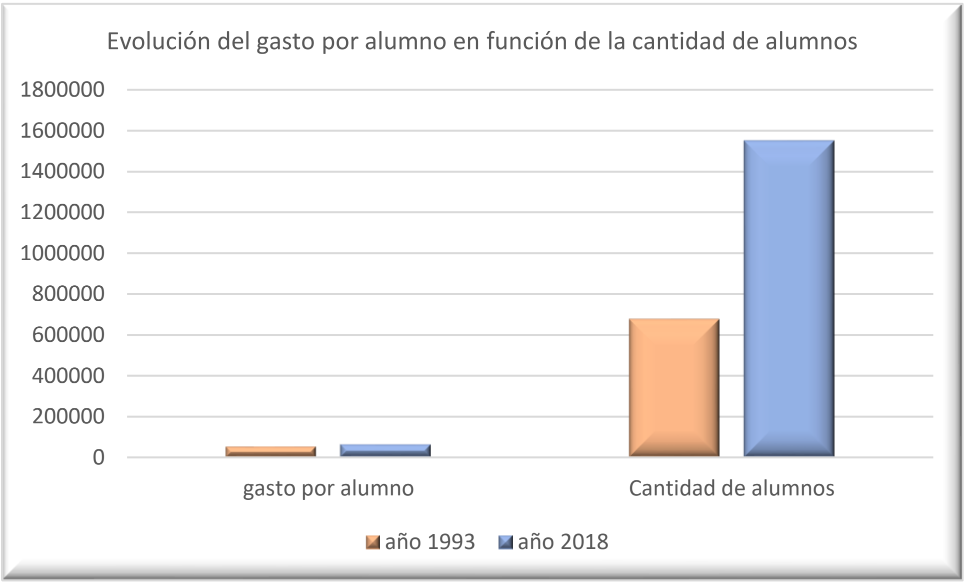


Gráfico 4: Evolución del gasto por alumno en función de la cantidad de alumnos

En el año 2018 la inversión por alumnos creció un 178% en relación a la inversión por alumno del año 1993.

Luego de este primer análisis realizado en este semestre se procedió a:

Para calcular los indicadores propuestos por el manual de Lima a nivel nacional se buscó la siguiente información:

- PBI desde los años 2016 al 2020 en la siguiente dirección web: https://datosmacro.expansion.com/pib/argentina?anio=2019
- En cuanto a los valores correspondientes a la cantidad de docentes y alumnos se analizaron documentos presentados por el Ministerio de Educación de la Nación en las siguientes direcciones:
  1) https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/1-sintesis_2018-2019-.pdf
  2) https://www.argentina.gob.ar/sites/default/files/sintesis_2016-2017.pdf
- En cuanto a las definiciones de los diferentes actores que participan en la educación universitaria se utilizó el siguiente documento: DEFINICIONES BÁSICAS PARA EL CÁLCULO DE INDICADORES.pdf
  3) Con esta información se pudieron calcular las razones que demuestran la incidencia del total de docentes universitarios con respecto al PBI per cápita, valuada anualmente en euros.
- También se empezó a analizar la evolución de la cantidad de docentes de la Facultad de Ingeniería de la UNNE, entre los años 2016 a 2021, y se calculó la proporción de incidencia que tienen la cantidad de docentes de ingeniería en relación a la cantidad de docentes universitarios nacionales con respecto al PBI per cápita.

3 Resultados

Algunos resultados obtenidos son los siguientes:

- La relación del PBI con la cantidad de docentes nacionales ha decrecido un 63% entre el año 2020 y 2017

4)

Gráfico 4: Relación cantidad de docente de Universidades Nacionales - PBI

Si se analiza la injerencia que existe entre el PBI y la cantidad de docentes de la Facultad de Ingeniería se tiene:

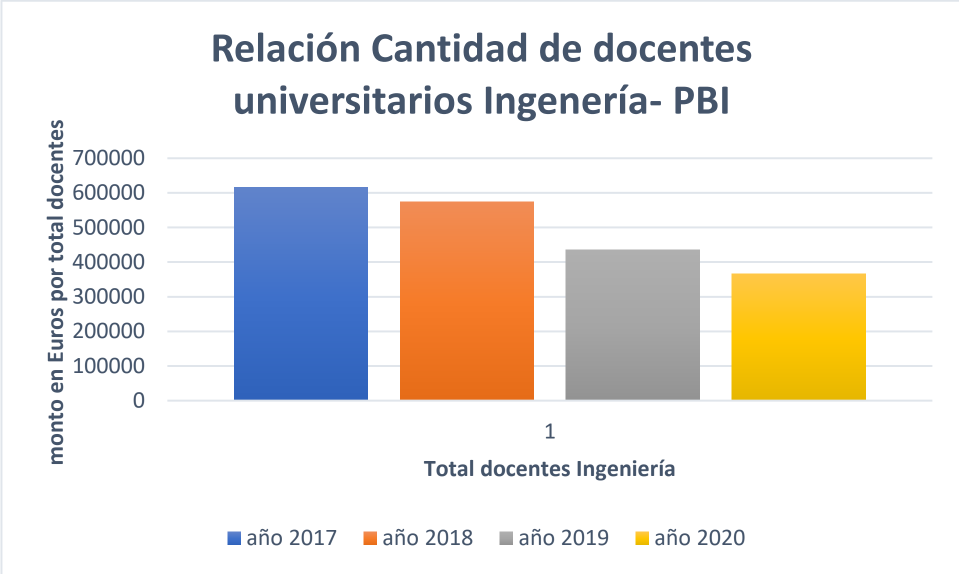


Gráfico 5: Relación Docentes de la Facultad de Ingeniería UNNE- PBI

- El sistema universitario público argentino se caracteriza por una distribución presupuestaria del orden del 90% para el pago de salarios y solo el restante para su funcionamiento.
- Si bien todas la universidades disponen de ingresos por recursos propios, en general los mimos son insignificantes frente a los importes de la asistencia presupuestaria del tesoro nacional.
- Se aprecia en el mismo, en distintos indicadores considerados, diferencias entre las distintas casas de estudio, con asimetrías significativas.
- La distribución de los gastos de funcionamiento, del presupuesto nacional asignado a las UUPP, tiene algunas pautas objetivas para su implementación (CIN, Modelo de asignación presupuestaria), pero para la masa salarial sigue un esquema histórico.
- El presupuesto 2019, para todas la UUPP, fue de $121.952 millones. Esto daría un promedio por alumno de $76.120. Sin embargo, la distribución real muestra valores muy diferentes entre las distintas instituciones, verificándose por ejemplo que universidades con similar cantidad de alumnos, reciben unas más del doble que las otras.
- Otro indicador es la cantidad de materias aprobadas por año. En promedio, en las UUPP, el 51% de los estudiantes no aprueba más de una materia por año. Aquí también se evidencian desviaciones importantes según la universidad que se considere.
- En lo que al cociente egresados/ingresantes se refiere, el promedio nacional está en el orden del 26,9%, y también presenta fuertes discrepancias entre las instituciones argentinas. Se observaron los mayores en la UN de Rosario (63,9%), la UN de La Matanza (41%) y la de Cuyo (37,2%).
- En cuanto a la cantidad de alumnos por docente y por universidad, el promedio nacional es del 11,4%. El ratio más elevado se aprecia en la de UN de Quilmes con 25 alumnos por docente, mientras que el menor en la de Rafaela, con 4,1 estudiantes por cada docente.

- Otro aspecto visto es la relación entre el presupuesto nacional asignado y el PBI. Esta relación en Argentina estuvo en el 2018 en el orden del 0.75%, habiendo llegado como valores máximos del 0.85%. Estos porcentajes no son elevados cuando se los coteja con los niveles alcanzados por otras naciones.

3. 1 Acciones que se están desarrollando actualmente:

- Recopilando información de datos correspondientes a la UNNE en relación a la cantidad de docentes y alumnos, replicar los indicadores propuestos en el manual de Lima a nivel nacional, regional y local, como así también poder calcular los indicadores propuestos en el CIN (Consejo Interuniversitario Argentino) para la distribución de gastos de funcionamiento en la UNNE.

Referencias:

García de Fanelli A. y Brotob, A. (2019). *Financiamiento de las universidades nacionales en la Argentina: principales indicadores y tendencias.* Centro de Estudios de Estado y Sociedad (CEDES). CONICET, Argentina - Universidad Nacional del Noroeste de la Provincia de Buenos Aires, Argentina

Doberti, J. I., , Gabay, G. y Levy, M. (2020). *El presupuesto universitario en la Argentina: ¿cuánto, ¿cómo, dónde y a quiénes?*, en CUINAP 7 – Argentina - Año 1 - Cuadernos del INAP.

OCTS-OEI-UNESCO. (2017). *MANUAL IBEROAMERICANO DE INDICADORES DE EDUCACIÓN SUPERIOR. MANUAL DE LIMA.*

CIN (2016). *MODELO DE ASIGNACIÓN PRESUPUESTARIA - TEXTO UNIFICADO (ACTUALIZADO CON A.P 978/2016)*

Aplicación de los Multiplicadores de Lagrange a la Economía

Daroca Aparicio, Martín
Instituto de Investigaciones Económicas (I.I.E.). Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales.
Universidad Nacional de Salta
martin.daroca@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada, Educación.

Palabras Claves: Hessiano Orlado, Maximización, Minimización, Utilidad, Costo.

Resumen

El método de los Multiplicadores de Lagrange es utilizado en matemática, entre otras, para clasificar los puntos críticos de una función de dos o más variables en máximos, mínimos y/o puntos sillas según sea el caso. Este criterio se puede trasladar a funciones económicas de dos o más variables como ser la función de utilidad, la función de costos, producción entre otras y determinar las cantidades de bienes, factores producción, etc. que

lograr maximizar o minimizar cierta función económica. Pero además, el método puede utilizarse en la economía para determinar ciertas funciones de demanda genéricas y realizar un análisis de estática comparativa.
Podremos considerar dos posibles situaciones, a partir de la maximización de la utilidad del consumidor sujeta a una restricción presupuestaria determinada se pueden obtener las demandas que posee el consumidor de los distintos bienes que entran en su función de utilidad; y de acuerdo a eso se puede inferir acerca de los efectos que tienen en las distintas funciones de demanda, cambios en las variables que posee.
De la misma manera, a partir de la minimización de costos que realiza una empresa, sujeta a su función de producción, se pueden obtener las demandas que poseen los factores productivos que emplea la empresa, y de acuerdo a eso se puede inferir acerca de los efectos que tienen en las distintas funciones de demandas, cambios en las variables que posee.

INTRODUCCIÓN

En el transcurso de los últimos años, se pudo observar que los alumnos de la Licenciatura en Economía de Facultad de CS. Económicas de la U.N.Sa., después de cursar Matemática III e ingresar a las materias específicas de la carrera, tales como Microeconomía y Macroeconomía, muestran algunas deficiencias en la parte matemática, herramienta fundamental para el análisis económico. El problema es que dichos alumnos necesitarían la incorporación de una nueva asignatura en el plan de estudios que haga de nexo, quizás Matemática IV solamente para ellos, y de esta manera cubrir los aspectos técnico- conceptuales que les falta.

Como todavía no se ejecutó un nuevo plan de estudios, este trabajo pretende de alguna manera, cubrir y reforzar algunos temas conceptuales aplicados netamente a la economía para que dichos alumnos ingresen a las materias específicas con más seguridad y para lograr que el cambio no sea tan brusco.

MARCO TEÓRICO

A continuación, se detalla el marco teórico que se les presentará a los alumnos:

MAXIMIZACIÓN DE LA UTILIDAD

El consumidor percibe satisfacción o utilidad al consumir ciertos bienes y/o servicios que entran dentro de sus gustos, preferencias y posibilidades económicas. Por lo tanto, el consumidor poseerá una función de utilidad, la cual contendrá los distintos bienes y/o servicios que consume.
Independientemente de los gustos y preferencias que tiene el consumidor, éste se enfrenta a los distintos precios que tiene que pagar por su consumo, por lo cual se enfrenta a lo que se denomina su restricción presupuestaria, la cual está compuesta por las distintas cantidades de bienes y/o servicios que consume multiplicado por sus respectivos precios.[1]

[1] NICHOLSON, Walter. (1997) *Teoría Microeconómica. Cap 4. La maximización de la utilidad y la elección*

El consumidor cuenta con un ingreso, el cual lo destinará a pagar los bienes y/o servicios que le proporcionan utilidad y tendrá que asignarlo eficientemente. Se supone que el consumidor gasta todo el ingreso en su respectivo consumo.

Por lo tanto, el consumidor tendrá que maximizar su utilidad sujeta a la restricción presupuestaria que enfrenta.

A continuación, se detallan ciertos requisitos que deben cumplir tanto la función de utilidad como la restricción presupuestaria.

$U = U(x, y)$

Donde x e y representan los dos bienes que se consumen

La función de utilidad cumple con las siguientes características:

- Es una función continua.
- $U_x > 0,\ U_y > 0, U_{xx} < 0,\ U_{yy} < 0,$ es decir sus utilidades marginales son positivas pero decrecientes.

La restricción presupuestaria que enfrenta el consumidor viene dada por:

$P_x x + P_y y = I$

Donde: P_x es el precio del bien x.

P_y es el precio del bien y

I representa el ingreso.

Por lo tanto, el objetivo del consumidor es:

$$Max\ U = U(x, y)\ sujeto\ a\ \ P_x x + P_y y = I$$

Planteando el Lagrangiano:

$\mathcal{L} = U(x, y) + \lambda(I - P_x x - P_y y)$

Condiciones de primer orden (CPO):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = U_x - \lambda P_x = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{U_x}{P_x}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = U_y - \lambda P_y = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{U_y}{P_y}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - P_x x - P_y y = 0$$

Igualando:

$$\frac{U_x}{P_x} = \frac{U_y}{P_y} \Rightarrow \frac{U_x}{U_y} = \frac{P_x}{P_y} = |TMS_{yx}|$$

Combinando la tasa marginal de sustitución $|TMS_{yx}|$ con la restricción presupuestaria, se obtienen las demandas marshallianas de los dos bienes:

$$x^M = x(P_x, P_y, I)$$

$$y^M = y(P_x, P_y, I)$$

Condiciones de Segundo Orden (CSO)[2]:

$$d\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}\right) = U_{xx}dx + U_{xy}dy - \lambda dP_x - P_x d\lambda = 0$$

$$d\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}\right) = U_{yx}dx + U_{yy}dy - \lambda dP_y - P_y d\lambda = 0$$

$$d\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}\right) = dI - xdP_x - P_x dx - ydP_y - P_y dy = 0$$

Armando un sistema de ecuaciones y poniéndolo en términos matriciales:

$$\begin{vmatrix} U_{xx} & U_{xy} & -P_x \\ U_{yx} & U_{yy} & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dx \\ dy \\ d\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda dP_x \\ \lambda dP_y \\ -dI + xdP_x + ydP_y \end{vmatrix}$$

El Hessiano orlado es definido negativo para que tenga un máximo.

Resolviendo el determinante de 3x3:

$$|\overline{H}_{3x3}| = \begin{vmatrix} U_{xx} & U_{xy} & -P_x \\ U_{yx} & U_{yy} & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \\ U_{xx} & U_{xy} & -P_x \\ U_{yx} & -U_{yy} & -P_y \end{vmatrix} = \left(2U_{xy} - P_x^2 U_{yy} - P_y^2 U_{xx}\right) < 0$$

Volviendo al sistema matricial, se puede determinar a qué es igual el diferencial del bien *x*, a partir del cual se puede realizar un análisis de estática comparativa:

$$dx = \frac{(-1)^{1+1}\lambda dP_x \begin{vmatrix} U_{yy} & -P_y \\ -P_y & 0 \end{vmatrix} + (-1)^{2+1}\lambda dP_y \begin{vmatrix} U_{yy} & -P_y \\ -P_y & 0 \end{vmatrix} + (-1)^{3+1}\left(-dI + xdP_x + ydP_y\right) \begin{vmatrix} U_{xy} & -P_x \\ U_{yy} & -P_y \end{vmatrix}}{|\overline{H}|}$$

$$dx = \frac{-\lambda P_y^2 dP_x + \lambda P_x P_y dP_y + \left(-U_{xy}P_y + U_{yy}P_x\right)\left(-dI + xdP_x + ydP_y\right)}{|\overline{H}|}$$

Analizando cómo cambia la cantidad del bien x cuando cambia su respectivo precio:

$$\frac{\partial x}{\partial P_x} = \frac{-\lambda P_y^2 + x\left(-U_{xy}P_y + U_{yy}P_x\right)}{2U_{xy} - P_x^2 U_{yy} - P_y^2 U_{xx}} < 0 \quad Ley\ de\ la\ demanda$$

Multiplicando ambos miembros por $\frac{P_x}{x}$ se obtiene la elasticidad precio del bien *x*.

$$|\eta_{xP_x}| = \left|\frac{\partial x}{\partial P_x}\frac{P_x}{x}\right| = \left|\frac{-\lambda P_y^2 + x\left(-U_{xy}P_y + U_{yy}P_x\right)}{\left(2U_{xy} - P_x^2 U_{yy} - P_y^2 U_{xx}\right)} \cdot \frac{P_x}{x}\right|$$

[2] ELIAS, LIDIA ROSA. (2016).*Teoría Microeconómica. Cap 1. Teoría del consumidor*

$$|\eta_{xP_x}| = \begin{cases} > 1 \Rightarrow la\ demanda\ es\ elástica \\ = 1 \Rightarrow la\ demanda\ tiene\ elastic\ idad\ unitaria \\ < 1 \Rightarrow la\ demanda\ es\ inelástica \end{cases}$$

$$\frac{\partial x}{\partial P_y} = \frac{\lambda P_x P_y + y(-U_{xy}P_y + U_{yy}P_x)}{2U_{xy} - P_x^2 U_{yy} - P_y^2 U_{xx}}$$

$$\eta_{xP_y} = \frac{\partial x}{\partial P_y}\frac{P_y}{x} = \frac{\lambda P_x P_y + y(-U_{xy}P_y + U_{yy}P_x)}{(2U_{xy} - P_x^2 U_{yy} - P_y^2 U_{xx})} \cdot \frac{P_y}{x}$$

Analizando cómo cambia la cantidad del bien x cuando cambia el precio del otro bien:

$$\eta_{xP_y} = \begin{cases} > 0 \Rightarrow x\ e\ y\ son\ bienes\ sustitutos \\ = 0 \Rightarrow x\ e\ y\ son\ bienes\ independientes \\ < 0 \Rightarrow x\ e\ y\ son\ bienes\ complementarios \end{cases}$$

$$\frac{\partial x}{\partial I} = \frac{U_{xy}P_y - U_{yy}P_x}{2U_{xy} - P_x^2 U_{yy} - P_y^2 U_{xx}}$$

$$\eta_{xI} = \frac{\partial x}{\partial I}\frac{I}{x} = \frac{(U_{xy}P_y - U_{yy}P_x)}{(2U_{xy} - P_x^2 U_{yy} - P_y^2 U_{xx})} \cdot \frac{I}{x}$$

$$\eta_{xI} = \begin{cases} > 0 \Rightarrow x\ es\ un\ bien\ normal\ o\ de\ lujo \\ = 0 \Rightarrow x\ es\ un\ bien\ neutro \\ < 0 \Rightarrow x\ es\ un\ bien\ inferior \end{cases}$$

Lo mismo se puede realizar para el bien y.

MINIMIZACIÓN DEL COSTO.

El objetivo de una empresa en el largo plazo en el de minimizar los costos que tenga. En el largo plazo, la empresa ya tiene una estructura sólida, con una cantidad de producción constante, en la cual utiliza ciertos factores productivos (trabajo y capital) para poder llevar a cabo su producción., con lo cual su función de producción se mantendrá fija o constante[3].

Por lo tanto, la función de producción de la empresa es de la forma:

$X_0 = F(E, K)$

Donde: E es la cantidad de trabajadores.

K es el capital físico (maquinarias).

La función de producción cumple con las siguientes características:

- La función es continua.

[3] NICHOLSON, Walter. (1997) *Teoría Microeconómica. Cap. 12. Los costos de producción*

- $F_E > 0,\ F_K > 0, F_{EE} < 0,\ F_{KK} < 0$, es decir sus productividades marginales son positivas pero decrecientes.
- $F_{EK} = F_{KE}$, es decir, sus productividades marginales cruzadas son iguales.

En el largo plazo, todos los costos que tiene la empresa son variables, y son los precios que debe pagar por emplear sus factores productivos. Por lo tanto la función de costo de la empresa viene dado de la siguiente forma:
$CT = wE + rK$

Donde : w es el salario que se le paga a los trabajadores.

r es el precio del capital físico.

Con lo cual, el objetivo de la empresa es:

$$Min\ CT = wE + rK \quad sujeto\ a \quad X_0 = F(E, K)$$

Planteando el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = wE + rk + \lambda[X_0 - F(E, K)]$$

Condiciones de primer orden (CPO):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E} = w - \lambda F_E = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{w}{F_E}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = r - \lambda F_K = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{r}{F_K}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = X_0 - F(E, K) = 0$$

Igualando:

$$\frac{w}{F_E} = \frac{r}{F_K} \Rightarrow \frac{w}{r} = \frac{F_E}{F_K} = |TMST_{KE}|$$

Combinando la tasa marginal de sustitución técnica de capital por trabajo $|TMST_{KE}|$ con la función de producción, se obtienen las demandas compensadas de los dos factores productivos:

$$E^C = E(w, r, X_0,)$$

$$K^C = K(w, r, X_0)$$

Condiciones de Segundo Orden (CSO)[4]:

$$d\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial E}\right) = dw - \lambda F_{EE}dE - \lambda F_{EK}dK - F_E d\lambda = 0$$

$$d\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K}\right) = dr - \lambda F_{KE}dE - \lambda F_{KK}dK - F_k d\lambda = 0$$

[4] ELIAS, LIDIA ROSA. (2016).*Teoría Microeconómica. Cap. 2. Demanda de los factores de la producción*

$$d\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda}\right) = dX_0 - F_E dE - F_K dK = 0$$

Armando un sistema de ecuaciones y poniéndolo en términos matriciales:

$$\begin{vmatrix} \lambda F_{EE} & \lambda F_{EK} & F_E \\ \lambda F_{KE} & \lambda F_{KK} & F_k \\ F_E & F_K & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dE \\ dK \\ d\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} dw \\ dr \\ dX_0 \end{vmatrix}$$

El Hessiano Orlado es definido positivo.

Resolviendo el determinante de 3x3:

$$|\overline{H}_{3x3}| = \begin{vmatrix} \lambda F_{EE} & \lambda F_{EK} & F_E \\ \lambda F_{KE} & \lambda F_{KK} & F_K \\ F_E & F_K & 0 \\ \lambda F_{EE} & \lambda F_{EK} & F_E \\ \lambda F_{KE} & \lambda F_{KK} & F_K \end{vmatrix} = \lambda(2F_{EK}F_E F_k - F_E^2 F_{KK} - F_K^2 F_{EE}) > 0$$

Volviendo al sistema matricial, se puede determinar a qué es igual el diferencial del trabajo, a partir del cual se puede realizar un análisis de estática comparativa:

$$dE = \frac{-F_K^2 dw + F_E F_k dr + \lambda(F_{EK}F_K - F_{KK}F_E)}{|\overline{H}|}$$

Analizando cómo cambia la cantidad de trabajadores cuando cambia el salario:

$$\frac{\partial E}{\partial w} = -\frac{F_K^2}{\lambda(2F_{EK}F_E F_k - F_E^2 F_{KK} - F_K^2 F_{EE})} < 0, \qquad Ley\ de\ la\ Demanda$$

Multiplicando ambos miembros por $\frac{w}{E}$ se obtiene la elasticidad precio del trabajo.

$$|\eta_{Ew}| = \left|\frac{\partial E}{\partial w}\frac{w}{E}\right| = \left|\frac{F_K^2}{\lambda(2F_{EK}F_E F_k - F_E^2 F_{KK} - F_K^2 F_{EE})} \cdot \frac{w}{E}\right|$$

$$|\eta_{Ew}| = \begin{cases} > 1 \Rightarrow la\ demanda\ es\ elástica \\ = 1 \Rightarrow la\ demanda\ tiene\ elastic\ idad\ unitaria \\ < 1 \Rightarrow la\ demanda\ es\ inelástica \end{cases}$$

Analizando cómo cambia la cantidad de trabajadores cuando cambia el precio del capital físico:

$$\frac{\partial E}{\partial r} = \frac{F_E F_k}{\lambda(2F_{EK}F_E F_k - F_E^2 F_{KK} - F_K^2 F_{EE})}$$

Multiplicando ambos miembros por $\frac{r}{E}$ se obtiene la elasticidad cruzada del trabajo.

$$\eta_{Er} = \frac{\partial E}{\partial r}\frac{r}{E} = \frac{F_E F_k}{\lambda(2F_{EK}F_E F_k - F_E^2 F_{KK} - F_K^2 F_{EE})}$$

$$\eta_{Er} = \begin{cases} > 0 \Rightarrow E\ y\ K\ son\ factores\ sustitutos \\ = 0 \Rightarrow E\ y\ K\ son\ factores\ independientes \\ < 0 \Rightarrow E\ y\ K\ son\ factores\ complementarios \end{cases}$$

Analizando cómo cambia la cantidad de trabajadores cuando cambia el nivel de producción:

$$\frac{\partial E}{\partial X_0} = \frac{F_{EK}F_K - F_{KK}F_E}{2F_{EK}F_E F_k - F_E^2 F_{KK} - F_K^2 F_{EE}}$$

Multiplicando ambos miembros por $\frac{X_0}{E}$ se obtiene la elasticidad producción del trabajo.

$$\eta_{EX_0} = \frac{\partial E}{\partial X_0}\frac{X_0}{E} = \frac{F_{EK}F_K - F_{KK}F_E}{2F_{EK}F_E F_k - F_E^2 F_{KK} - F_K^2 F_{EE}}$$

$$\eta_{EX_0} = \begin{cases} > 0 \Rightarrow E\ es\ un\ factor\ normal\ o\ de\ lujo \\ = 0 \Rightarrow E\ es\ un\ factor\ neutro \\ < 0 \Rightarrow E\ es\ un\ factor\ inferior \end{cases}$$

Lo mismo se puede realizar para el capital físico.

OBJETIVO GENERAL:

Que los alumnos de la Licenciatura en Economía de la U.N.Sa. :

- Incorporen contenidos matemáticos necesarios para transitar con mayor facilidad asignaturas específicas de la carrera.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Revisar conceptos económicos previos.
- Estrechar la conexión entre la teoría económica y la matemática.

METODOLOGÍA

Matemática III es una materia de segundo año que se dicta el primer cuatrimestre para las tres carreras que tiene la Facultad de Ciencias Económicas de Salta (Licenciatura en Economía, Licenciatura en Administración, Contador Público Nacional), por lo que este taller está pensado para los alumnos de la Licenciatura en Economía y será dictado en dos etapas; distribuidas de la siguiente manera: dos clases al finalizar el cursado de la asignatura ,el primer cuatrimestre y dos clases antes de comenzar el segundo cuatrimestre. Se estima un número aproximado de veinte alumnos, los cuales serán consultados para realizar la experiencia en horarios fijados de común acuerdo. Las dos primeras clases serían de repaso de conceptos económicos fundamentales y las otras estarían destinadas a la aplicación teórica de los multiplicadores de Lagrange dentro del marco de la maximización de utilidad y la minimización del costo, utilizar lo que se denomina estática comparativa y analizar las distintas elasticidades.

El tenor de las clases serían teórico-prácticas permitiendo así no solo abordar el contenido teórico sino también presentar situaciones problemáticas en el ámbito de la economía.

Este tema es muy importante ya que el material presentado en el marco teórico es la base de muchos de los distintos tópicos que se presentan en las asignaturas de Microeconomía I y II, entre otras. Nos permitiría hacer un seguimiento a los alumnos que realicen este taller para ver su desenvolvimiento en las materias específicas, para que de esta forma exista una permanente retroalimentación y permitiendo mejorar la experiencia para otros años.

BIBLIOGRAFÍA

ELIAS, LIDIA ROSA. (2016).*Teoría Microeconómica.* Salta, Argentina. Editorial Salta Hanne.

ALPHA, CHIANG. WAINWRIGHT, KEVIN. (2006). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. México D.F.. Editorial Mc Graw Hill.

ALLEN, R.G.D. (1968). *Análisis Matemático para Economistas*. Madrid-España. Editorial Aguilar.

NICHOLSON, Walter. (1997) *Teoría Microeconómica.* Madrid, España. Editorial McGraw-Hill.

HENDERSON, JAMES. QUANDT, Richard. (1975*). Teoría Microeconómica: Una Aproximación Matemática*. Barcelona-España. Ediciones Ariel.

Aproximación del Capital en un Determinado Período y de la Producción Media A Partir de la Convergencia de Sumas Integrales

Parma Andrea[1] – Fernandez María José[2]
[1]CMA / CIMBAGE- IADCOM, Facultad de Ciencias Económicas – UBA - Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas.
[2]CONICET. Instituto Interdisciplinario de Economía Política de Buenos Aires (IIEP - BAIRES)
[1]andreaparma38@gmail.com - [2]mariajfernandez@economicas.uba.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Integral definida, Suma de Riemann, Aplicaciones económicas, Paneles interactivos.

Resumen

En este trabajo, se plantea a los alumnos de las asignaturas de Cálculo de las Facultades de Ciencias Económicas, dos situaciones problemáticas del ámbito económico, la formación del capital en un cierto período de tiempo y el cálculo de la producción media, que emplean en su resolución el concepto de integrales definidas, simple y doble respectivamente. Para ello, el alumno, guiado por el docente, podrá visualizar diferentes aproximaciones geométricas de la solución de los problemas presentados, empleando una sucesión de particiones y una Suma de Riemann para cada una de ellas, asistido mediante paneles interactivos elaborados con dos herramientas informáticas: Geogebra y Descartes.
El empleo de las TIC como recurso didáctico en la enseñanza de las asignaturas del área matemática, representa un gran desafío para los docentes, y más aún cuando se trabaja con la modalidad virtual. El uso de ciertos programas como el Geogebra, Descartes, Mathematica, entre otros, permiten resolver operaciones engorrosas, visualizar gráficas en el plano y en el espacio, realizar cálculos simbólicos. A su vez, brindan la posibilidad de generar paneles interactivos que permiten analizar los cambios producidos en un modelo específico a través de la modificación de ciertos parámetros.
El objetivo de este trabajo es facilitar al alumno el proceso de asimilación del concepto de integral definida a través de la indagación y la elaboración de conclusiones, logrando de esta manera la construcción de un conocimiento significativo.

1. Introducción

De las investigaciones pedagógicas contemporáneas, surge la necesidad de reducir las dificultades de aprendizaje que presentan los alumnos al iniciar el estudio de algunos contenidos básicos de cálculo (García *et al.*, 2016). En este caso particular, nos dedicaremos al concepto de integral definida simple y doble y su aproximación a través de la suma de Riemann, empleando el método del punto medio. La intención de este trabajo es contribuir a la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje. Para ello se propone, como disparador, dos situaciones problemáticas de contexto económico.

Se emplearán paneles interactivos desarrollados en *Geogebra* y *Descartes*, buscando promover el uso de las TIC como herramienta fundamental en la enseñanza. El propósito de estos paneles es permitir que los estudiantes descifren, analicen mediante pruebas y aprendan por sí mismos. De esta forma, podrán asimilar el concepto de forma significativa, apoyándose en software de uso libre orientados a la Matemática.

Las integrales definidas son objetos matemáticos que permiten calcular no solo áreas y volúmenes, sino también otros elementos en diversas disciplinas. La visualización geométrica de las sucesivas sumas de Riemann nos ayudan a aproximar su valor, a partir del concepto de área de una región que la llamaremos $G(f, a, b)$ o volumen de un prisma que llamaremos $V(f; R)$ con su división o partición en varias formas simples de modo tal que el único requisito es que no se solapen entre sí (tales como rectángulos o prismas). El uso de paneles interactivos ayuda a comprender de manera apropiada conceptos tales como: suma inferior, suma superior y suma media. Además, a medida que esas particiones van siendo cada vez más pequeñas, el valor de esa suma o la doble suma se aproxima mejor al valor de la integral definida. Por otro lado, las aplicaciones económicas resultan ser una excelente herramienta para lograr que los alumnos se motiven a la hora de adquirir conceptos no tan amigables.

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera. En primer lugar, se expone el concepto de suma de Riemann para funciones $y = f(x)$, se muestra el panel desarrollado en *Geogebra* y se aborda un problema económico de formación de capital. Con dicho panel, se resuelve el primer problema. En segundo lugar, se expone el concepto de doble suma de Riemann para funciones $z = f(x, y)$ y se presenta un panel interactivo desarrollado en *Descartes*. Se plantea un problema de producción media y se resuelve utilizando la aplicación desarrollada. Por último, se realizan algunos comentarios finales.

2. Integral Definida simple aplicada a funciones escalares

En primer lugar, vamos a revisar el concepto de integral definida simple aplicada a funciones escalares. Supongamos que queremos calcular el área comprendida entre $y = f(x);\ \ x = a;\ \ x = b;\ y = 0$, siendo $f(x)$ continua y $f(x) \geq 0$. A esta área la vamos a llamar G y se puede observar en la Figura 1.

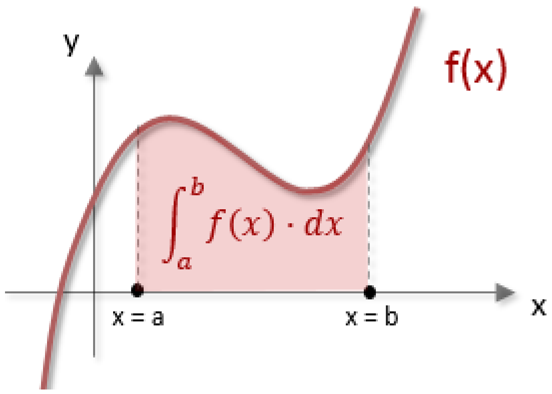


Figura 1. integral definida aplicada a funciones escalares.

Fuente: https://www.matematicas10.net/2017/06/propiedades-de-la-integral-definida.html

En la integral de Riemann, el área del conjunto $G(f, a, b)$ se aproxima mediante rectángulos (Figura 2). Para ello, primero se divide el intervalo $[a, b]$ en un número finito de subintervalos $[x_{k-1}, x_k]$, $1 \leq k \leq n$, cuyas longitudes pueden ser distintas y con una única condición de que no se solapen:

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b$$

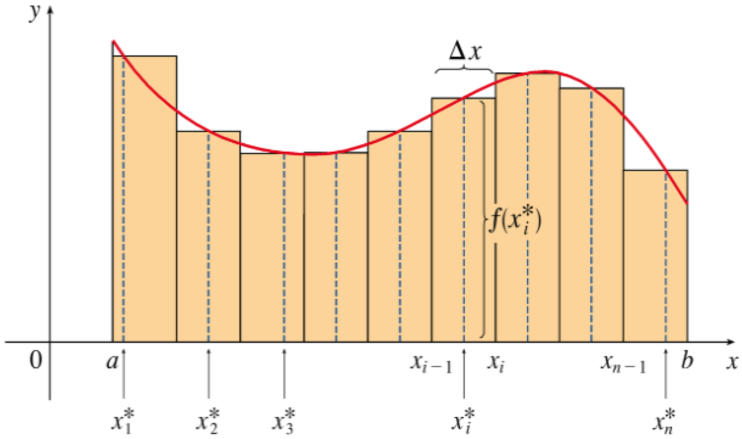


Figura 2. Suma de Riemann.

Fuente: https://docplayer.es/20516432-Integrales-dobles-guia-electronica-de-estudio-para-el-estudiante.html

Definición: Sea $P = \{a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = b\}$ una partición del intervalo $[a, b]$, y elijamos un punto $x^{\star}{}_k \epsilon [x_{k-1}, x_k]$ en cada uno de los intervalos de la misma. El número:

$$\sigma(f, P) = \sum_{k=1}^{n} f(x^{\star}{}_k)\,(x_k - x_{k-1})$$

se llama una *Suma de Riemann* de f para la partición P (Pérez González, *et al*., 2006)

Esta sumatoria representa la suma de las áreas de todos los rectángulos representados en la Figura 2, cuya base es la longitud de cada subintervalo y la altura está representada por la imagen de un punto $x^{\star}{}_k$ de cada subintervalo.

Definición: Dada una partición $P = \{a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = b\}$ del intervalo $[a, b]$, definimos $M_k = \sup f[x_{k-1}, x_k]$ y $m_k = \inf f[x_{k-1}, x_k]$. Así podremos definir dos sumas de Riemann (Pérez González, *et al*.,2006)

Suma superior: $S(f, P) = \sum_{k=1}^{n} M_k\,(x_k - x_{k-1})$

Suma inferior: $I(f, P) = \sum_{k=1}^{n} m_k\,(x_k - x_{k-1})$

Dado que para todo $t_k \epsilon [x_{k-1}, x_k]$ se verifica que $m_k \leq f(x^{\star}{}_k) \leq M_k$, deducimos que para toda suma de Riemann $\sigma(f, P)$, de f para la partición P es $I(f, P) \leq \sigma(f, P) \leq S(f, P)$.

Para cada partición hay una única suma superior y otra inferior.

Si consideramos que $max\Delta P_n \to 0$ o $n \to \infty$, se supone que $S(f, P)$ es una buena aproximación por exceso del área $G(f, a, b)$ e $I(f, P)$ es una buena aproximación por defecto del área $G(f, a, b)$ (Pérez González, *et al*.,2006)

Teorema de convergencia de las sumas integrales: Sea $f: [a, b] \to \mathcal{R}$ una función integrable, $\{P_n\}$ una sucesión de particiones de $[a, b]$ tal que $\{\Delta(P_n)\} \to 0$ y $\sigma(f, P_n)$ una suma de Riemann de f para la partición P_n. Se verifica que (Pérez González, *et al*.,2006):

$$\lim_{n\to\infty} S(f, P_n) = \lim_{n\to\infty} \sigma(f, P_n) = \lim_{n\to\infty} I(f, P_n) = \int_a^b f(x)dx$$

2.1. Problema Económico. Cálculo de formación de capital.

Si el Flujo de Inversión neta está descripto por $I(t) = 3\sqrt{t}$ siendo t la cantidad de años e I la inversión en miles de dólares. ¿Cuál será la formación del capital durante el período de tiempo [1;4], es decir durante el segundo, tercer y cuarto año? (Chiang, *et al.*, 1999).

Podemos observar que la tasa de formación de capital en el momento t es igual al flujo de Inversión Neta $I(t)$:

$$\frac{dK}{dt} = I(t) \Rightarrow K(t) = \int I(t)dt$$

Entonces se puede obtener la trayectoria temporal del capital integrando la función que describe el flujo de inversión neta.

Por otro lado, la formación de capital en un período determinado viene dada por la siguiente integral definida:

$$\int_a^b I(t)dt = K(t)]_a^b = K(b) - K(a)$$

Con esta integral definida se puede resolver el problema planteado de la siguiente manera:

$$\int_1^4 3\sqrt{t}=14.$$

Esta aproximación se puede representar en forma geométrica a través de las sumas superiores e inferiores. Para ello, se realizó un panel interactivo en *Geogebra*, que permite visualizar el problema (Figura 3).

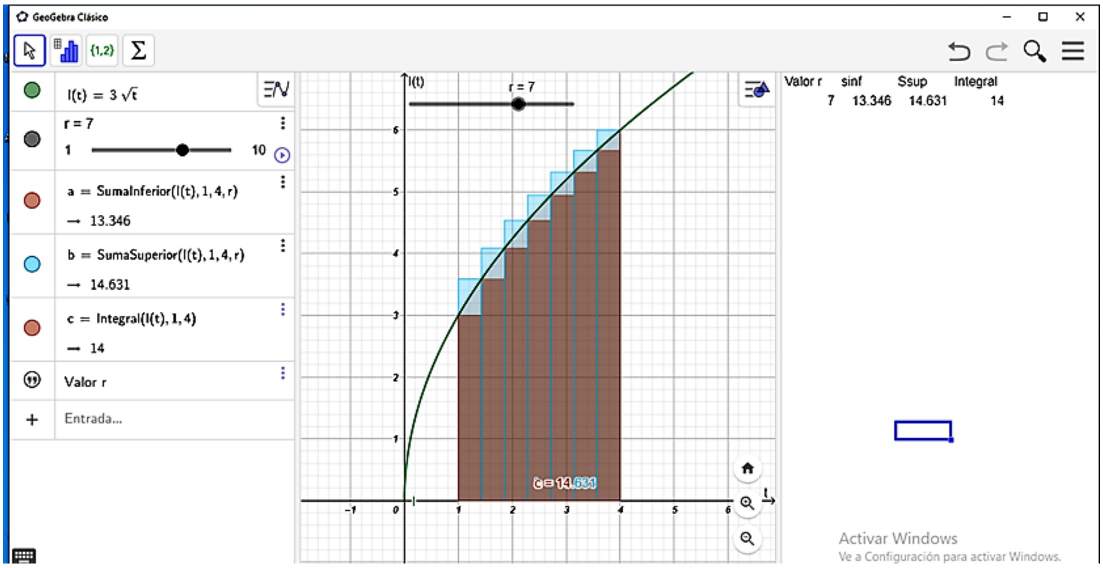


Figura 3. Panel Interactivo integral simple (r=10).

Fuente: Elaboración propia.

En este panel se puede colocar cualquier función. Para resolver nuestro problema, se empleó la función $I(t) = 3\sqrt{t}$ que aparece representada en verde. Luego, se puede observar la suma inferior (calculando las áreas de los rectángulos representados en marrón) y la suma superior (calculando las áreas de los rectángulos representados en celeste). En el panel, se puede elegir en cuantos rectángulos se puede dividir el área desplazando la barra debajo del $r = k$. El objetivo de esta barra es observar que, a medida que se van aumentando la cantidad de subdivisiones del intervalo, las aproximaciones por suma superior y suma inferior se van acercando al valor de la integral. Es decir, cuanto más subdividimos el intervalo, mejor es la aproximación (Figura 4).

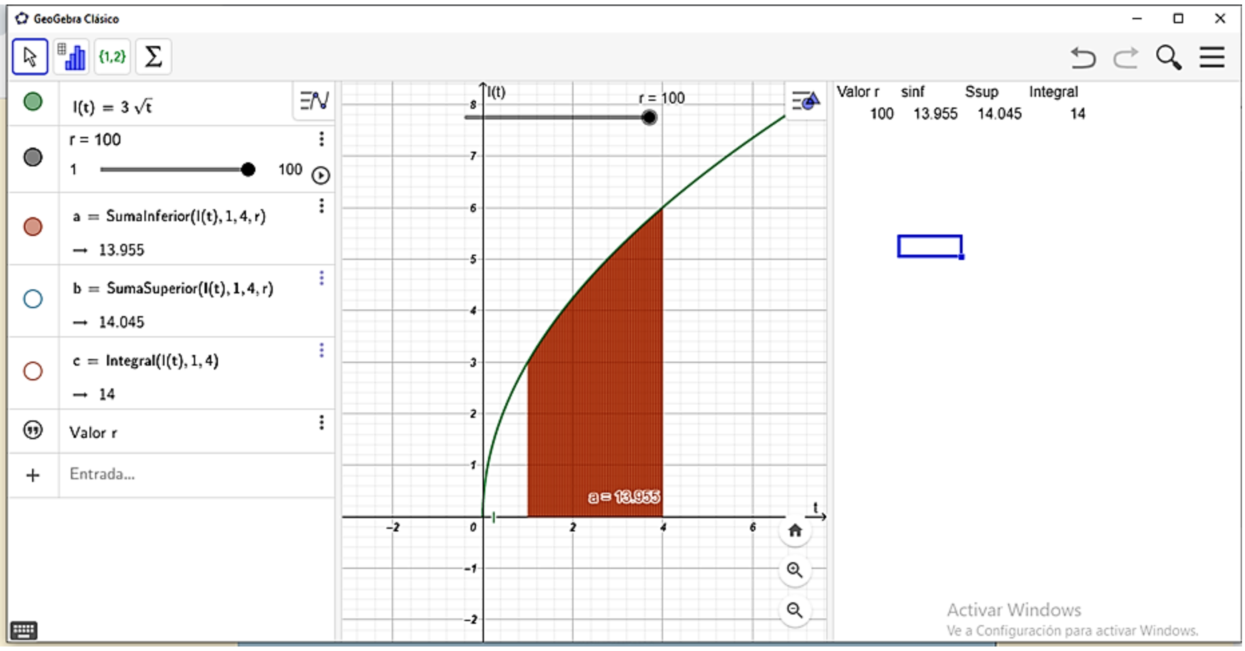


Figura 4. Panel Interactivo integral simple r=100.

Fuente: Elaboración propia.

3. Cálculo de Volumen Integral Doble para z=f(x,y) continua y no negativa

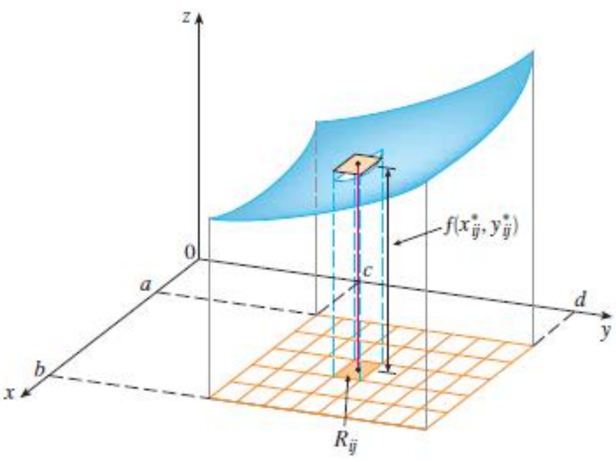
Vamos a extender el concepto de integral simple al concepto de integral doble aproximando el volumen de un cuerpo limitado superiormente por una superficie $z = f(x, y)$ e inferiormente por un rectángulo donde $a \leq x \leq b$ e $c \leq y \leq d$ Lo llamaremos $V(f; R)$ (Figura 5).

$$S = \{(x, y, z)\epsilon\mathcal{R}^3 / 0 \leq z \leq f(x, y), (x, y)\epsilon\mathcal{R}^2\}$$

$$R = [a, b] \times [c, d] = \{(x, y)\epsilon\mathcal{R}^2 / a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$$

Figura 5. Integral doble

Fuente: Stewart, *et al.*,2012



Subdividimos el intervalo $[a, b]$ en m partes $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_m = b$ y el intervalo $[c, d]$ en n partes $c = y_0 < y_1 < \cdots < y_n = d$, de modo tal que en la base de este cuerpo nos queda una cuadrícula donde cada elemento es un rectángulo de área ΔA_{ij}.

Si tomamos un punto cualquiera de ese rectángulo (x_{ij}^*, y_{ij}^*) y calculamos la imagen del punto $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)$ y luego multiplicamos esa imagen por el área del rectángulo $f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)\Delta A_{ij}$, tendremos el volumen de un prisma que lo llamaremos volumen del prisma ij. Sumando todos los prismas que podremos conformar en esta cuadrícula obtendremos el volumen aproximado del cuerpo (Figura 6). Esta doble sumatoria la podemos asociar a la suma de Riemann, $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)\,\Delta A_{ij}$ (Stewart, *et al.*,2012).

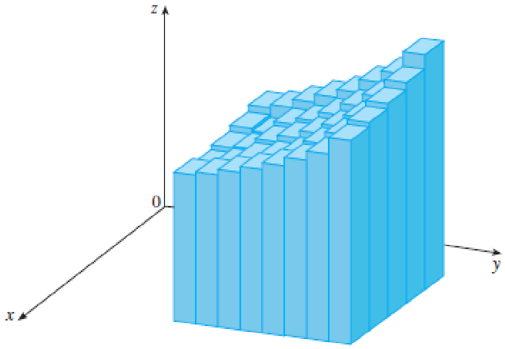


Figura 6. Integral doble

Fuente: Stewart, *et al.*,2012

También podemos decir que $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} m_{ij}\,\Delta A_{ij} \leq \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)\,\Delta A_{ij} \leq \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} M_{ij}\,\Delta A_{ij}$, donde m_{ij} representa el mínimo absoluto que toma la función en un rectángulo r_{ij} cualquiera y M_{ij} representa el máximo absoluto que toma la función en un rectángulo r_{ij} cualquiera. Así tendremos que la suma de Riemann $\sigma(f,P) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)\,\Delta A_{ij}$ está comprendida entre la suma inferior $I(f,P) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} m_{ij}\,\Delta A_{ij}$ y la suma superior $S(f,P) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} M_{ij}\,\Delta A_{ij}$, donde:

$$I(f,P) \leq \sigma(f,P) \leq S(f,P)$$

Si aplicamos el límite cuando m y n tienden a infinito:

$$\lim_{(m,n)\to(\infty,\infty)} I = \lim_{(m,n)\to(\infty,\infty)} \sigma = \lim_{(m,n)\to(\infty,\infty)} S = \iint_R f(x,y)dxdy$$

diremos que ese valor es el valor del volumen del cuerpo V y lo asociamos al concepto de la integral doble en el recinto R de la función.

Definición. La integral doble de f sobre el rectángulo R es (Stewart, *et al.*,2012).

$$V(f,R) = \iint_R f(x,y)dA = \lim_{m,n\to\infty} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} f(x_{ij}^*, y_{ij}^*)\,\Delta A_{ij}$$

si el límite existe.

Para visualizar los conceptos anteriormente explicados, se utilizó un panel (Álvarez Saiz, *et al,* 2019) elaborado en programa Descartes (Figura 7). En el mismo permite calcular en forma aproximada el volumen de un cuerpo limitado superiormente por una función $z = f(x,y)$ editable e inferiormente por un rectángulo también elegible por el usuario.

En este caso probamos con:

$$S = \{(x,y,z)\epsilon\mathcal{R}^3 / 0 \leq z \leq 9 - x^2 - y^2, (x,y)\epsilon\mathcal{R}^2\}$$

$$R = [a,b] \times [c,d] = \{(x,y)\epsilon\mathcal{R}^2 / -3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3\}$$

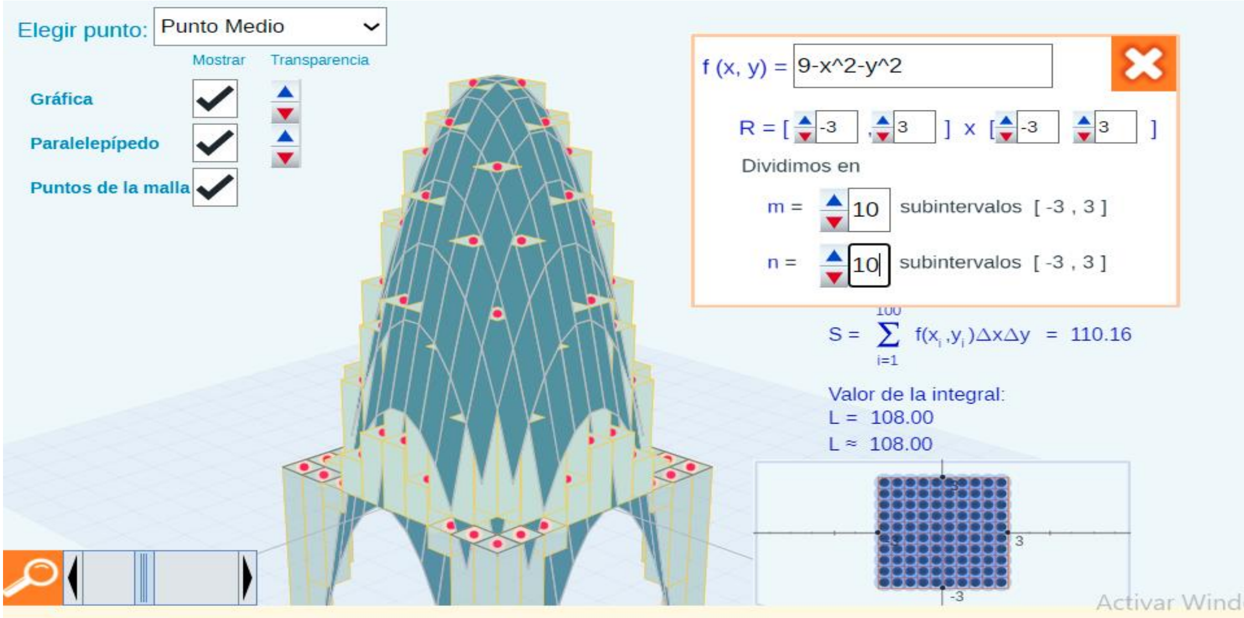


Figura 7. Panel Interactivo integral doble.

Fuente: Álvarez Saiz, *et al, 2019*

Luego, se puede seleccionar en cuantas particiones se quiere dividir los intervalos $[a, b]$ y $[c, d]$. Finalmente, se podrá observar el valor de la suma de Riemann, en este caso tomando el punto medio $(\bar{x_{ij}}, \bar{y_{ij}})$de cada rectángulo r_{ij} de la cuadrícula para hallar $f(x^*_{ij}, y^*_{ij})$. También se puede visualizar el valor de la integral y concluir que, a medida que aumentamos los valores de m y n, la suma de Riemann converge al valor de la Integral Doble.

3.1. Problema Económico. Valor promedio de una función de producción sobre una región.

La función de producción de Cobb – Douglas para una industria es:

$$\boldsymbol{Q(x,y) = \frac{1}{2}x^2y^2}$$

Estimar el nivel de producción medio si x varía entre 0 y 3 unidades, e y varía entre 0 y 4.

Para resolver este problema definimos el valor promedio de una función sobre una región.

Definición: Si $\boldsymbol{f}$ es integrable sobre la región plana $\boldsymbol{R}$, entonces el *valor promedio* de $\boldsymbol{f}$ sobre $\boldsymbol{R}$ es:

$$\boldsymbol{\frac{1}{A}\iint_R f(x,y)dA}$$

donde $\boldsymbol{A}$ es el área de $\boldsymbol{R}$.

Entonces, para nuestro ejemplo, la producción media está dada por la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{\bar{Q} = \frac{1}{A}\int_0^4\int_0^3 Q(x,y)\,dxdy = \frac{1}{12}\int_0^4\int_0^3 \frac{1}{2}x^2y^2\,dxdy = \frac{1}{24}\int_0^4\int_0^3 x^2y^2\,dxdy = 8}$$

La producción media en nuestro ejemplo es 8.

Ahora, con los datos del problema, vamos a trabajar nuevamente con el panel elaborado en Descartes (Álvarez Saiz, *et al,* 2019). Se ingresan todos los datos del problema. Elegimos $m = 5$ y $n = 6$. De esta manera, el rectángulo de la base queda dividido en 30 elementos r_{ij}, donde en cada uno de ellos vamos a considerar el punto medio para calcular $f(x^*_{ij}, y^*_{ij})$ para cada uno de estos 30 rectángulos. En este caso, la suma nos arroja un valor de 7.86, mientras que el valor de la integral es 8. También se puede elegir tomar los valores inferiores y superiores para realizar y comparar la suma media, con la inferior y la superior (Figura 8).

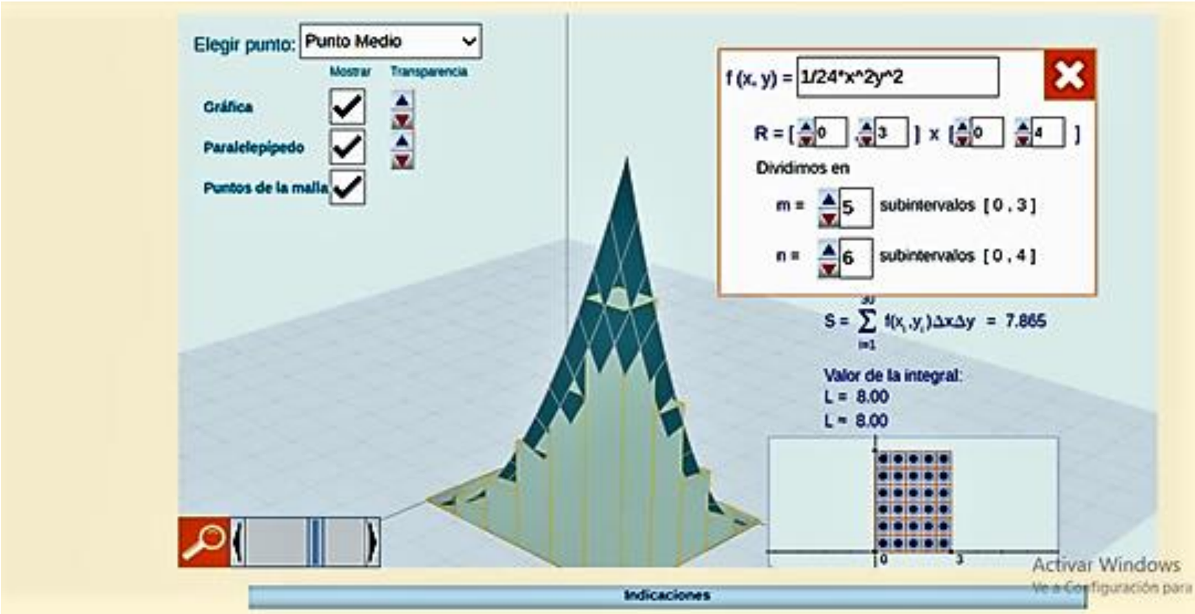


Figura 8. Problema Económico integral doble.

Fuente: Álvarez Saiz, *et al,* 2019

Si aumentamos los valores de m y n se puede observar que el valor de la aproximación se va acercando cada vez más al valor real de la integral.

4. Comentarios finales

A la hora de añadir conceptos fundamentales en los programas de las materias de cálculo, la visualización resulta crucial para una incorporación efectiva. Además, si dicha visualización se puede hacer en forma interactiva, el proceso resulta más motivador y duradero.

La posibilidad de presentar aplicaciones económicas interesantes en materias tempranas en el recorrido de la carrera genera una ventaja, debido a que los alumnos muestran mayor interés y entusiasmo que frente a ejercicios no económicos.

Las nuevas tecnologías resultan fundamentales para agilizar la interacción del alumno con ciertas herramientas tecnológicas que permiten ensayar diferentes posibilidades variando el valor de parámetros y más aún si las mismas son de acceso abierto. La posibilidad de observar, manipular, y ensayar en tiempo real resulta un avance significativo en la dinámica tanto de las clases presenciales como las virtuales.

En trabajos futuros se abordarán distintas aplicaciones económicas con el objetivo de presentarlas desde este mismo enfoque.

Bibliografía

Alvarez Saiz, E. (2019). *Sumas de Riemann sobre rectángulos*, Santander. Red Educativa Digital Descartes.

Apostol, T. (1999). *Calculus. Volumen 2*, México, Reverté S.A.

Balbás de la Corte, A.; Gil fana, J. A.; Gutierrez Valdeón, S. (1991). *Análisis Matemático para la Economía I.* Cálculo diferencial. Madrid, AC, Thomson.

Chiang, A. (1999). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. México, Editorial McGraw-Hill.

García, L., Álvarez, A., Hernandez, R., Barrera, J. (2016). "WxMaxima en la enseñanza de las Matemáticas. Caso de las sumas de Riemann". *Revista de Sistemas y Gestión Educativa*, Diciembre 2016, Vol.3 No.9, pp.20-26.

Perez Gonzalez, J. (2006). *Cálculo Diferencial e Integral.* Granada (cap. 8), Universidad de Granada

Stewart, J. (2012). *Cálculo de varias variables. Trascendentes tempranas.* México, Cengage Learning Editores, S.A. de C.V.

Aplicación de Herramientas Estadísticas para Empresa de Retail

Batista, Einer – Quintana, Miguel
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta
einerbatista@gmail.com, maquin24@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Herramientas estadísticas, Retail, Metodología de Casos.

Resumen

A través del análisis de un relevamiento realizado a una empresa que integra una cadena de retail, se propone brindar a los alumnos ejemplos prácticos con datos reales mediante la realización de un taller integrador al finalizar el cursado de la materia para contribuir en su aprendizaje, focalizando en el desarrollo del criterio para la elección correcta de herramientas estadísticas a emplear e identificando las principales necesidades de información existentes en la empresa relevada.
En este trabajo se expone un relevamiento realizado en forma continua durante 6 meses a una empresa que integra una cadena de retail de venta de artículos tecnológicos con alrededor de 200 empleados trabajando en 42 sucursales distribuidas en 9 provincias del norte argentino. Se presentan cuáles son las herramientas estadísticas que efectivamente se están aplicando en las distintas áreas y también información de gestión de dicha empresa, desde ventas por vendedor o sucursal o el informe de los resultados de la encuesta de clima laboral, con ejemplos de las necesidades reales a solucionar y las potenciales herramientas aplicables como recomendaciones para tal fin. La elección del tipo de actividad de la empresa no es casual, ya que tiene características similares a muchas de las empresas en las que los estudiantes y futuros profesionales prestarán sus servicios al momento de su graduación, ya sea mediante la relación de dependencia o el asesoramiento.

Introducción y Contextualización

Este trabajo se encuadra dentro del dictado de la materia Estadística I y Estadística II para las carreras de Contador Público Nacional, Licenciatura en Administración de Empresas y Licenciatura en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta.

En la búsqueda de nuevas metodologías de enseñanza que lleven a los alumnos a un aprendizaje significativo, se propone una alternativa metodológica basada sobre la concepción de que las matemáticas son una *construcción humana* que surge como consecuencia de la necesidad de resolver problemas (Batanero, 2001). Bajo esta concepción, las matemáticas deben mantenerse en íntima relación con sus aplicaciones a lo largo de la planificación prevista para las asignaturas, permitiendo que los alumnos apliquen los conceptos aprendidos a situaciones problemáticas extraídas del contexto en el cual se desenvuelven. De esta forma, se buscará que los alumnos visualicen las herramientas estadísticas como una respuesta natural al entorno en el que el hombre y la sociedad se mueven cotidianamente.

En las clases prácticas de la materia se resuelve una guía de ejercicios prácticos que surgen de la bibliografía básica y que están basados en los temas que integra el programa, dejando que el alumno seleccione de las herramientas desarrolladas, cuál debe aplicar al momento de resolver los ejercicios. En los exámenes parciales se evalúan los conocimientos de ciertos temas previamente estipulados y conocidos, debiendo el alumno elegir la herramienta correcta para aplicar a los distintos ejercicios planteados en dicho examen. Bajo esta metodología consideramos que no se concluiría entrenando el criterio del alumno en la elección de la herramienta adecuada al momento de enfrentarse ante situaciones de la vida cotidiana de una empresa, un problema o una necesidad real en la vida laboral y tampoco su habilidad para proponer soluciones al usuario de la información o cliente.

Así, se propone como herramienta didáctica para mejorar este aspecto, el análisis de un caso al finalizar el cursado a modo de taller de integración de contenidos, promoviendo el debate y fomentando una mayor implicancia de los estudiantes para lograr que los temas vistos se puedan internalizar de mejor manera antes de llegar a instancias del examen final o de promoción.

Descripción de la situación problemática. Presentación del caso.

El presente trabajo se basa en un relevamiento realizado desde Enero a Junio 2021 en una empresa pyme que integra una cadena de retail de venta minorista y mayorista de equipos de telefonía celular, y otros artículos tecnológicos como notebooks, tablet, parlantes y accesorios de telefonía celular. Dicha empresa pertenece a un grupo empresarial con distintas actividades. Los sectores comerciales están completamente separados por cada empresa pero las áreas de soporte son centralizadas y le brindan servicios a todas las empresas. La empresa de retail tiene 30 años de trayectoria en el norte argentino con sucursales ubicadas en los microcentros de cada ciudades capital de provincia, shopping y en las zonas centro de las principales ciudades del interior de las provincias. Posee una facturación anual superior a los 2.400 millones de pesos, donde el 70 % de su venta son equipos de telefonía celular y el restante 30 % de la misma son el resto de su cartera de productos.

Se recolectaron datos respecto de las ventas por local y por vendedor, la estructura de costos fijos y variables, la composición del stock, los resultados de la encuesta de clima laboral y cómo la empresa realiza los análisis de las variables intervinientes. A los efectos pedagógicos se estima que todos estos datos analizados pueden generar un interés mayor en el alumno como el estudio de las ventas de las distintas marcas de celulares o los resultados de encuestas realizadas a empleados de las distintas sucursales que posee el grupo. Se exponen también las necesidades de información para la gestión a los efectos de que el alumno pueda aplicar los conceptos que aprendió durante el dictado de la materia y comprender con fines prácticos el uso las herramientas estadísticas dentro del contexto en el cual opera la empresa o de un sector específico dentro de la misma.

El sentido del relevamiento realizado es exponer la realidad actual en el empleo de las herramientas estadísticas en una empresa del medio, y proponer a los estudiantes una visión crítica de las mismas, analizando cuál podría ser el empleo óptimo de dichos datos para la toma de decisiones.

Objetivos.

Que los estudiantes:

- ✔ Desarrollen habilidad para interpretar y analizar la información de gestión de una empresa con una visión crítica.
- ✔ Reconozcan las posibles aplicaciones de las herramientas estadísticas desarrolladas a casos concretos.
- ✔ Relacionen variables de interés dentro del contexto en el cual se insertarán al momento de graduación.
- ✔ Comprendan y resuman todos los conceptos aprendidos durante el desarrollo de la asignatura.

Áreas de la empresa relevadas.

Dentro de las características de la empresa, se realizó un relevamiento en las siguientes áreas:

- Comercial.
- Administración.
- Sistemas y soporte técnico.
- Recursos humanos.
- Planificación y Control de Gestión.
- Compras y Logística.
- Social Media.
- Dirección General.

Además la empresa tiene tercerizados los servicios de arquitectura, administración de base de datos, legales, asesoría impositiva, etc.

Herramientas estadísticas utilizadas.

Luego del análisis realizado en todas estas áreas, se encontró que la mayoría de ellas solamente utilizan herramientas básicas de estadística descriptiva como ser:

- Distribuciones de frecuencias.
- Indicadores descriptivos básicos como la media y el desvío estándar.
- Tablas de contingencia en valores absolutos y relativos.
- Gráficos de líneas, barras y torta.
- Números índices.

A continuación se exponen algunos ejemplos reales extraídos de los reportes y mails de uso interno de la empresa:

Series temporales:

Se utilizan en el área de Planificación y Control de Gestión para ver la evolución en el tiempo de las ventas proyectadas durante el año, en comparación con los objetivos propuestos por la Gerencia.

Grafico 1. Proyección del cumplimiento del objetivo de ventas mensual.

Gráficos de Barras y Tablas.

Se utiliza en el Área Comercial, para informar al Área Planificación y Control de Gestión respecto de los niveles de facturación por mes discriminados por rubros.

Grafico 2. Facturación por vendedor por rubro (Fac = Facturación total, Acc = Facturación de accesorios)

Tabla 1. Proyección de cumplimiento de objetivos por rubro por provincia

Sucursal	Proyecta Acc	Proyecta Fac
CHACO	132,73%	202,45%
CORRIENTES	59,58%	116,17%
FORMOSA	88,85%	163,18%
JUJUY	62,77%	109,15%
LA RIOJA	147,95%	182,06%
MISIONES	169,29%	124,49%
SALTA	66,55%	97,33%
SANTIAGO	161,39%	167,89%
TUCUMAN	106,49%	116,45%
Suma	100,51%	132,91%

Gráficas de dispersión. Análisis bivariados.

Solamente el área de Planeamiento y Control Financiero, realizó un análisis de la relación de dos variables. En este caso se expone un análisis realizado sobre la antigüedad de los vendedores y la productividad. El objetivo fue encontrar algún indicio sobre si un vendedor con más antigüedad seguía teniendo la misma productividad que tiene un vendedor nuevo. El indicador de productividad se genera como un cociente entre la Contribución Marginal (CMG) por las ventas de cada vendedor y el costo salarial total de dicho vendedor.

Grafico 3. Diagrama de dispersión entre la productividad y la antigüedad en años de los vendedores.

No se aplicó el análisis de regresión ni se aplicaron pruebas para comprobar si realmente existía algún tipo de relación entre las dos variables. Simplemente con dicho grafico se concluyó que no existía ninguna relación significativa entre ambas.

También se buscó comparar la productividad entre los vendedores full time y los part time. En esta empresa casi el 64 % de los vendedores son full time y el 36 % restante son part time. Del informe sobre el análisis se expuso:

Tabla 2. Productividad por tipo de dedicación horaria del vendedor

DedicHoraria	Productividad
Full Time	3,827549284
Part Time	4,561855354
Total general	4,093298147

En este análisis la empresa concluyó que no había diferencia entre la productividad de ambos grupos de vendedores. Además de analizar la productividad entre ambos grupos se analizó el promedio de ventas que sería la variable más representativa para tal estudio (transformando las ventas de los vendedores part time como si estos fueran full time para poder compararlos con el grupo real de los full time).

Tabla 3. Promedio de Venta por dedicación horaria del vendedor.

Dedicación	Promedio de Venta ajustada	Cantidad Vendedores
Full Time	$ 1.846.006	69
Part Time	$ 1.733.650	39
Total general	$ 1.805.433	108

Desde el área de Planeamiento y Control de Gestión se llevan a cabo análisis sobre la rentabilidad de las sucursales medida como CMG (Contribución Marginal por local) y se agregó en el estudio la variable: Alquiler por local.

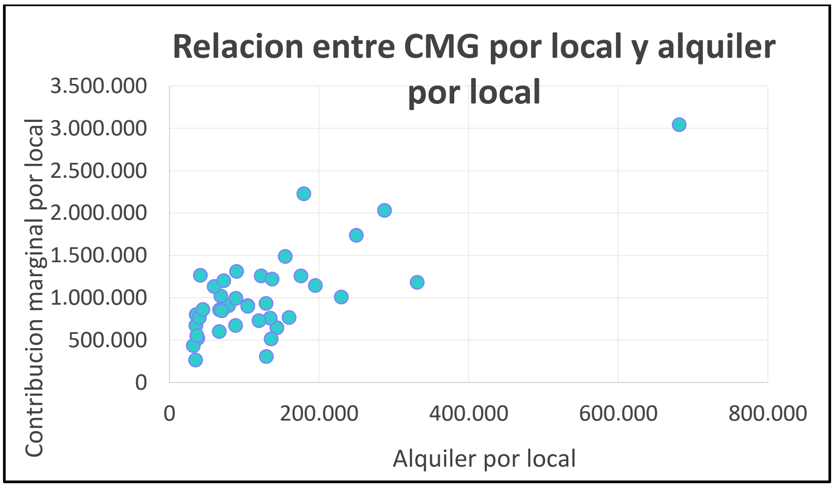


Grafico 4. Diagrama de dispersión entre la CMG por local y el costo de alquiler por local.

En este caso se realizó un análisis de regresión entre la contribución marginal por local y el alquiler por local:

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0,76261981
Coeficiente de determinación R^2	0,58158897
R^2 ajustado	0,57028057
Error típico	350104,343
Observaciones	39

	Coeficientes	Error típico	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	569197,854	84095,7963	398803,585	739592,123
Variable X 1	3,50387187	0,48858579	2,51390302	4,49384072

Tabla 4. Output de los resultados del análisis de regresión para los alquileres y la cmg por local

También se analiza la contribución marginal por $ de alquiler, dividiendo la CMG de cada local sobre el costo de alquiler de dicho local.

Con este análisis llegaron a determinar cuánto dinero expresado en CMG les genera cada local por cada peso invertido en alquiler, según el siguiente gráfico:

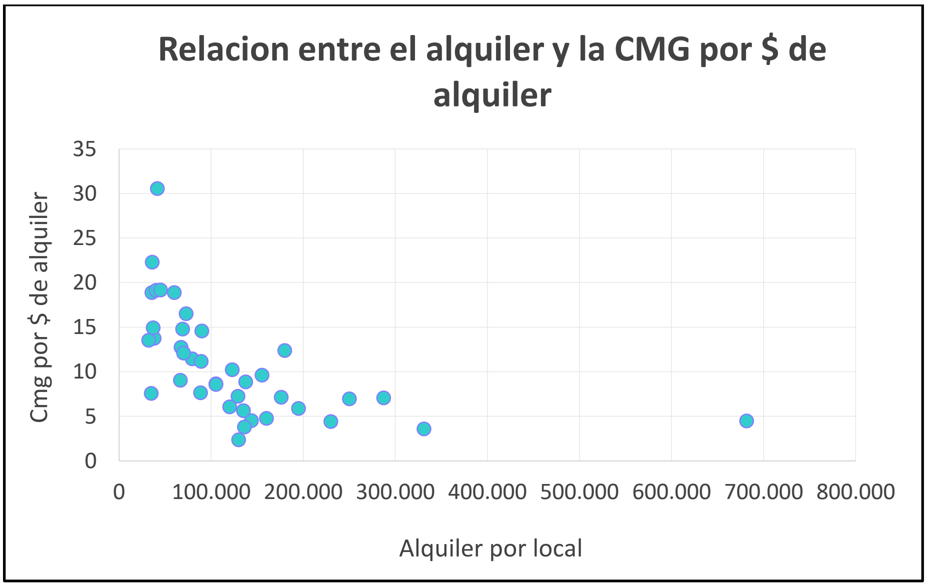


Grafico 5. Diagrama de dispersión entre la CMG por $ de alquiler por local y el costo de alquiler por local.

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	-0,53163286
Coeficiente de determinación R^2	0,2826335
R^2 ajustado	0,26324521
Error típico	5,1961928
Observaciones	39

	Coeficientes	Error típico	Inferior 95%	Superior 95%
Intercepción	14,3338032	1,24813639	11,8048387	16,8627678
Variable X 1	-2,7687E-05	7,2515E-06	-4,238E-05	-1,2994E-05

Tabla 5. Output de los resultados del análisis de regresión para los alquileres y la CMG por $ de alquiler por local

Los resultados muestran una correlación significativa pero negativa. Esto implica que a medida que se va encareciendo el costo del alquiler del local la contribución marginal por cada $ invertido en alquiler va disminuyendo. A partir de este análisis se llegó a la conclusión que los locales cuyos costos de alquileres son más bajos son aquellos que tienen mayor rentabilidad por $ invertido en alquileres o expresado de otra manera, que los locales con costos de alquiler más bajos son los más rentables en termino porcentuales con respecto a la inversión en los costos fijos mensuales (suponiendo una estructura similar de vendedores en todos los locales, sin importar su costo de alquiler) entendiendo como costos fijos mensuales principalmente al alquiler mensual y el costo laboral de los vendedores.

Tablas de contingencia. Asociación de variables categóricas.

A mediados del 2021 el sector de recursos humanos realizó durante 3 días una encuesta de clima laboral entre todos los colaboradores de las distintas empresas y luego presentó los resultados en distintas tablas de contingencia donde se analizaron relaciones entre las variables. A continuación se expone un ejemplo de uno de los cuadros expuestos en el informe.

	FELICIDAD EN EL TRABAJO					
ANTIGUEDAD	Muy descontento	Algo descontento	Neutral	Algo feliz	Muy feliz	Total general
Menos de 1 Año	0	1	5	12	23	41
1 - 5 Años	4	15	25	28	41	113
5 - 10 Años	1	4	14	15	34	68
+10 Años	3	5	17	19	36	80
Total general	8	25	61	74	134	302

Tabla 6. Resultados de la encuesta de clima laboral analizando las variables Antigüedad y Felicidad.

Herramientas que potencialmente podrían mejorar los análisis realizados.

A partir del relevamiento realizado, se solicitará a los estudiantes que de acuerdo a los conocimientos adquiridos durante el dictado de la asignatura, analicen con visión crítica las herramientas utilizadas en la empresa a los efectos de mejorar los mismos y promoviendo la generación de nuevos análisis que podrían ser útiles para la gestión. Es importante fomentar en esta etapa la creatividad y el debate, con vistas a mejorar el aprendizaje de los temas desarrollados en clases.

Algunos ejemplos de herramientas que podrían ser evaluadas por los estudiantes para verificar su aplicación serían las siguientes:

- Estimación de Intervalos de Confianza para el ticket promedio pagado por un equipo celular para luego realizar un análisis entre el ticket promedio de la empresa con respecto al intervalo estimado.
- Análisis de los ticket promedio por local para evaluar una posible segmentación de locales y un tratamiento específico a cada grupo de locales en lo que hace a la imagen y diseño del local, los productos a exhibir, el tipo de cliente target, etc.
- Análisis de regresión entre la cantidad de m2 de los locales y las ventas por cada local.
- Prueba de Independencia para evaluar la relación entre dos variables categóricas por ejemplo en las tablas de contingencia de las encuestas de clima.

- Aplicación de herramientas de series de tiempos para realizar los presupuestos de venta, financieros y económicos de la empresa.
- Aplicación de herramientas de control de calidad para el análisis de los productos defectuosos devueltos que requieren usar la garantía. Con esto se podría evaluar la comercialización de la extensión de la garantía.
- Mediante la rotación de vendedores, analizar mediante pruebas no paramétricas la venta diaria promedio de cada vendedor en dos locales distintos para evaluar si hay una diferencia significativa que pueda explicarse en la ubicación comercial del local.
- Aplicación de números índices para todo el análisis de la gestión de stock.

Conclusiones y Recomendaciones para futuros trabajos.

Si bien por causa de la pandemia y la falta de presencialidad en la Universidad no se pudo realizar la experiencia en el aula para poder medir sus resultados en los estudiantes (lo que podría ser objeto de estudio en un próximo trabajo), el relevamiento arrojó resultados interesantes respecto del tipo de herramientas utilizadas y la profundidad de los análisis e interpretaciones teniendo en cuenta que, para el caso, el personal que realizó estos estudios no tenía capacitación específica sobre temas estadísticos. Esto podría implicar la necesidad de capacitar al personal de las empresas en estadística descriptiva para poder mejorar las conclusiones obtenidas y de esta manera mejorar la información para la toma de decisiones por parte de los dueños de la empresa.

Los registros llevados por la empresa dan cuenta del nivel de sistematización que posee respecto de los datos de ventas, stock y valoraciones de los colaboradores (eficiencia, antigüedad, productividad, etc.), lo que hizo posible que los análisis realizados tengan en cuenta los datos completos, considerados en este punto como la población de datos analizados. Por esta razón las herramientas que se relevaron en todos los casos hicieron referencia a análisis que por sus características son exploratorios y descriptivos, no llegando a ser de aplicación herramientas inferenciales por no ser necesario extrapolar las conclusiones. Aun así, el presente relevamiento se podría replicar en otras empresas del medio pudiendo constituir una muestra a los fines inferenciales.

Referencias.

Batanero, Carmen (2001).Didáctica de la Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España.

Procesamiento Didáctico de Teoría de Colas con el Apoyo Tecnológico de Rstudio. Recomendaciones y Desafíos

Bianco, María José – Salaberry, Natalia
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
mariajose.bianco@economicas.uba.ar - natalia.salaberry@economicas.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Claves: Didáctica, Teoría de colas, Software

Resumen

El desarrollo tecnológico de las últimas décadas ha mostrado un nuevo camino en la forma de analizar y comprender el conocimiento en general, causando un impacto en el procesamiento didáctico para la transferencia de los contenidos de diferentes asignaturas. En particular, la enseñanza tradicional de estadística se ha visto transformada al incorporar el uso software libre en el aula. En este contexto es importante destacar cómo las herramientas tecnológicas permiten mejorar los procesos de aprendizaje, logrando que los estudiantes razonen y entiendan los conceptos estadísticos a través de su aplicación práctica.
La teoría de colas es el estudio matemático de un sistema con una serie de recursos y una línea de espera en la que las peticiones de una población de usuarios aguardan a que alguno de los recursos quede disponible para ser atendidos. Es muy importante evaluar el balance entre el aumento del nivel de servicio y el tamaño de las colas de espera. Para lograr ese balance, es necesario entender la relación entre el número de servidores en un sistema (o eficacia de estos) y la cantidad de tiempo gastado en la cola (o cantidad de clientes en la misma). En sistemas de colas sencillos estas relaciones se pueden encontrar analíticamente, pero en sistemas más complejos se deben obtener mediante simulaciones. Esta es la importancia de conocer las bondades del uso de un software para obtener resultados.
En este trabajo presentaremos aplicaciones de los modelos M|M|1 y M|M|s de teoría de colas utilizando RStudio

1 Introducción

El desarrollo tecnológico de las últimas décadas ha mostrado un nuevo camino en la forma de analizar y comprender el conocimiento en general, causando un impacto en la forma de realizar la transferencia de este. En particular, la enseñanza de estadística se ha visto transformada debido a la nueva manera en que se aplica su herramental en el aula. En este contexto es que se destaca la importancia de analizar cómo las herramientas tecnológicas pueden ser utilizadas para ayudar a mejorar el proceso de aprendizaje estadístico, haciendo hincapié en que los estudiantes razonen y entiendan la importancia de las ideas estadísticas a través de su aplicación práctica.

En consecuencia, el objetivo del presente trabajo se centra en mostrar cómo los estudiantes pueden construir conocimiento, "haciendo" y "viendo" estadística, reflexionando sobre fenómenos observados, implementando modelos sobre datos, de forma tal que puedan unir un nuevo conocimiento con el mundo exterior. Esta idea subyace a la noción de que, frente a diferentes escenarios probables, pueda realizarse la mejor interpretación posible para la toma de decisiones.

Un primer elemento que nos brindan las herramientas tecnológicas, son las herramientas de análisis de datos, en particular las herramientas gráficas. Este tipo de herramientas contribuyen muy fácilmente a la visualización de comportamientos que le facilitan al estudiante realizar una asociación inmediata con el conocimiento teórico. También la aplicación de algoritmos ya programados de diferentes modelos teóricos les permite crear una gama de situaciones, a partir de diferentes condiciones iniciales, facilitándoles estudiar características particulares a partir de un problema inicial.

Para poder comprender a la tecnología como soporte de la enseñanza estadística, en el primer apartado se realiza en primer lugar una introducción al concepto de estadística. Luego se introduce al uso de software como herramienta fundamental para desempeñar una mejor didáctica de esta. En el segundo apartado se introduce a los modelos de teoría de colas, que luego se ejemplifican mediante una aplicación utilizando el software RStudio. Por último, se esbozan las principales recomendaciones y desafíos acerca de la incorporación de software para la enseñanza de estadística.

2 La enseñanza de estadística y la tecnología

2.1 ¿Qué es la Estadística?

La estadística es una disciplina con fundamentos matemáticos que tiene por objetivo determinar relaciones existentes entre un grupo de variables de una misma población o entre poblaciones diferentes. De aquí que no establece relaciones causales, ni explica fenómenos, sino que permite establecer asociaciones estadísticas basadas en datos. Estas constituyen un elemento analítico que permite determinar cuan probable es una hipótesis de estudio, una idea de trabajo, o no. Por ejemplo, si se quiere determinar los patrones de comportamiento de una población para explicar un problema, y no así las causas de este, el herramental estadístico resultará adecuado.

La posibilidad de establecer una probabilidad de ocurrencia de un suceso contribuye a la eliminación de incertidumbre, facilitando la toma de decisiones o simplemente contribuye a realizar una elección dentro de una muestra reducida. Esto conlleva a la construcción de un razonamiento estocástico dentro del entorno en el cual el individuo se encuentra inmerso. Entonces, la estadística permite la formación integral de los estudiantes. Esto es, un estudiante podrá desarrollar la capacidad de aceptar o rechazar información recibida mediante un razonamiento que concuerde con la realidad de manera coherente y congruente.

Las bases teóricas de la estadística son esencialmente matemáticas, razón por la cual pertenece a la ciencia matemática. Autores como Rossman, Chance y Medina (2006), consideran que la estadística es una ciencia matemática, pero, al mismo tiempo, es una disciplina separada ya que busca obtener información a partir de los datos. En este sentido, es que los datos son números con un contexto (Cobb y Moore, 1997). A diferencia de las matemáticas, el contexto proporciona significado a los números y los datos no pueden analizarse e interpretarse de manera significativa sin tener en cuenta cuidadosamente su contexto.

En definitiva, podría decirse que la relación entre matemática y estadística se basa en que esta última toma sus fundamentos de la matemática. Toda su estructura teórica está construida sobre una estructura matemática. No obstante, resulta claro que el fin de la estadística es analizar, interpretar y razonar datos en un determinado contexto, y no se limita solo a un cálculo con números.

Dentro de este contexto, la enseñanza estadística, deberían buscar que los estudiantes desarrollen el sentido de los datos, la habilidad de reconocer patrones y poder así aplicar y/o formular modelos explicativos. Pensar estadísticamente, haciendo y viendo estadística.

2.2 Didáctica de la estadística

El principal reto al cual se enfrentan los educadores de estadística es lograr que sus alumnos piensen en términos estadísticos, es decir, no ya que solo lo hagan por intuición, sino que logren aplicar los conceptos y metodología, para construir un pensamiento fundamentado en términos estadísticos. Para ello, previamente se debe lograr que los alumnos vean a la estadística como estadística y no con un enfoque matemático, esperando trabajar con números, cálculos, fórmulas y una sola respuesta correcta.

Un esquema de trabajo, que resulta interesante, es el descripto por Cobb and McClain (2004) llamado 'Statistical Reasoning Learning Environment' (SRLE) -razonamiento estadístico en un entorno de aprendizaje-. En este esquema se propone, principalmente, que los alumnos desarrollen ideas estadísticas mediante la utilización de datos a través del uso de herramientas tecnológicas apropiadas de forma tal que puedan probar metodologías, explorar y analizar datos, y desarrollar su razonamiento estadístico. Dicho esquema conducirá a que los alumnos lleguen a comprender y a valorar la metodología estadística, es decir, les permitirá hacer un uso inteligente de la estadística, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencia y limitaciones (Batanero 2006).

Sin duda la incorporación de tecnología en el aula resulta necesaria para llevar adelante un esquema de este tipo. Al mismo tiempo implica un cambio en la forma clásica de enseñar estadística que se condice con la evolución de esta como consecuencia del avance tecnológico en la sociedad en conjunto.

2.3 La tecnología como soporte en la enseñanza estadística

Siguiendo a Garfield y Ben-Zvi (2008) resulta interesante destacar que en el análisis estadístico se debe realizar una exploración de datos para describir patrones, que luego permitirá identificar los parámetros adecuados para la aplicación de un modelo acorde a la resolución de un problema. Llevar adelante esta tarea puede resultar muy fácil mediante la aplicación de algún software de análisis estadístico, pero también para la aplicación del modelo en sí mismo. Y aquí surge la importancia de la implementación tecnológica, ya que esta permite realizar cálculos de manera rápida permitiendo, al alumno junto con el educador, concentrarse en el análisis, conceptos y razonamiento estadístico involucrado en cada punto y no tanto así en la resolución de los cálculos.

De esta manera el educador contará con más tiempo disponible para profundizar en la discusión de resultados, así como profundizar en los conceptos teóricos que detecte no hayan quedado comprendidos. A su vez, podrá conducir a los estudiantes a la obtención de resultados con mayor precisión y menor cantidad de errores, contribuyendo al refuerzo de conceptos involucrados.

A su vez, la comprensión de los alumnos se desarrolla llevando a cabo repeticiones en tiempos acotados, mediante la posibilidad de variar parámetros y describiendo y explicando el comportamiento que se observa en lugar de basarse exclusivamente en discusiones teóricas de probabilidad que a menudo pueden resultar contraintuitivas. Como sostiene Battanero (2000) el alumno podrá conocer las diferencias entre la probabilidad experimental y la teórica. El centro de atención de la docencia ya no se limita a enseñar técnicas combinatorias, sino que se da mayor importancia al análisis del problema y el diseño de un procedimiento adecuado.

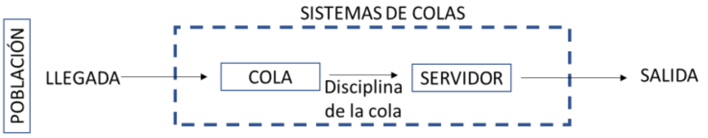
3 Enseñanza de teoría de colas a través del uso de software

3.1 Teoría de Colas

La teoría de colas es el estudio matemático de un sistema con una serie de recursos y una línea de espera en la que las peticiones de una población de usuarios aguardan a que alguno de los recursos quede disponible para ser atendidos.

En muchas situaciones de nuestra vida diaria se utiliza teoría de colas: cuando se espera un servicio (bancos, estaciones de servicio, salas de urgencias de un hospital), cuando las piezas de un producto esperan a ser ensambladas en una línea de producción, cuando enviamos a un servidor un proceso enviado para su ejecución, etc.

El proceso en una cola consta de la llegada de clientes o usuarios, el sistema de colas (el cual incluye la cola o línea de espera y el mecanismo de servicio servicio) y la salida de los usuarios. En la Figura 1 se representa el esquema más simple de un sistema de una cola con un único servidor.



-

Figura 1. Representación de un sistema de una cola con un servidor

Es muy importante evaluar el balance entre el aumento del nivel de servicio y el tamaño de las colas de espera. Por tanto, es necesario entender la relación entre el número de servidores en un sistema (o eficacia de estos) y la cantidad de tiempo gastado en la cola (o cantidad de clientes en la misma).

En sistemas de colas sencillos dichas relaciones se pueden encontrar analíticamente, pero en sistemas más complejos se pueden analizar mediante simulaciones.

3.2 Modelos de teoría de colas

En este trabajo se realizará una aplicación del modelo M|M|s donde M (por Markov) indica que los tiempos entre llegadas y los tiempos de servicio (es decir, el tiempo que pasa desde que una petición accede a un recurso hasta que es atendida) responden a una variable aleatoria exponencial. Además s indica el número de servidores o canales en paralelo.

Las medidas de desempeño o rendimiento que caracterizan un modelo son:

- L = valor esperado del número de usuarios (o peticiones) que se encuentran en el sistema, ya sea en la cola o siendo atendidos por un recurso.
- L_q= valor esperado del número de usuarios (o peticiones) en la cola. Variable similar a la anterior pero sólo se considera la cola.
- W = tiempo medio de espera en el sistema. Es el tiempo que transcurre desde que una petición llega al sistema (es decir, es generada por la población) hasta que ha sido finalmente atendida por un recurso (abandona el sistema)
- W_q = tiempo medio de espera en la cola. Es el tiempo que transcurre desde que una petición llega al sistema y comienza a ser atendida por uno de los recursos.
- p_n =probabilidad de que *n* usuarios estén en el sistema (en estado estacionario)

3.2.1 Modelo M|M|1

Descripción del modelo

- Hay una sola cola, cuya capacidad es infinita, y un solo servidor (s = 1) La disciplina será FIFO (*First In First Out*)
- Las llegadas se producen según un proceso de Poisson de razón λ, donde λ es el número medio de llegadas por unidad de tiempo y $\frac{1}{\lambda}$ es el tiempo medio entre llegadas. Los tiempos entre llegadas se distribuirán exponencialmente.

- Los tiempos entre servicios también se distribuirán exponencialmente, de tal manera que μ es el número medio de clientes que el servidor es capaz de atender por unidad de tiempo y $\frac{1}{\mu}$ es el tiempo medio de servicio.

Condición de no saturación

El parámetro ρ se define como el cociente entre la tasa de llegadas al sistema y la tasa máxima de salida que proporciona el servidor $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. Por consiguiente, la condición de no saturación será $\rho < 1$

Medidas de desempeño

Número medio de usuarios en la cola ($s = 1$)

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

Tiempo medio que esperan los usuarios en la cola

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

Número medio de usuarios en el sistema

$$L = \frac{\rho}{1-\rho}$$

Tiempo medio que los usuarios esperan en el sistema

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$$

Cálculo de probabilidades

$$p_n = \rho^n(1-\rho)$$

3.2.2 Modelo M|M|*s*

Descripción del modelo

- Hay una sola cola, cuya capacidad es infinita, y *s* servidores. La disciplina será FIFO
- Las llegadas se producen según un proceso de Poisson de razón λ, donde λ es el número medio de llegadas por unidad de tiempo y $\frac{1}{\lambda}$ es el tiempo medio entre llegadas. Los tiempos entre llegadas se distribuirán exponencialmente.
- Los tiempos entre servicios también se distribuirán exponencialmente, de tal manera que μ es el número medio de clientes que el servidor es capaz de atender por unidad de tiempo y $\frac{1}{\mu}$ es el tiempo medio de servicio.

Condición de no saturación

Se demuestra que si $\lambda \geq s \cdot \mu$ el sistema se satura, es decir, el número de usuarios en la cola crece indefinidamente. Por consiguiente, la condición de no saturación será:

$$\rho < 1 \text{ donde } \rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

Medidas de desempeño

Número medio de usuarios en la cola (s servidores)

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \rho}{s!(1-\rho)^2} p_0$$

Tiempo medio que esperan los usuarios en la cola

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

Número medio de usuarios en el sistema

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

Tiempo medio que los usuarios esperan en el sistema

$$W = \frac{L}{\lambda}$$

Cálculo de probabilidades

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s\rho)^n}{n!} + \frac{(s\rho)^s}{s!(1-\rho)}}$$

$$p_n = \begin{cases} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n p_0 & n \leq s \\ \frac{1}{s!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{s^{n-s}} p_0 & n > s \end{cases}$$

3.3 Aplicación de modelos de teoría de colas mediante el software RStudio

Con el fin de poder mostrar el uso de tecnología en la enseñanza de teoría de colas, a continuación, se desarrolla un ejemplo de aplicación.

Considere que una sucursal bancaria, posee un solo puesto de caja para atender a sus clientes. Suponga que en la misma se analizó los datos sobre llegadas de clientes y concluyó que la tasa de llegadas es de 15 clientes por hora. Además, encontró que el cajero puede atender en promedio 20 clientes por hora. Dada la situación de pandemia, se requiere evaluar una alternativa (según rendimiento del sistema y costos) para adecuarse a una nueva forma de atención presencial de clientes

Se propone incorporar un cajero automático para autogestión implicando la instalación de un nuevo servidor para este, manteniendo la caja con su servidor y una única cola. Para este caso se suponga que la tasa de llegada y salida de clientes es la misma tanto para la caja como para el cajero automático (siendo el valor de Lambda y Mu los de la situación inicial).

Se conoce que el costo salarial total de un empleado es de 150 por hora y el costo de espera de cliente asciende a 25. Además, el costo operativo de un cajero automático asciende a 200 por hora.

Para resolver el problema planteado, se utiliza el software RStudio[5]. Para ellos se debe instalar previamente un paquete y luego cargar la librería correspondiente mediante la siguiente sentencia:

```
install.packages("queueing")
library(queueing)
```

La situación inicial de la sucursal bancaria se puede interpretar como un modelo M|M|1 ya que existe un único cajero (servidor) y por tanto una única cola. Para obtener las medidas de desempeño de este sistema se ejecutan las siguientes sentencias:

```
resultados1<-summary(QueueingModel(NewInput.MM1(lambda=15/60,mu=20/60, n=0)))
resultados1<- data.frame(Reduce(rbind, resultados1))
resultados1
```

Tabla 1. Medidas de desempeño del sistema M|M|1.

Medidas	Valores
Lq: Número promedio de clientes en la línea de espera	2.25
L: Número promedio de clientes en el sistema	3
Wq: Tiempo promedio que los clientes pasan en la línea de espera	9
W: Tiempo promedio que los clientes pasan en el sistema	12
P: probabilidad de que no haya clientes en el sistema	0.25

El costo se obtiene ejecutando la siguiente sentencia:

```
CT1<- 25*(resultados1$L) + 150*(resultados1$c)
CT1
```

Se obtiene $225

Finalmente, la alternativa B se trata de un modelo M|M|S (MMC en RStudio) ya que tendremos dos servidores, uno para la caja y otro para el cajero automático.

Las medidas de desempeño las obtenemos ejecutando las siguientes sentencias:

```
resultados3 <- summary(QueueingModel(NewInput.MMC(lambda=15/60, mu=20/60, c=2, n=0)))
resultados3<- data.frame(Reduce(rbind, resultados3))
resultados3
```

Tabla 2. Medidas de desempeño del sistema M|M|s.

Medidas	Valores
Lq: Número promedio de clientes en la línea de espera	0.1227273
L: Número promedio de clientes en el sistema	0.8727273

[5] Acerca de RStudio https://www.rstudio.com/

Wq: Tiempo promedio que los clientes pasan en la línea de espera	0.4909091
W: Tiempo promedio que los clientes pasan en el sistema	3.490909
P: probabilidad de que no haya clientes en el sistema	0.4545455

El costo se obtiene ejecutando la siguiente sentencia

```
CT3<- 25*(resultados3$L) + 200*1 + 150*1
CT3
```

Se obtiene $371.8182

En términos de desempeño del sistema la mejor alternativa resulta ser la nueva propuesta ya que habrá menor tiempo de espera tanto en la cola como en el sistema. Pero al observar el costo de implementar la misma resulta ser más elevado que la situación original. Por lo tanto, si el objetivo es reducir los tiempos de presencialidad en el local, la nueva alternativa resulta ser óptima.

4 Conclusiones

Uno de los desafíos sobre el uso de la tecnología para la enseñanza de estadística, es tener en cuenta que debe ser elegida para facilitar la interacción y la accesibilidad de los estudiantes, manteniendo el enfoque en el concepto estadístico más que en la tecnología en si misma (Moore 1997). Su incorporación en una clase no es un reemplazo de los conceptos teóricos, sino que, por el contrario, el profesor debe acompañar al alumno en su uso permitiéndole dar seguimiento de la evolución de comprensión y pensamiento estadístico.

También resulta importante tener en cuenta que los alumnos suelen centrarse más en la aplicación de comandos que en los temas específicos involucrados en el análisis. Es por ello por lo que resulta recomendable realizar pausas para reflexionar sobre lo que se está haciendo con el fin de lograr establecer las relaciones teóricas fundamentales y de esa manera construir un pensamiento estadístico.

Si se decidiera utilizar software con lenguaje de programación, para que no sea una limitante para los alumnos, se deberá planificar y facilitar los códigos de ejecuciones.

En este trabajo se utilizó RStudio por ser un software libre colaborativo que permite una rápida ejecución de problemas de estadística. Se realizó una aplicación a teoría de colas por ser un tema que involucra conceptos de estadística básica (distribución exponencial y Poisson, probabilidades) que revisten cierta complejidad para realizar los cálculos pero que se agiliza su interpretación con el uso de tecnología.

La incorporación del uso de un software en la práctica docente brinda la posibilidad de experimentar diferentes resultados a partir de utilizar valores distintos de parámetros en un modelo o bien comparar modelos distintos, integrando de esta forma la teoría con las aplicaciones prácticas, lo cual permite guiar a los alumnos en la construcción del pensamiento estadístico.

Bibliografía

BATANERO, C. (2000) “Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas”. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

BATANERO, C. (2001) “Didáctica de la Estadística”. Granada, España: Servicio de Reprografía de la Facultad de Ciencias, Universidad de Granada.

BATANERO, C. (2001) “Presente y Futuro de la Educación Estadística”. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

BIEHLER, R. (1993) “Software Tools and Mathematics Education: The Case of Statistics”. Berlín: Springer. Eds: In C.Keitel & K. Ruthven.

CHANCE, B.; BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J.; MEDINA, E. (2007) “The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics”. USA. Ed.Technology Innovations in Statistics Education.

GARFIELD, J. ; BEN-ZVI, D. (2008) “Developing Students’ Statistical Reasoning: Chapter 1: The Discipline of Statistics Education. Connecting Research and Teaching Practice”. USA.

GARFIELD, J. ; BEN-ZVI, D. (2009) “Helping Students Develop Statistical Reasoning:

Implementing a Statistical Reasoning Learning Environment”. USA.

LE, L. (2014) “Assessing the Development of Students’ Statistical Thinking: An Exploratory Study” USA, A Dissertation SUBMITTED TO THE FACULTY OF UNIVERSITY OF MINNESOTA.

MONLEÒN-GETINO, T. (2010) “El tratamiento numérico de la realidad. Reflexiones sobre la importancia actual de la estadística en la Sociedad de la Información” Barcelona, España. Departamento de Estadística. Universidad de Barcelona

ROSSMAN, A. ; TABOR, J. (2014) “Interview with Josh Tabor” USA, Journal of Statistics Education Volume 22, Number 3.

STEWART, William J. (2009) Probability, Markov Chains, Queues, and Simulation: The Mathematical Basis of Perfomance Modeling. Princeton University Press, Princeton.

Caracterización de la Exportación Argentina de Carnes y Derivados Bovinos Aplicando Métodos Multivariados

Vietri, Silvia - Del Duca, Silvina
Facultad de Ciencias Económicas, UBA - Facultad de Ciencias Económicas, UBA
silvia.vietri@gmail.com - silvinadelduca@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada.

Palabras Clave: Análisis de Componentes principales, Análisis de Cluster, similaridad.

Resumen

A la hora de extraer información de una base de datos con varias variables y muchas observaciones, resultan sumamente útiles los métodos estadísticos de análisis multivariado.
La elección del método a aplicar depende de las características de las variables en estudio y de la relación que se desee analizar, que puede ser entre variables o entre individuos.
El crecimiento de programas estadísticos libres y más accesibles, que además cuentan con una gran capacidad de almacenamiento de datos, hicieron posible que se facilite el trabajo con estos métodos y puedan aplicarse sin complicaciones.
En el presente trabajo se presentan métodos del análisis multivariado, aplicados a un conjunto de datos económicos, correspondientes a las toneladas de carnes y derivados bovinos, exportadas por Argentina en el año 2017.
Entre los objetivos del análisis se encuentran:

- Condensar la información contenida en la base de datos, reduciendo el número de variables.
- Agrupar países con necesidades similares, de acuerdo con los productos que importan.

Para lograrlo, se aplicaron los métodos de *Componentes Principales* y de *Conglomerados*. Las componentes principales son variables compuestas no correlacionadas, tales que unas pocas explican la mayor parte de la variabilidad en los datos. El análisis de conglomerados, por su parte, se caracteriza por ser una técnica descriptiva y no inferencial, considerándose una técnica fundamentalmente exploratoria.

1. 1. Introducción

Los métodos de Análisis Multivariado son métodos estadísticos que, a partir de medidas múltiples de cada individuo u objeto de investigación, analizan simultáneamente covarianzas o correlaciones que reflejan la relación entre las mismas.
De acuerdo con quién está dirigido el análisis, las técnicas multivariadas estudian relaciones entre variables o entre individuos y según la relación entre ellos, el análisis puede ser de interdependencia o de dependencia.
Se habla de interdependencia entre variables o individuos, si se los estudia en forma simultánea, sin considerar que unos dependen o no de otros, poniendo interés en ver cómo y por qué se relacionan entre sí.
El análisis es de dependencia, fundamentalmente para las variables, cuando el grupo de variables a estudiar se divide en dos grupos, donde uno de ellos, de acuerdo a la experiencia del investigador o a cierta base teórica, se considera dependiente del otro.
Entre las técnicas de interdependencia que estudia relaciones entre variables métricas, se encuentra el *Método de Componentes Principales*. Este método busca condensar la información contenida en un número de variables

originales que se encuentran correlacionadas, en un conjunto más pequeño de variables, llamadas factores o componentes principales, con una pérdida mínima de información. Cada factor es combinación lineal de las variables originales y tiene la característica de no estar correlacionado con el resto de los factores.
Si bien se pueden hallar tantos factores como variables originales, la idea es seleccionar un número menor de ellas, de modo tal que aporten la máxima información posible representada por la variabilidad. De acuerdo con las cargas o coeficientes de la combinación lineal que determina cada factor, se identifican las variables que más peso dan a cada componente y, de acuerdo con características generales de estas variables, se intenta etiquetar o rotular a cada factor con una denominación que lo represente. Por otro lado, las coordenadas o puntuaciones son las proyecciones de cada individuo sobre cada uno de los factores y permiten visualizar e interpretar la ubicación de cada individuo, respecto de cada uno de los factores o ejes.
Entre las técnicas de interdependencia que analizan relaciones entre individuos, se encuentra el *Método de Cluster o Conglomerados*. Esta técnica clasifica los individuos, observaciones o entidades, en grupos mutuamente excluyentes, de acuerdo con las similitudes entre ellos. La idea es formar grupos que sean lo más heterogéneos entre sí, pero de modo tal que los individuos que integran un grupo tengan la mayor homogeneidad posible.

2. Trabajo de campo

2. 1. Materiales y métodos

La base de datos con la que se trabajó fue extraída de la página del Servicio Nacional de Sanidad y Calidad Agroalimentaria (SENASA, Argentina).
En dicha base, las observaciones corresponden a las toneladas exportadas por Argentina a 20 países del mundo. Los países considerados son: Alemania, Argelia, Brasil, Bangladesh, Chile, China, Colombia, Congo, EEUU, Holanda, Hong Kong, Israel, Italia, Paraguay, Perú, Rusia, Tailandia, Taiwán, Uruguay y Vietnam.
Para cada uno de estos países se dispone de la cantidad de toneladas exportadas por Argentina y discriminadas de acuerdo con distintos rubros, considerados como variables. Estas variables son: Carnes frescas, Menudencias, Leches, Harinas animales, Cueros y pieles, Otros lácteos, Quesos, Cortes Hilton, Grasas y aceites, Demás comestibles, Cuota 481 y Otros derivados no comestibles.

2.2. Análisis exploratorio

Como punto de partida se efectuó un análisis descriptivo de la base de datos, para tener un panorama general de las variables y observaciones. A partir de dicho análisis, se observó que no se disponía de valores extremos ni de datos faltantes y se calcularon medidas de posición y dispersión de las variables.
Al analizar la correlación entre las variables, se identificó la existencia de correlación entre las mismas, por lo tanto, se decidió comenzar aplicando el *Método de Componentes Principales,* para tratar de encontrar factores que

agrupen las variables que presentan características comunes, con el objetivo de efectuar una reducción en el número de variables, sin perder la información que aportan las mismas.

Luego se utilizó el *Método de Conglomerados o Clusters*, para agrupar países que se asemejen de acuerdo con los productos que importan, comparando los resultados obtenidos a partir de distintos criterios, como el método del Centroide, el del Vecino más Cercano, el del Vecino más Lejano, el de Ward y el de Vinculación Promedio.

3. Resultados

El software utilizado para obtener los resultados de este trabajo fue la versión 1.3.1093, 2009 - 2020, del programa RStudio, PBC.

Los primeros resultados obtenidos, corresponden al análisis descriptivo. Como se observa en la Figura 1, la matriz de correlación indicó que había variables correlacionadas, dando lugar a la idea de tratar de agrupar variables en factores, utilizando Componentes Principales.

```
> fr=cor(data.frame(carnes))
> fr
                 CarnesFrescas Menudencias      Leches HarinasAnimales CuerosYpieles OtrosLácteos      Quesos
CarnesFrescas       1.00000000 -0.07958022 -0.05278706      0.08510646     0.7727953   0.51985850  0.04580544
Menudencias        -0.07958022  1.00000000 -0.02938403     -0.19779382    -0.1073650  -0.02379554  0.15668954
Leches             -0.05278706 -0.02938403  1.00000000     -0.19451834    -0.1553452   0.66994126  0.78362836
HarinasAnimales     0.08510646 -0.19779382 -0.19451834      1.00000000     0.4207318  -0.03743692 -0.23080889
CuerosYpieles       0.77279529 -0.10736500 -0.15534515      0.42073184     1.0000000   0.35553799 -0.14137327
OtrosLácteos        0.51985850 -0.02379554  0.66994126     -0.03743692     0.3555380   1.00000000  0.75965905
Quesos              0.04580544  0.15668954  0.78362836     -0.23080889    -0.1413733   0.75965905  1.00000000
CortesHilton       -0.06935064 -0.15527776 -0.13526819     -0.19030701    -0.1288816  -0.18831698 -0.17725577
GrasasYaceites      0.03142308 -0.10055898 -0.09256011     -0.25893693    -0.1628249   0.04771224  0.11149412
DemásComestibles   -0.18147766 -0.11533743  0.04324559     -0.28105371    -0.2143471   0.10270682  0.15855158
Cuota481           -0.11271009 -0.18497072 -0.15860897     -0.22325867    -0.1407094  -0.22208744 -0.20762304
Otros              -0.04126603 -0.09566108  0.86286632     -0.14349567    -0.1087431   0.77100343  0.83914505



                 CortesHilton GrasasYaceites DemásComestibles    Cuota481       Otros
CarnesFrescas    -0.069350643    0.031423083      -0.18147766 -0.11271009 -0.04126603
Menudencias      -0.155277763   -0.100558983      -0.11533743 -0.18497072 -0.09566108
Leches           -0.135268193   -0.092560109       0.04324559 -0.15860897  0.86286632
HarinasAnimales  -0.190307013   -0.258936934      -0.28105371 -0.22325867 -0.14349567
CuerosYpieles    -0.128881610   -0.162824934      -0.21434714 -0.14070936 -0.10874307
OtrosLácteos     -0.188316984    0.047712243       0.10270682 -0.22208744  0.77100343
Quesos           -0.177255769    0.111494120       0.15855158 -0.20762304  0.83914505
CortesHilton      1.000000000    0.001693282       0.08473600  0.76724570 -0.09523895
GrasasYaceites    0.001693282    1.000000000      -0.04158291  0.14161513 -0.08253954
DemásComestibles  0.084735999   -0.041582908       1.00000000 -0.02937512  0.23415185
Cuota481          0.767245695    0.141615130      -0.02937512  1.00000000 -0.11582523
Otros            -0.095238952   -0.082539541       0.23415185 -0.11582523  1.00000000
```

Figura 1. Matriz de correlación

Sin embargo, antes de aplicar el método de Componentes Principales, se efectuó el Test de Bartlett para confirmar la existencia de correlación significativa entre las variables.

```
> cortest.bartlett(fr,n=20)
$chisq
[1] 129.6539

$p.value
[1] 4.853688e-06

$df
[1] 66
```

Figura 2: Test de Bartlett

A partir del p valor del test (ver Figura 2), se concluyó que la matriz de correlación no era significativamente igual a la matriz Identidad, lo que implica que existen variables significativamente correlacionadas.

Cuando se aplicó *Análisis de Componentes Principales,* se obtuvieron los autovalores y autovectores asociados a la matriz de correlación y la proporción de variabilidad que aporta cada componente. Se observó entonces que las primeras 4 componentes extraídas, acumularon el 74% de la variabilidad total de la muestra (ver Figura 3).

Si bien este porcentaje de variabilidad no fue tan alto, se decidió trabajar con los primeros 4 factores para agrupar variables con características comunes.

```
> carne.pc=princomp(data.frame(carnes),cor=T)
> summary(carne.pc,loadings=T)
Importance of components:
                          Comp.1    Comp.2    Comp.3    Comp.4    Comp.5     Comp.6     Comp.7     Comp.8     Comp.9
Standard deviation     1.8820296 1.5578374 1.3027157 1.1028273 1.0158019 0.98328965 0.70324652 0.47901375 0.39601260
Proportion of Variance 0.2951696 0.2022381 0.1414224 0.1013523 0.0859878 0.08057155 0.04121297 0.01912118 0.01306883
Cumulative Proportion  0.2951696 0.4974077 0.6388301 0.7401824 0.8261702 0.90674176 0.94795473 0.96707592 0.98014475
                           Comp.10     Comp.11     Comp.12
Standard deviation     0.334123916 0.307964775 0.178274886
Proportion of Variance 0.009303233 0.007903525 0.002648495
Cumulative Proportion  0.989447980 0.997351505 1.000000000
```

Figura 3: Proporción de varianza y proporción de variabilidad acumulada aportada por cada componente

Para tratar de etiquetar con una denominación común a cada una de las 4 componentes seleccionadas, se calcularon los pesos de cada variable original en cada componente (ver Figura 4).

```
Loadings:
                 Comp.1 Comp.2 Comp.3 Comp.4 Comp.5 Comp.6 Comp.7 Comp.8 Comp.9 Comp.10 Comp.11 Comp.12
CarnesFrescas            0.460  0.373  0.288         0.229  0.189  0.242  0.363  0.329            0.405
Menudencias                    -0.364  0.421  0.622  0.265 -0.404        -0.120  0.167            0.117
Leches            0.466 -0.120        -0.147  0.142 -0.210  0.246        -0.462  0.523   0.366
HarinasAnimales          0.395        -0.463        -0.330 -0.637         0.105  0.259
CuerosYpieles            0.553  0.281                0.175        -0.323 -0.536 -0.392   0.179
OtrosLácteos      0.469  0.177  0.225                      -0.139         0.108  0.164  -0.423  -0.671
Quesos            0.488 -0.109         0.102               -0.233  0.133  0.351 -0.456   0.568
CortesHilton     -0.160 -0.289  0.530 -0.132  0.285        -0.200  0.616 -0.263 -0.111
GrasasYaceites          -0.133  0.147  0.624 -0.487 -0.376 -0.330        -0.252                   0.117
DemásComestibles  0.101 -0.248        -0.187 -0.458  0.721 -0.301                0.192   0.146
Cuota481         -0.180 -0.301  0.533         0.234 -0.109 -0.120 -0.628  0.265  0.168   0.133
Otros             0.488 -0.123        -0.212                      -0.154        -0.226  -0.518   0.585
```

Figura 4: Pesos o coeficientes de la combinación lineal de cada variable en cada componente

Teniendo en cuenta los pesos, se observó que:

Las variables con mayor peso en la primera componente son: Leches, Otros Lácteos y Quesos, pudiéndose interpretar genéricamente este factor como *Derivados Lácteos.*

Para la segunda componente, las variables de mayor peso son: Carnes Frescas, Harinas Animales y Cueros y Pieles, interpretándose como *Productos del Mercado Asiático*.

La tercera componente puede interpretarse como *Cortes de Lujo*, ya que está definida principalmente por Cortes Hilton y Cuota 481 (que corresponde a cortes de carne de novillo, de mayor precio de venta).

La cuarta componente, puede etiquetarse como *Otros derivados comestibles*, ya que la definen las variables Menudencias y Grasas y aceites.

De esta forma, se puede pensar que los distintos rubros de exportación podrían resumirse en los cuatro factores indicados: Derivados Lácteos, Productos del Mercado Asiático, Cortes de Lujo y Otros derivados comestibles.

Para relacionar cada país con cada componente obtenida, se calcularon las puntuaciones o coordenadas de cada país en cada componente (ver Figura 5).

```
> carne.pc$scores[,1:5]
                Comp.1      Comp.2     Comp.3      Comp.4      Comp.5
China       0.95740902  5.18990744  2.6682913  0.80700735  0.16424865
Brasil      7.44079370 -1.08632004  0.6415752 -1.08768189  0.49173262
Rusia       1.31878037 -0.31321734 -1.3079593  1.94446359  1.63361618
Chile       0.61337486 -0.08731700  0.3327152  2.00959461 -1.40868820
VietNam    -0.99909875  2.46089064 -0.2597546 -1.60663672 -0.04202426
HongKong   -0.61660717 -0.06839673 -1.8001942  1.25357722  1.95495162
Colombia   -0.78009977  1.02631152 -0.8371964 -1.38536437 -0.10162875
Argelia     0.26731351 -0.39434986 -0.6601374 -0.49023300  0.25211143
Alemania   -1.67034818 -2.21478855  2.9042493 -0.95966496  1.12551063
Israel     -0.66145014  0.16015840 -0.2807435  0.46653551 -0.34525283
Bangladesh -0.98550244  0.84341474 -0.8884936 -1.32717977 -0.13788231
Perú       -0.52986914 -0.09139249 -0.9532621 -0.16264758  0.24713162
Thailandia -0.74935480  0.19958456 -0.8788894  0.02150732  0.45557614
Uruguay     0.01278043 -0.55790735  0.1406590  1.87166364 -2.15155508
Holanda    -1.67740127 -1.93155833  2.4693116  0.69174941  0.36586403
Paraguay    0.49851399 -1.13609466 -0.5281186 -0.71634145 -1.66297944
EEUU       -0.06015100 -0.80384417 -0.5622841 -0.87456415 -1.54075185
Italia     -1.26014077 -1.15834020  1.1902376 -0.40045999  0.41105652
Taiwán     -0.38085683  0.11343021 -0.5153886 -0.09857438  0.02016554
Congo      -0.73808562 -0.15017079 -0.8746176  0.04324959  0.26879773
```

Figura 5: Coordenadas de cada país en las primeras 4 componentes

Teniendo en cuenta las puntuaciones, se observa que en la 1ra componente, es Brasil el país con mayor puntuación; en la 2da, China y Vietnam; en la 3ra, Alemania y Holanda y en la 4ta, Chile y Uruguay (ver Figura 6 para las dos primeras componentes).

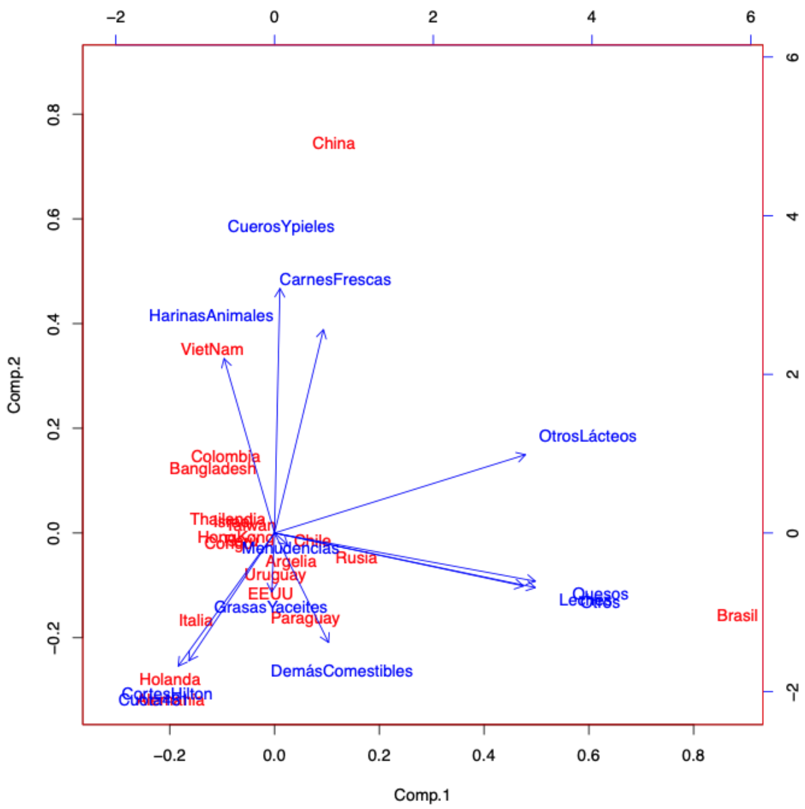


Figura 6: Biplot para las primeras 2 componentes.

Seguidamente se aplicó el *Análisis de Conglomerados*.

Se comenzó calculando la matriz de similaridad, considerando la distancia euclidea al cuadrado. Luego se aplicaron los distintos métodos: el del Centroide, el del Vecino más Cercano, el del Vecino más Lejano, el método de Ward y el método de Vinculación Promedio.

Todos los métodos aplicados agruparon los países prácticamente de la misma forma. En la Figura 7, se muestra el dendograma para el agrupamiento con el Método del Vecino más Cercano, que es prácticamente el mismo al obtenido con el resto de los métodos jerárquicos aplicados (ver Figura 7).

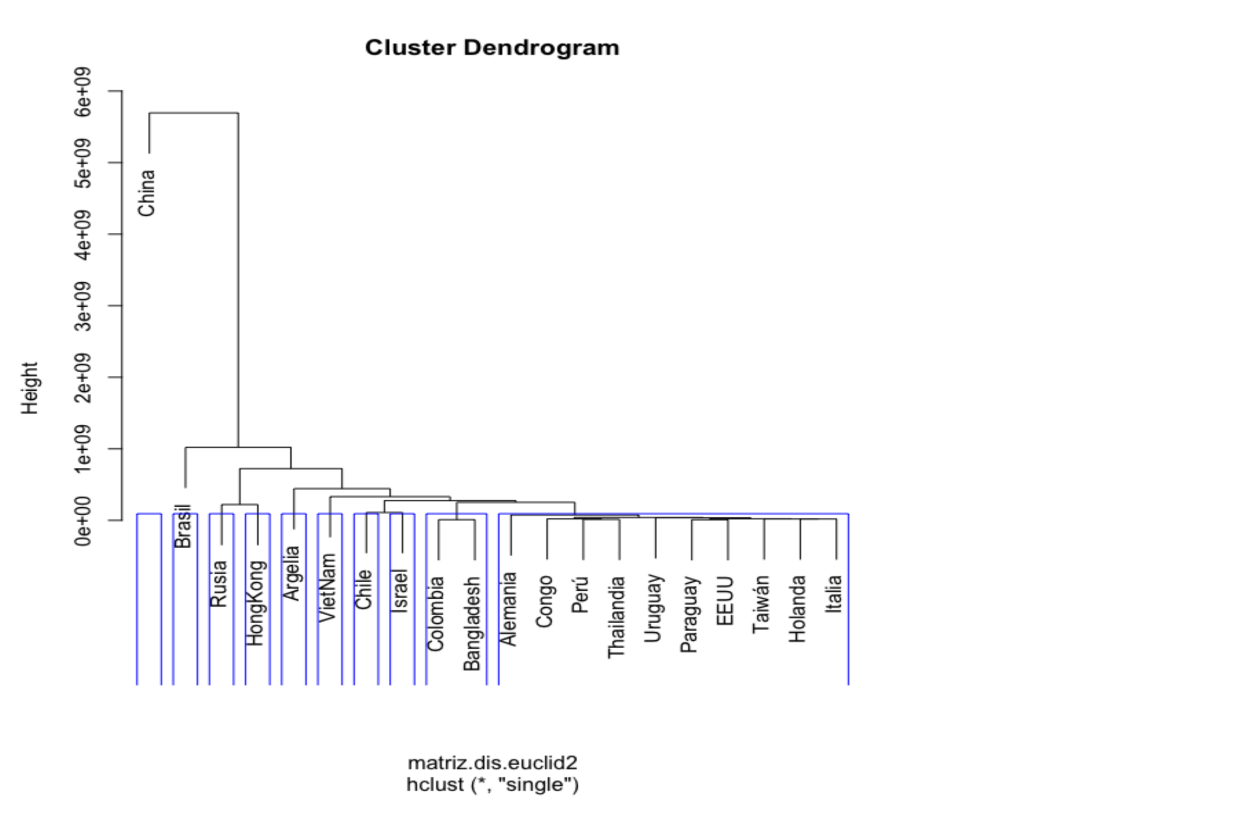


Figura 7: Dendograma asociado al Método del Vecino más cercano

Para decidir cuál es el número óptimo de grupos en lo que convenía agrupar a los países, se calcularon distintos índices como se muestra en la Figura 8, y se concluyó que era 4 el número apropiado de grupos a determinar. Los cuatro grupos o clusters seleccionados, quedaron definidos como:

- Grupo 1: Brasil
- Grupo 2: China
- Grupo 3: Rusia y Hong Kong
- Grupo 4: Chile, Vietnam, Colombia, Argelia, Alemania, Israel, Bangladesh, Perú, Tailandia, Uruguay, Holanda, Paraguay, EEUU, Italia, Taiwán y Congo.

```
> res<-NbClust(Datos_caso_ward,distance="euclidean",min.nc=2,max.nc=20,method="ward.D2",index="alllong")
[1] "Frey index : No clustering structure in this data set"
*** : The Hubert index is a graphical method of determining the number of clusters.
                In the plot of Hubert index, we seek a significant knee that corresponds to a
                significant increase of the value of the measure i.e the significant peak in Hubert
                index second differences plot.

*** : The D index is a graphical method of determining the number of clusters.
                In the plot of D index, we seek a significant knee (the significant peak in Dindex
                second differences plot) that corresponds to a significant increase of the value of
                the measure.

*******************************************************************
* Among all indices:
* 6 proposed 2 as the best number of clusters
* 5 proposed 3 as the best number of clusters
* 14 proposed 4 as the best number of clusters
* 1 proposed 7 as the best number of clusters
* 1 proposed 15 as the best number of clusters

                   ***** Conclusion *****

* According to the majority rule, the best number of clusters is  4


*******************************************************************
```

Figura 8: Índices y sugerencias de agrupamiento de acuerdo con los mismos

4. Conclusiones y trabajos futuros

Los resultados obtenidos respecto de la demanda de carne y derivados bovinos en los distintos países analizados son consistentes. Esto se debe a que, por un lado, las variables agrupadas en los factores o componentes, tienen características comunes en término de lo que requieren los países; y por otro, porque cada grupo que se constituyó representa un bloque, si se considera la demanda de los países en función de sus características, de acuerdo con el clima que poseen, de los insumos que requieren para la producción de otros productos y de sus hábitos de consumo.

Brasil constituye un grupo en sí mismo, debido a sus características climáticas y, además, por ser un país con poca producción de vacas de tambo, distinguido por ser un gran importador de productos lácteos.

China, que forma otro grupo, se conoce como el mayor importador de los cortes de carne más económicos, como así también de harinas animales. La razón por la cual consume harinas animales es que las mismas son utilizadas en la preparación de alimento balanceado, que utilizan para nutrir a sus pollos y cerdos.

En el tercer grupo, Rusia y Hong Kong se caracterizan por ser los principales compradores de menudencias y vísceras (las más demandadas: mondongo e hígado).

El último grupo está compuesto por el resto de los países. Dentro de este grupo, los países europeos son quienes compran los cortes más caros (Corte Hilton y Cuota 481); los países asiáticos que no tienen producción de carne vacuna compran los cortes más económicos, harinas animales y cueros y pieles; y el resto de los países latinoamericanos, se distinguen por comprar grasas, aceites y derivados lácteos.

En trabajos futuros, la idea es trabajar con los mismos datos, pero para años posteriores al considerado, analizando las diferencias en términos de la demanda de exportación.
Para el caso particular de los años 2020 y 2021 será interesante comparar las modificaciones debidas a los efectos provocados en términos económicos a causa de pandemia de COVID 19 que seguramente generó cambios muy importantes también en el área de la exportación de carnes y derivados bovinos en Argentina.

5. Referencias

- Aldás, J., Uriel, E. (2017). Análisis Multivariante Aplicado con R. Ediciones Paraninfo.
- Manly, B.F.J., Navarro Alberto, J. A. (2017). Multivariate Statistical Methods - A Primer - Fourth Edition. CRC Press, A Chapman & Hall Book.
- Schumacker, R., Tomek, S. (2013). Understanding Statistics Using R. Springer.
- Cuadras, C.M. (2007). Nuevos Métodos de Análisis Multivariante. CMC Editions.
- Jolliffe, I. T. (2002). Principal Component Analysis. Second Edition. Springer.
- Peña, D. (2002). Análisis de datos multivariantes.
- Hair, J. F., Anderson, R. E., Tatham, R. L. & Black, W. (1998). Multivariate Data Analysis. Prentice Hall College Division.
- Richard A. Johnson, Dean W. Wichern (1992). Applied Multivariate Statistical Analysis. Third Edition. Prentice Hall. ISBN 0-13-041773-4.

La Prueba de Kolmogorov-Smirnov Aplicada a un Caso de Antropometría Aporte y Propuesta Interdisciplinaria Mediante el Uso de Tecnología

Apellido y nombre Ghersi Liliana Beatriz
Institución Instituto Universitario River Plate
lghersi@econ.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada .

Palabras Claves: Cineantropometria, Autopercepción, Tiempos, Dispositivos Electrónicos.

Resumen:

Objetivo
El trabajo que se presenta, está inserto en la investigación realizada en el Instituto Universitario River Plate denominada: Estudio de habilidades motoras básicas, la auto percepción del uso del tiempo y la cineantropometría,

en niños/as de 8 y 9 años, de la “Escuela primaria del Instituto River Plate” y las Escuelas Deportivas del “Departamento de Educación Física y Deportes Federados River Plate”; y que fuera concluido durante el año 2020. Fundamentalmente se focalizó, en la descripción del peso, la talla, el índice de masa corporal y la auto percepción del uso del tiempo sobre las prácticas y hábitos respecto al juego el deporte y los tiempos frente a pantalla y dispositivos tecnológicos; o sea la mirada cineantropométrica es la que se correlaciona directamente con el presente trabajo, y particularmente con la utilización de la prueba de Kolmogorov-Smirnov (k-S) para analizar la concordancia o no, de la distribución observada en los niños bajo estudio con la distribución esperada que surge de los trabajos sobre el particular por parte de la Sociedad Argentina de Pediatría como así también de las recomendaciones de la Organización Mundial de la Salud .

1ª) Desarrollo:

Como se ha consignado en la parte inicial de este trabajo, la Cineantropometría contempla el estudio del cuerpo, en cuanto a tamaño, forma, proyecciones, composición, maduración y función biológica, con el objetivo de brindar información científica sobre el crecimiento y desarrollo, nutrición, ejercicio, deportes y performance.

Es necesario entonces, integrar la información que surge de las variables externas, como puede ser el tiempo que un niño/a esta en frente a un juego virtual, con la información que permiten obtener variables internas, como puede ser el peso, la talla u otras.

Teniendo en cuenta ello, el peso es el indicador global de la masa corporal más fácil de obtener y de reproducir. Siempre y cuando se relacione con otros parámetros como: sexo, edad, talla y contextura física. En el presente trabajo le concedemos una relación directa con la talla. A partir de aquí se hará una aproximación de comprensión sobre el estudio realizado en torno al índice de Masa Corporal.

Índice de Masa Corporal (Por edad) (IMC por edad): Se lo distingue del IMC para adultos, ya que en los niños y adolescentes está fuertemente correlacionado con la edad y el sexo, cuestiones que en aquéllos son incorrelacionadas estas dimensiones. El protocolo de acción para la determinación del peso y de la talla fue realizado según las recomendaciones de NIEER (National Institute For Early Education Research). Se debe tener en cuenta que su cálculo deviene del cociente entre el peso (en Kgs.) y el cuadrado de la talla (en mts.), sea: Si P denota el peso del niño en kilogramos, y T denota la talla de dicho niño en metros, se tiene que el índice se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$IMC(por\ edad) = \frac{P}{T^2} (1)$$

Este índice, no es elemento de diagnóstico, sino que se lo utiliza para inferenciar sobre la situación del niño respecto de su peso. Es por ello que las Academias de Pediatrías recomiendan su uso para inferir en los niños mayores a un año: bajo peso, peso saludable, sobrepeso, u obesidad, categorías exhaustivas.

A continuación, se adjuntan Tablas de Crecimiento (CDC) para el IMC (por edad) para niños y para niñas (Fuente CDC Safer, Healthier People)

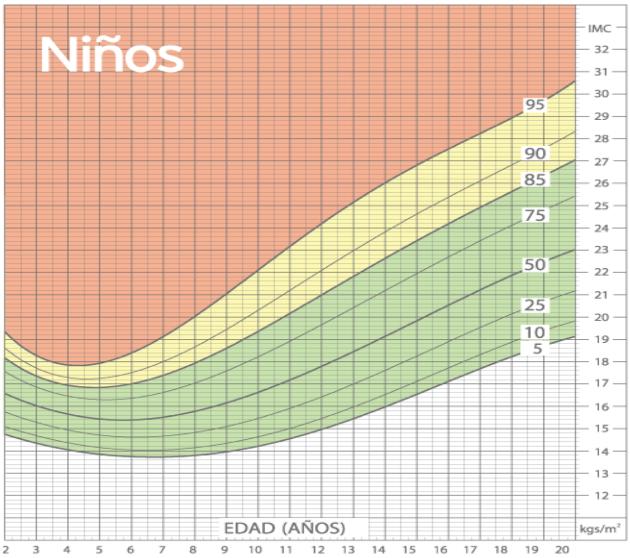


Gráfico N° 01. Tabla de Crecimiento (CDC) para el IMC (por edad) para niños

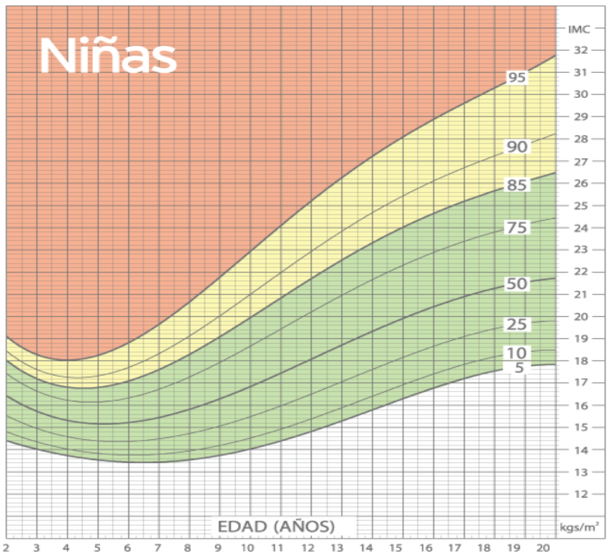


Gráfico N° 02. Tabla de Crecimiento (CDC) para el IMC (por edad) para niñas

Normalmente el IMC (por edad), se sitúa en el intervalo generado por los percentiles cinco P_{05} y ochenta y cinco P_{85}, siendo éste excluido, para la categoría peso saludable, entre los percentiles ochenta y cinco P_{85} y noventa y cinco (P_{95}), siendo éste excluido, para la categoría sobrepeso, desde el percentil noventa y cinco P_{95} para la modalidad obesidad, y por debajo del percentil cinco $P_{05;}$para el bajo peso. Se adjunta tabla correspondiente:

Tabla N° 01. Índice de Masa Corporal

Categoría de nivel de peso	Rango del percentil	Cómo Interpretar	Formalmente
Bajo peso	Menos del percentil 5	Es un Peso que resulta ser menor al que se considera peso mayor para el 5% de los pesos de los niños	$P < P_{05}$
Peso saludable	Percentil 5 hasta por debajo del percentil 85	Es un Peso que resulta ser mayor o igual al que se considera peso mayor para el 5% de los pesos de los niños y al mismo tiempo menor al peso mayor del 85% de los pesos de los niños	$P_{05} \leq P < P_{85}$
Sobrepeso	Percentil 85 hasta por debajo del percentil 95	Es un Peso que resulta ser mayor o igual al que se considera peso mayor para el 85% de los pesos de los niños y al mismo tiempo menor al peso mayor del 95% de los pesos de los niños	$P_{85} \leq P < P_{95}$
Obeso	Igual o mayor al percentil 95	Es un Peso que resulta ser mayor o igual al que se considera peso mayor para el 95% de los pesos de los niños	$P \leq P_{95}$

A continuación, se detallan los valores de los percentiles de la variable peso discriminados por sexo:

Tabla N° 02. Valores de los Percentiles discriminados.

Percentiles		P_{05}	P_{10}	P_{25}	P_{50}	P_{75}	P_{85}	P_{90}	P_{95}
Peso (Kgs.)	Varones	13,8	14,2	14,8	15,8	17	18	18,6	20
	Mujeres	13,6	14	14,8	15,8	17,2	18,2	19,2	20,6

Las distribuciones por sexo respecto de su peso se presentan a renglón siguiente

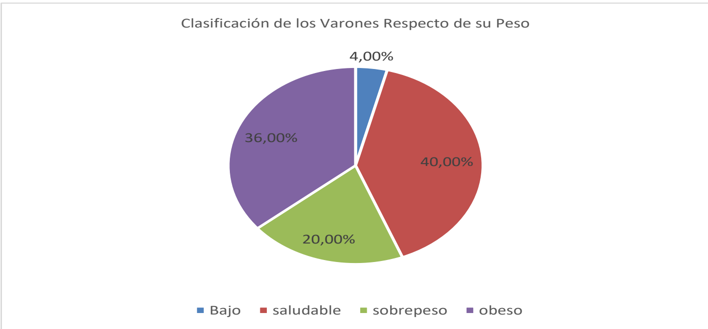


Gráfico N° 03. Clasificación de los Varones respecto de su peso

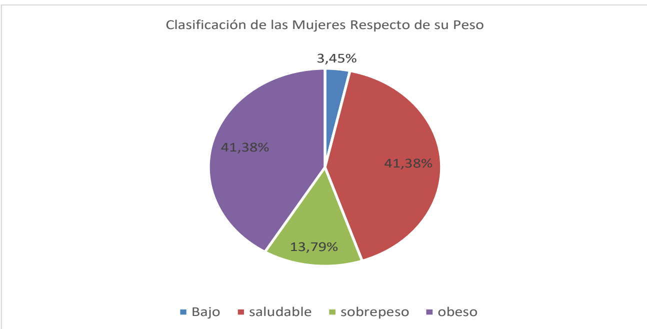


Gráfico N° 04. Clasificación de las Mujeres respecto de su peso

Ambas distribuciones de la clasificación al interior de cada sexo respecto de su peso, resultaron ser significativamente distintas a la referencial. Se adjuntan tablas con los valores que se observaron en la muestra, los valores esperados respectivos y las diferencias observadas (a la izquierda varones a la derecha mujeres*)* :

Tabla N° 03. Valores observados en la muestra, su referencia y diferencia, para Varones

Categoría	Observada	Referencial	Diferencia
Bajo	4,00%	5,00%	-1,00%
saludable	40,00%	80,00%	-40,00%
sobrepeso	20,00%	10,00%	10,00%
obeso	36,00%	5,00%	31,00%

Tabla N° 04. Valores observados en la muestra, su referencia y diferencia, para Mujeres

Categoría	Observada	Referencial	Diferencia
Bajo	3,45%	5,00%	-1,55%
saludable	41,38%	80,00%	-38,62%
sobrepeso	13,79%	10,00%	3,79%
obeso	41,38%	5,00%	36,38%

Los cuadros comparativos gráficamente resultan ser:

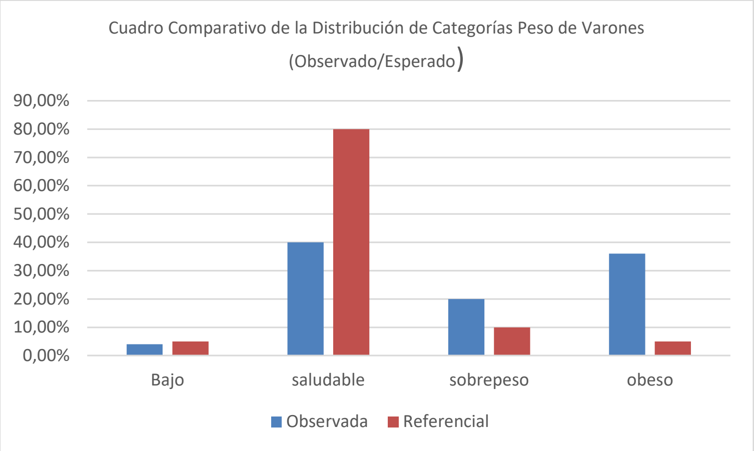


Gráfico N° 05. Comparativo de la distribución de categorías peso de Varones.

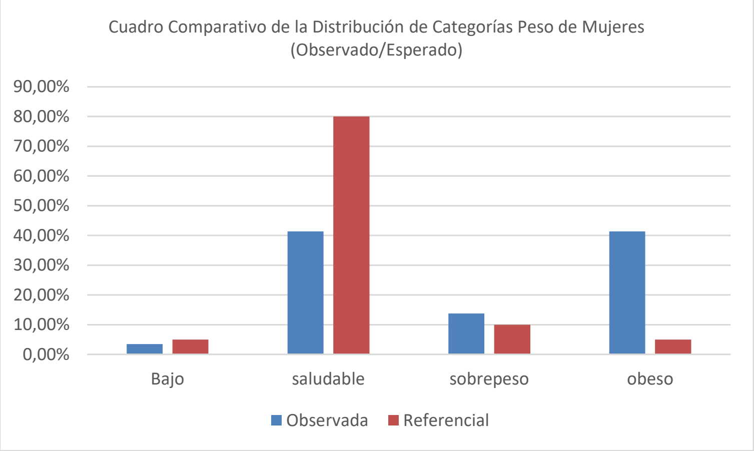


Gráfico N° 06. Comparativo de la distribución de categorías peso de Mujeres.

A continuación, se presentan las distribuciones acumuladas del IMC para ambos sexos de 8 años, esperada y observada, de donde surgen con claridad las diferencias existentes y sobre las que aplicaremos la prueba K-S.

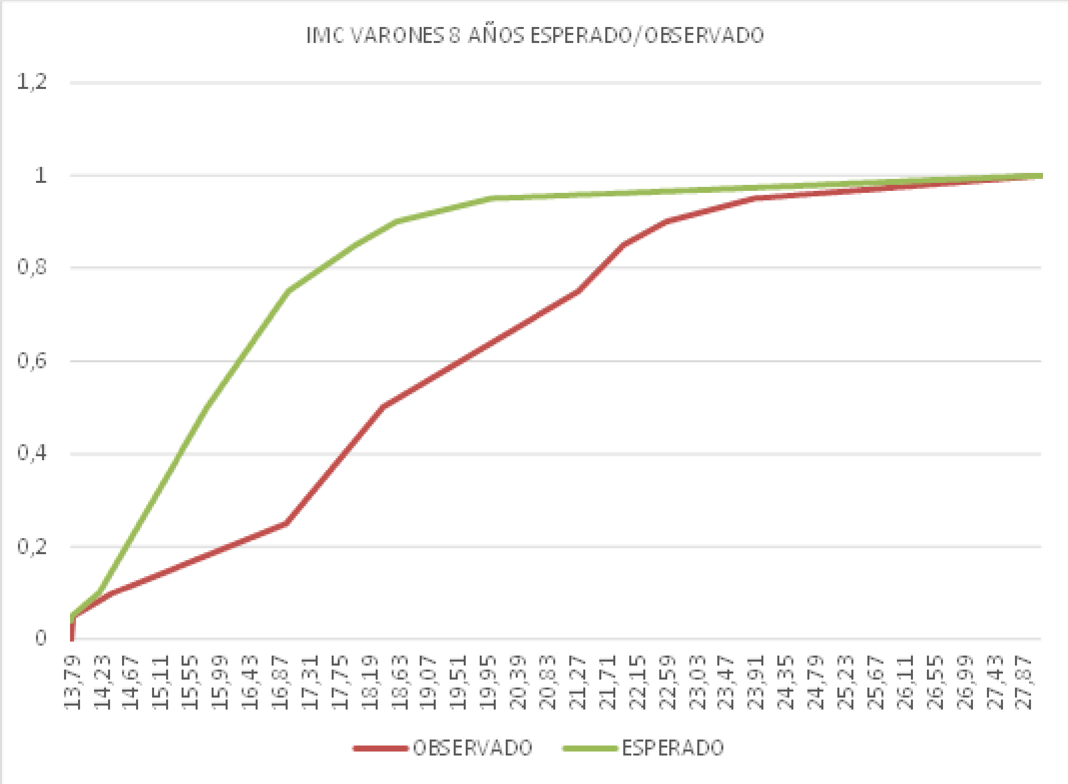


Gráfico N° 07. Índice de Masa Corporal en niños de 8 años (observado/esperado)

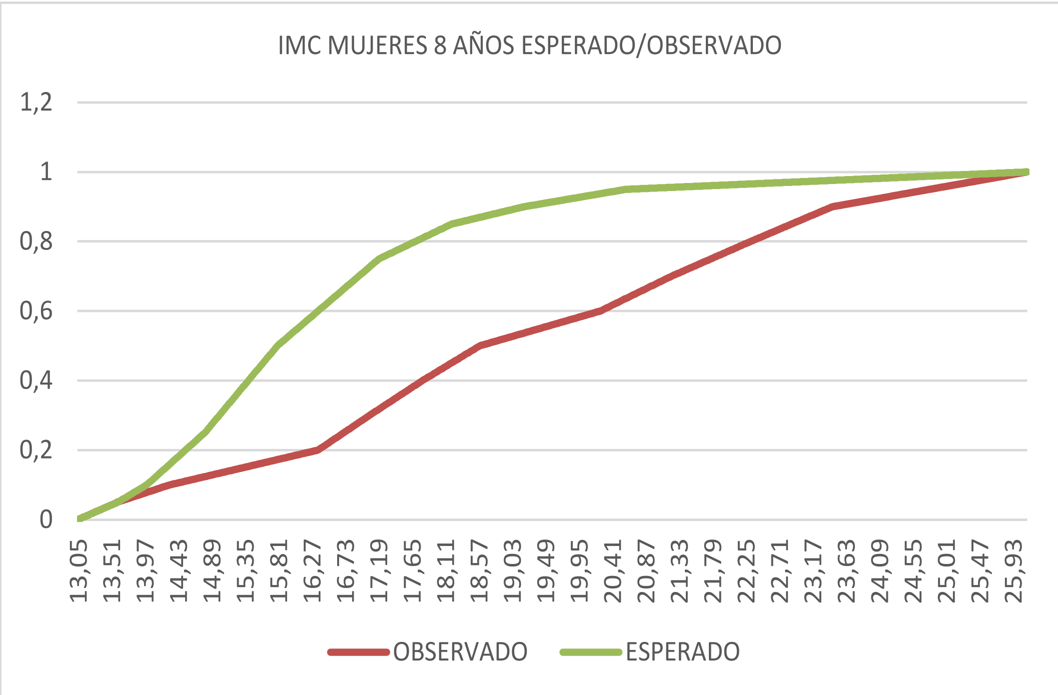


Gráfico N° 08. Índice de Masa Corporal en niñas de 8 años (observado/esperado)

Se adjuntan tabla de valores IMC de niños y de niñas de 8 años, referenciales, y referidos a las distribuciones de los gráficos presentados en diapositiva anterior.

Tabla N° 05. Valores referenciales del IMC en niñas de 8 años

	Valores Referenciales	
Percentil	Esperado	Obervado
5	13,8	13,82
10	14,2	14,4
25	14,8	16,97
50	15,8	18,39
75	17	21,29
85	18	21,96
90	18,6	22,59
95	20	23,88

Tabla N° 06. Valores referenciales del IMC en niñas de 8 años

	Valores Referenciales	
Percentil	Esperado	Obervado
5	13,6	13,59
10	14	14,51
25	14,8	17,02
50	15,8	18,79
75	17,2	22,06
85	18,2	22,97
90	19,2	23,88
95	20,6	25,08

Prueba para la comparación de distribución observada con respecto a distribución teórica. Para variables continuas; kolmogorov-smirnov (k-s):

Es una prueba alternativa a la clásica Ji Cuadrada para la bondad de ajuste, que puede aplicarse a muestras pequeñas que requieren menos cálculos que la Ji Cuadrada, pero que sólo es posible ser aplicada a variables continuas.

En principio se supone que una población tiene una distribución determinada particionada en K intervalos de igual probabilidad (igual área). A posteriori se selecciona al azar una muestra de tamaño n de la citada población y se toma en cuenta el número de observaciones correspondientes a cada intervalo de la partición generada, téngase presente que dicho número proviene de la acumulación de las observaciones menores o iguales a los valores teóricos. La prueba K-S se utiliza para comparar frecuencias relativas acumuladas y frecuencias relativas esperadas, así como para contrastar la hipótesis nula de que los datos observados provienen de una distribución de probabilidad determinada.

Esta prueba estadística muestra cuál es la máxima diferencia absoluta Dmáx entre cualquier para correspondiente de frecuencias relativas acumuladas observadas y frecuencias relativas esperadas. Por lo tanto, la prueba se enfoca en las divergencias absolutas mayores.

$$D = máx|F_0(x_i) - S_N(x_i)|; 1 \leq i \leq N \text{ (2)}$$

$$F_0(x_i): Esperada\text{(3)}$$

$$S_N(x_i) = \frac{F_i}{N}: Observada\text{(4)}$$

La prueba de la bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov de una muestra trata las observaciones individuales por separado y por lo tanto, a diferencia de la prueba Ji cuadrado no necesariamente pierde información al hacer la redistribución de las categorías, aunque es posible que sea conveniente usar agrupaciones de valores de variable. Cuando las muestras son pequeñas y las categorías adyacentes deben redistribuirse para usar adecuadamente el estadístico Ji cuadrado, la prueba Ji cuadrada es menos potente que la prueba Kolmogorov-Smirnov, y más aún, para muestras muy pequeñas, la prueba ji cuadrada no puede ser utilizada pero la prueba K-S sí; llegándose a la conclusión que ésta última suele ser más potente que su prueba alternativa la Ji cuadrada. Ahora bien, cuando el tamaño de la muestra es grande los resultados de ambas prueba son similares. Por otro lado, cuando los datos son ordinales, ambas pruebas son aplicables, pero la sensibilidad de la prueba Ji cuadrada es menor que la de la prueba K-S. La elección entre ellas no es fácil, la comparación de la potencia de cada una de ellas depende de diferentes cantidades. En los casos que ambas son aplicables, la selección depende de la facilidad de acceso a una computadora; si embargo cuando la muestra es pequeña la prueba K-S es exacta, mientras que la Ji cuadrada es sólo asintóticamente exacta.A continuación se adjuntan los datos para la aplicación de la prueba, para varones y para mujeres, suponiendo que ajustan a normalidad:

Tabla N° 07: Datos para la aplicación de la prueba, para varones y para mujeres, suponiendo que ajustan a normalidad

Femenino	FRAo	0,078213	0,110784	0,133333	0,152941	0,172549	0,2	0,278873	0,386301	0,536747	1
	FRAe	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
	Dif;Absoluta	0,021787	0,089216	0,166667	0,247059	0,327451	0,4	0,421127	0,413699	0,363253	0
	Maximo(Dif)	0,421127									
Masculino	FRAo	0,082669	0,111673	0,135019	0,158366	0,181712	0,209728	0,237743	0,342917	0,518103	1
	FRAe	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
	Dif;Absoluta	0,017331	0,088327	0,164981	0,241634	0,318288	0,390272	0,462257	0,457083	0,381897	0
	Maximo(Dif)	0,462257									

La tabla de K-S, para muestras de tamaño 29, nos informa que la D>0,35242 tiene una probabilidad de presentación de un milésimo (0,001), con lo cual se descarta para ambas pruebas realizadas, que las distribuciones observadas sean congruentes con las distribuciones esperadas.

2ª) Conclusiones y Trabajos Futuros:

Debido a la presentación pandémica del Covid19, se estima realizar un trabajo semejante, para analizar qué impactos tuvo el período pandémico, concretamente, sobre los niños y niñas de la población elegida en lo atinente a peso, talla y masa corporal en particular y en general respecto del tiempo ante pantalla y/o dispositivos tecnológicos.

3ª) Referencias:

ALARCÓN, N.; (2011). *Evaluando, pruebas para medir, evaluar y calificar la condición física de deportistas y sedentarios.* Santa Fé - Argentina: Homo Sapiens Ediciones.

ELORZA, H.; (2000). *Estadística Para Las Ciencias Sociales Y Del Comportamiento*. México. Editorial Oxford University Press.

GOMEZ VILLEGAS, M.; (2005). *Inferencia Estadística*. España. Editorial Díaz de Santos.

SIEGEL, S; CASTELLAN, N.; (2001). Estadística No Paramétrica Aplicada a las Ciencias de la Conducta. México. Editorial Trillas

SOCIEDAD ARGENTINA DE PEDIATRÍA - SAP.; (2013). *Guía para la evaluación del crecimiento físico*. Recuperado el 30 de 08 de 2016, de http//www.sap.org.ar

WICKSTROM, R. L.; (1983). *Patrones motores básicos.* Madrid: Alianza Editorial S.A., Consejo Superior de Deportes.

Análisis del Mercado de Derivados de la Energía y sus Implicancias en la Postpandemia

Brufman, Juana Zulema – Miliá, Daniel Alberto
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires – Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
jbrufman@arnet.com.ar – daniel@economicas.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras clave: Derivados de la electricidad, Procesos estocásticos, Modelos heteroscedásticos

Resumen

La pandemia generó un mayor consumo de energía en los hogares debido a la permanencia dentro de sus miembros producto del teletrabajo y el aumento del desempleo. En tal sentido, el precio spot de MWh ha subido considerablemente desde la declaración de la emergencia mundial y su tendencia hace presumir que se ha estabilizado en un valor a largo plazo más alto. A raíz de ello, se proyecta la cotización futura a partir de un proceso estocástico cuyo proceso generador contempla una reversión a la media, presencia de estacionalidad y una tasa de descuento estimada mediante un modelo ARCH.

El estudio utiliza como fuente de datos los precios diarios spots y precios de contratos forward provenientes del mercado Nord Pool para el período 2018-2021. A partir de ello, se estima la trayectoria futura del subyacente empleando como tasa de descuento las tasas implícitas del mercado forward. El análisis exhibe un sostenimiento de la tendencia alcista iniciada a inicios de 2020, donde el valor del MWh rozaba alrededor de los 10 euros, hasta trepar a los actuales 40 euros. La proyección a futuro arroja una continuación de la tendencia alcista la cuál en el corto plazo parece estabilizarse en los 60 euros. La incidencia en el precio del subyacente obligará a las empresas energéticas a ajustar sus hojas de balance y a los Estados de países en desarrollo los someterá a un replanteo de la política energética, en la cual deberán decidir si avalar subas en el precio de la energía o incrementar los subsidios a la misma con el consecuente deterioro en las cuentas públicas.

Introducción

Los mercados sobre derivados de la energía han tenido un desarrollo considerable en este último tiempo, en tanto dan a los inversores la posibilidad de insertarse en el universo de la energía como otra posibilidad de inversión financiera, en la que uno de sus fines, además de la búsqueda de ganancias, es la diversificación de riesgos. En este sentido, el primer mercado europeo en la negociación de derivados de la electricidad es The Nord Pool. Este es un mercado que apunta a una gama considerable de las necesidades del sector eléctrico, tanto de productores, como de distribuidores, comercializadores, consumidores y demás inversores que busquen diversificar su portfolio. Actualmente el Nord Pool permite negociar contratos de futuros, forwards, opciones, certificados eléctricos (energías renovables) y permisos de emisión (EU As), cuyos precios de referencia son los del mercado energético nórdico en su conjunto. Este mercado, además de proveer una base de datos que sirve a fines financieros, de inversión y de cartera, también provee datos históricos de precios de derivados financieros de energía, los cuales son utilizados como un proxy al precio del subyacente. A la luz de la pandemia mundial, el mayor periodo de estadía en el hogar o el auge de actividades del sector IT, resulta interesante observar la evolución del costo de la energía frente a esta nueva demanda. En tal sentido, la modelización de precios en el mercado de derivados y su proyección permitirán obtener conclusiones acerca de la tendencia en la formación de precios del activo subyacente que posibiliten la optimización de la política energética.

Antecedentes: Estado del Arte

Dadas las características de los precios eléctricos, los modelos que ocupan este tópico tratan mayormente de ajustar el comportamiento dinámico de los precios apuntando a sus características estadísticas observadas. Usualmente, dicho comportamiento dinámico se modela con: una tendencia promedio de largo plazo con reversión a la media; un componente de volatilidad, donde dan pie a un movimiento Browniano; y, una función que contempla alguna estacionalidad típica de la demanda de energía. Modelos más complejos, modelan saltos usando una distribución de Poisson. En definitiva, se trata de que la especificación funcional en su conjunto pueda mantener o replicar, lo mejor posible, la serie de precios observada. La literatura existente sobre el análisis de variaciones de precios de la electricidad es relativamente escasa, por lo que resulta prudente hacer un análisis retro y prospectivo de lo elaborado a la fecha.

Deng (2000) fue uno de los pioneros en modelar los precios de la electricidad con saltos. Propone tres modelos de salto-difusión con reversión a la media, incluyendo volatilidad determinística y estocástica. Los saltos los modela con un proceso de Poisson, donde verifica una reversión a la media muy fuerte, aunque termina fallando al estimar las trayectorias de precios. Schwartz y Smith (2000) modelan el comportamiento del precio del petróleo con una componente de reversión a la media de corto plazo y un nivel de equilibrio de largo plazo. Este trabajo es la antesala, en términos de especificaciones funcionales, del trabajo esbozado por Lucia y Schwartz (2000), donde combinan modelos con clusters de volatilidad, reversión a la media y la presencia de estacionalidad en el precio de los contratos de derivados sobre la electricidad. Una arista distinta plantean Fleten y Lemming (2003), los cuales estiman curvas de precios forward utilizando información de los modelos de operación de sistemas eléctricos y los datos que entrega el sistema eléctrico, argumentando que la información de los precios futuros / forwards de los mercados eléctricos es escasa. Similar estrategia de modelización adopta Knittel y Roberts (2005), donde analizan los precios eléctricos de California a través de observaciones horarias de precios antes y después de la crisis que afectó a USA en la última década. De ello concluyen que todo modelo de precios eléctricos debe tener en cuenta: la reversión a la media, efectos horarios, por semana, fin de semana y efectos estacionales, como así mismo, los clustering de volatilidad y valores extremos (picos de demanda).

Por último, Geman y Roncoroni (2006) exponen una superación de los anteriores modelos, en tanto elabora una representación de saltos en la estructura dinámica del modelo de precios spot de la electricidad. Fundan su análisis en el sentido de que los precios de la electricidad producen saltos por la inelasticidad de la demanda ante las contingencias por fallas en el sistema eléctrico.

El mercado de The Nord Pool: Productos negociados

Contratos de Futuros sobre Electricidad: Los contratos de futuros se liquidan por diferencias, y tienen liquidación diaria y final, no existiendo entrega física. El activo subyacente es un MW/h cada hora del periodo de entrega, la moneda en la que se negocia es el Euro. La liquidación diaria de los contratos se realiza contra el mercado financiero, aunque hay una liquidación contra el mercado de contado, que se realiza durante el periodo de entrega. Contratos Forward sobre Electricidad: A lo igual que los contratos de futuro, éstos se negocian en euros y el subyacente de cada uno de los contratos es un MW/h. La liquidación se hace por diferencias, no existiendo entrega física. Contratos por Diferencias sobre Electricidad: Anteriormente en este trabajo se mencionó que tanto los contratos forward como los de futuro se liquidan por diferencias, en el sentido de que los costos de compra vienen determinados por los precios de contado de cada área, los cuales pueden o no diferir de los precios del Sistema del Nord Pool.

Modelización: *Características Esenciales*

Lucia y Schwartz (2000), tienen en cuenta cinco aspectos que caracterizan al proceso generador de precios de los contratos de la electricidad. En primer lugar, el factor más importante es la imposibilidad de almacenamiento, y de la utilización de modelos de tipo "cost of carry". En segundo lugar, los precios de la electricidad presentan una volatilidad mayor que los productos negociados en mercados financieros. Además, la volatilidad depende también del precio, en el sentido de que, a precios más altos, mayor volatilidad, y a precios más bajos, menor volatilidad. En tercer lugar, los autores comentan respecto a los picos de precios, donde éstos suben en periodos cortos de tiempo debido a insuficiencia en la oferta, aumento de la demanda por encima de la cota del sistema, o diversos problemas de transmisión de electricidad y afines. El cuarto factor es la reversión a la media de los precios. Incluso cuando se registren grandes variaciones en periodos muy cortos de tiempo, se tiende a volver rápidamente a la media de largo plazo. Por último, la presencia de estacionalidad, donde se evidencia no solo un patrón, digamos trimestral, sino que también se presentan pautas según la hora, día, mes o estaciones del año. (Lucia y Schwartz, 2000; p 29-30).

Con el propósito de describir la dinámica del precio spot del sistema de The Nord Pool y su implicación en la valuación de derivados, se empleará en el siguiente trabajo un modelo de un factor basado en el precio spot del derivado. El precio spot (P_t), está compuesto por un componente determinista del tiempo $F = f(t)$ y otro de difusión, el cual será un proceso estocástico X_t, con $t \in [0, \infty)$. es decir:

$$P_t = f(t) + X_t \qquad (1)$$

Si asumimos que X_t sigue un proceso estocástico de la forma:

$$dX_t = -kX_t dt + \sigma dZ \qquad (2)$$

Donde k es una constante positiva y el proceso estocástico valuado en $t = 0$ toma un valor de x_o ($X(0) = x_o$). Por otro lado, dZ denota el incremento de un proceso browniano Zt . En tanto, X_t sigue un proceso estacionario con reversión a la media, o un proceso de Ornstein Uhlenbeck, con media a largo plazo cero y velocidad de ajuste k. Si asumimos que $F = f(t)$ satisface las condiciones de regularidad apropiadas, despejando X_t de (1), obtenemos:

$$X_t = P_t - f(t) \;\; (2')$$

Reemplazando (2´) en (2), se obtiene: $d\big(P_t - f(t)\big) = k(f(t) - P_t)dt + \sigma dZ \;\; (3)$

La ecuación precedente nos muestra que cuando P_t se desvía de su tendencia $f(t)$ es traída de vuelta a una tasa proporcional a su desviación (k). También se observa, que la única fuente de incertidumbre viene del proceso estocástico X_t, al cual llamaremos la variable estado. Despejando de (3) dP_t y reagrupando convenientemente:

$$dP_t = k[f(t) - P_t + \frac{1}{k}\frac{df(t)}{dt}]dt + \sigma dZ$$

$$dP_t = k(a(t) - P_t)dt + \sigma dZ \;\; (4)$$

donde: $\alpha(t) = \frac{1}{k}\frac{df}{dt}(t) + f(t)$ (5)

Si suponemos que la variable P_t satisface la relación

$$Y_t = P_t e^{kt} \quad (6)$$

Aplicando el Lema de Ito a esta ecuación, obtenemos:

$$dY_t = [\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{\partial Y}{\partial P} a(t,P) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 Y}{\partial P^2}\sigma^2]dt + \sigma\frac{\partial Y}{\partial P}dZ$$

Practicando las derivadas parciales, y tomando $a(t,p) = k(\alpha(t) - P_t)$ como el término tendencial de (4):

$$dY_t = \{kP_t e^{Kt} + e^{Kt}k\alpha(t) - e^{Kt}kP_t]\}dt + e^{Kt}\sigma dZ$$

Reemplazando Y_t por su definición en (6)

$$\int_0^t dP_t e^{kt} = \int_0^t e^{ks}k\alpha(s)ds + \int_0^t \sigma\, e^{ks}dZ(s)$$

Ahora bien; nos interesa hallar la ecuación que describe el comportamiento de precios cuyo valor inicial en $t = 0$, lo denotamos P_0 ; por tanto, se debe resolver la integral para encontrar la variable primitiva.

$P_t e^{kt} = P_0 + \int_0^t e^{ks}k\alpha(s)ds + \int_0^t \sigma\, e^{ks}dZ(s)$ (7)

Sabiendo que $\alpha(s) = \frac{1}{k}\frac{df(s)}{ds} + f(s)$, remplazamos este valor en la ecuación precedente

$$P_t = P_0 e^{-kt} + \int_0^t e^{k(s-t)}\frac{df(s)}{ds}ds + k\int_0^t e^{k(s-t)}f(s)ds + \sigma\int_0^t e^{k(s-t)}dZ(s)$$

El segundo término del lado derecho de la igualdad es una integral a la cual se le debe aplicar el método de integración por partes. Operando convenientemente, se llega a la siguiente expresión:

$$f(t) - f(0)e^{-kt} - k\int_0^t f(s)\, e^{k(s-t)}ds$$

Introduciendo esta expresión en la ecuación que describe el comportamiento de precios y sabiendo que:

$P_0 = f(0) + X_0$ se llega a que $P_t = X_0 e^{-kt} + f(t) + \sigma\int_0^t e^{k(s-t)}dZ(s)$

La solución que describe el comportamiento de precios, está dada por:

$$P_t = f(t) + X_0 e^{-kt} + \sigma \int_0^t e^{k(s-t)} dZ(s) \ \ (8) \text{; donde } \ P_t = f(t) + [P_0 - f(0)]e^{-kt} + \sigma \int_0^t e^{k(s-t)} dZ(s)$$

Luego, la distribución condicional de P_t es una normal con media y varianza condicional a X_0 dada por:

$$E_0(P_t) \equiv E\left(\frac{P_t}{X_0}\right) = f(t) + \left(P_o - f(0)\right)e^{-kt} \ \ (9)$$

A partir de esta ecuación, podemos afirmar que el proceso P_t, tiende a una media de largo plazo, cuyo valor es $f(t)$, dado su valor al momento $t = 0$. El parámetro k es la velocidad de convergencia, es decir, en la medida que sea alto (bajo), los precios volverán más rápidamente (lentamente) a su media de largo plazo.

$$Var_0(P_t) \equiv Var\left(\frac{P_t}{X_0}\right) = \frac{\sigma^2}{2k}\left(1 - e^{-2kt}\right), k > 0 \ \ (10)$$

La varianza permite obtener ciertas conclusiones: es decreciente con la velocidad de convergencia y con el horizonte temporal, y tiene un límite finito cuando éste tiende a infinito. Para valuar el derivado, necesitamos encontrar el proceso neutral al riesgo para la variable estado X_t. En primer lugar, diferenciamos el proceso, tal como se hizo anteriormente:

$$dX_t = k(o^* - X_t)dt + \sigma dZ^* \ (11) \qquad \text{Donde: } \ o^* \equiv \frac{-\lambda\sigma}{k} \ (12)$$

Vale destacar que dZ^* representa el incremento del movimiento browniano Z_t^* bajo la medida de probabilidad neutral al riesgo, mientras que λ es el precio de mercado por unidad de riesgo vinculado a la variable estado X_t, parámetro que vamos a suponer constante, aunque los autores mencionan que puede ser una función de las variables estado y tiempo. Reemplazando (12) en (11) y definiendo a Xt según la ecuación (1): $Xt = P(t) - f(t)$:

$$d(P_t - f(t)) = [-\lambda\sigma - k(P_t - f(t))]dt + \sigma dZ^*$$

$$dP_t = [-\lambda\sigma - kP_t + kf(t) + \frac{df(t)}{dt}]dt + \sigma dZ^*$$

$$dP_t = k[a * (t) - P_t]dt + \sigma dZ^*$$

Donde, $a * (t) \equiv \frac{-\lambda\sigma}{k} + f(t) + \frac{1}{k}\frac{df(t)}{dt}$

A partir de aquí, realizamos el mismo procedimiento que en el caso anterior. Si P_t sigue el proceso:

$$P_t = Y_t^* e^{-kt}$$

Despejando para Y_t^*:

$$Y_t^* = P_t e^{kt}$$

Aplicando el Lema de Ito, y operando convenientemente:

$$dY_t^* = \{e^{Kt} k a^*(t)\}dt + e^{Kt}\sigma dZ^*$$

Reemplazando Y_t^* por su definición, e integrando para hallar P_t, se llega a la siguiente expresión:

$$P_t = P_0 e^{-kt} + \int_0^t e^{k(s-t)} k a^*(s) ds + \int_0^t \sigma\, e^{k(s-t)} dZ^*(s)$$

Donde $a^*(s) = \frac{-\lambda\sigma}{k} + f(s) + \frac{1}{k}\frac{df(s)}{ds}$

$$P_t = P_0 e^{-kt} - \lambda\sigma \int_0^t e^{k(s-t)} ds + \int_0^t e^{k(s-t)} \frac{df(s)}{ds} ds + k\int_0^t \quad e^{k(s-t)} f(s) ds + \int_0^t \sigma\, e^{k(s-t)} dZ^*(s)$$

Resolviendo el tercer término del lado derecho de la igualdad con el método de integración por partes, se llega a la siguiente expresión:

$$P_t = P_0 e^{-kt} - \lambda\sigma \int_0^t e^{k(s-t)} ds + f(t) - f(0)e^{-kt} - k\int_0^t f(s) e^{k(t-s)} dk \int_0^t e^{k(s-t)} f(s) ds + \int_0^t \sigma\, e^{k(s-t)} dZ^*(s)$$

Sabiendo que $P_0 e^{-kt} - f(0)e^{-kt} = X_0 e^{-kt}$, condición que se deduce de valuar (1) en $t = 0$, concluimos que:

$$P_t = X_0 e^{-kt} + f(t) - \lambda\sigma \int_0^t e^{k(s-t)} ds + \sigma \int_0^t e^{k(s-t)} dZ^*(s)$$

La solución explícita de la ecuación (11) resulta ser:

$$P_t = f(t) + X_o e^{-kt} + a^*\left(1 - e^{-kt}\right) + \sigma \int_0^t e^{k(s-t)} dZ^*(s) \quad (13)$$

$$P_t = f(t) + [P_0 - f(0)]e^{-kt} + \alpha * (1 - e^{-kt}) + \sigma \int_0^t e^{k(s-t)} dZ^*(s)$$

A partir de aquí P_t, está distribuida condicionalmente como una normal bajo una medida neutral al riesgo con la siguiente esperanza:

$$E_0^*(P_t) = f(t) + X_0 e^{-kt} + \alpha^*\left(1 - e^{-kt}\right) = f(t) + [P_0 - f(0)]e^{-kt} + \alpha^*\left(1 - e^{-kt}\right) \quad (14)$$

Con ello, podemos definir el valor del contrato forward, como el valor presente de la esperanza entre, la diferencia del precio del subyacente para el tiempo T, y el valor del futuro o forward para el mismo momento temporal.

$$v_o(X_T, T) = e^{-rt} E_0^*[P_T - F_0(P_0, T)] \quad (15)$$

P_T ya fue definida anteriormente, solo que esta vez, consideramos el precio hacia el final de la vida del contrato $(t = T)$, mientras que $F_0(P_0, T)$ es el precio del forward en $t = 0$ para un contrato con tiempo de maduración en $t = T$. En definitiva, el valor del derivado será el valor actual esperado, bajo la medida neutral al riesgo, de sus payoffs descontados por una tasa libre de riesgo.

El resultado es el valor presente de la diferencia entre, el precio del activo subyacente en T, y el precio del Forward o de futuro para el mismo plazo de vencimiento. El componente determinista $f(t), \forall t = 0,1, \ldots\ldots T$, del precio Spot (o de su logaritmo), aparece directamente en el precio del contrato forward o de futuros, lo cual lo transforma en un elemento importante a la hora de describir la curvatura de éstos, contribuyendo, además, en evidenciar la alta correlación existente entre los precios de estos derivados.

Utilizando una base de datos de precios diarios spots y precios de contratos forward provenientes del mercado Nord Pool para el período 2018-2021, se obtiene la serie de tasas implícitas de descuento r_t. Este mercado nuclea países de la zona euro, además del grupo de países conocidos como países nórdicos (Noruega, Suecia y Finlandia). A partir de la obtención de la serie de tasas implícitas se procede a modelar su comportamiento bajo un modelo de la familia de modelos autorregresivos condicionalmente heteroscedásticos (ARCH, por sus siglas en inglés).

Un proceso ARCH (q) viene definido por las siguientes expresiones:

$$Y_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i Y_{t-i}^2$$

donde, ε_t es un proceso idénticamente distribuido con media cero y desviación típica uno, como ya fuera descrito anteriormente. Además $a_0 > 0$ y $a_i \geq 0$, y para todo $i = 1, \ldots, q$ y para cumplirse la condición de estacionariedad en media, $\sum_{i=1}^{q} a_i < 1$. Por último, si ε_t es gaussiano y su distribución es normal, Y_t es condicionalmente normal y su varianza es σ_t^2.

En un modelo ARCH(q) se verifica que: i) las esperanzas marginales y condicional son iguales a cero; ii) la varianza marginal es constante: iii) La varianza condicional depende de los valores que hayan tomado Y_{t-i}^2 para $i = 1, \ldots, q$, por lo que no resulta de carácter fijo; iv) La distribución marginal del proceso ARCH(q) tiene una forma desconocida

El ajuste utilizando la metodología clásica ARCH arroja los siguientes resultados:

Tabla 1. Resultados regresión modelo ARCH

ARCH family regression						
Sample: 01jan2018 - 31May2021					Number of obs. = 683	
Distribution: Gaussian					Wald chi2 (.) =	
Log Likelihood = 7806.314					Prob. > chi2 =	
		OPG				
Discount Rate	Coef.	Std. Err.	z	P > (z)	[95% Conf. Interval]	
Discount Rate						
_cons	0.017554	0.00419952	4.18	0.0031	0.009322938	0.02578506
ARCH						
arch						
L1.	0.229504	0.02751847	8.34	0.0000	0.175567808	0.28344019
L2.	0.189603	0.03653237	5.19	0.0000	0.117999555	0.26120645
L3.	0.446539	0.04896261	9.12	0.0000	0.350572285	0.54250571
_cons	0.000515	2.0485E-05	25.14	0.0000	0.000474849	0.00055515

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se expone la comparación entre el precio del MWh spot en dicho mercado y el precio estimado utilizando los r_t estimados ($\hat{r}_t$).

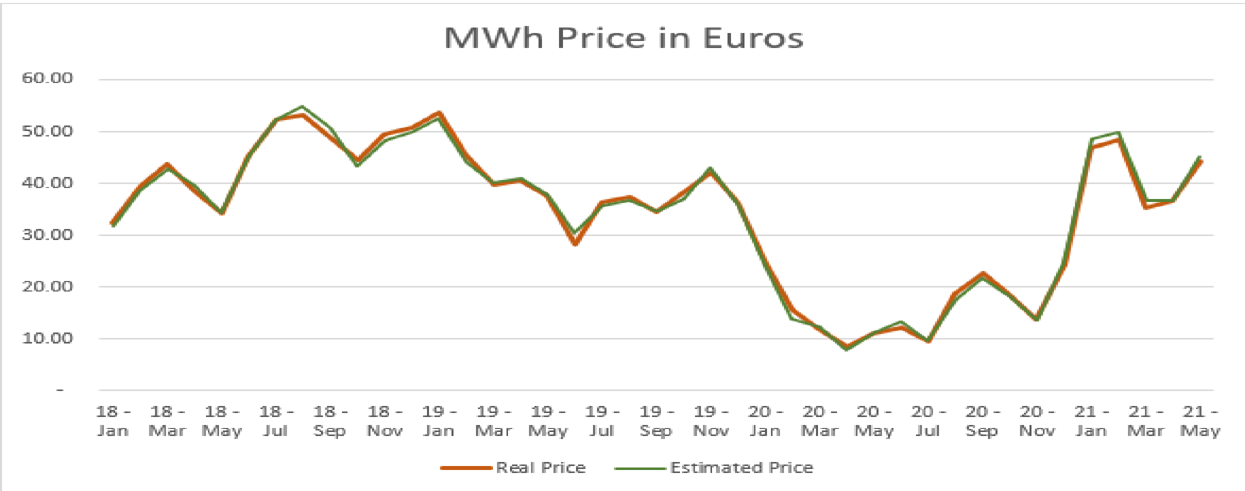


Figura 1. Precio de MWh realizado y estimado. *Fuente: Elaboración Propia.*

Utilizando dicho modelo se procede a proyectar la trayectoria de tasa implícita de descuento de manera tal de obtener la trayectoria estimada del valor del contrato forward. A continuación, se expone la misma:

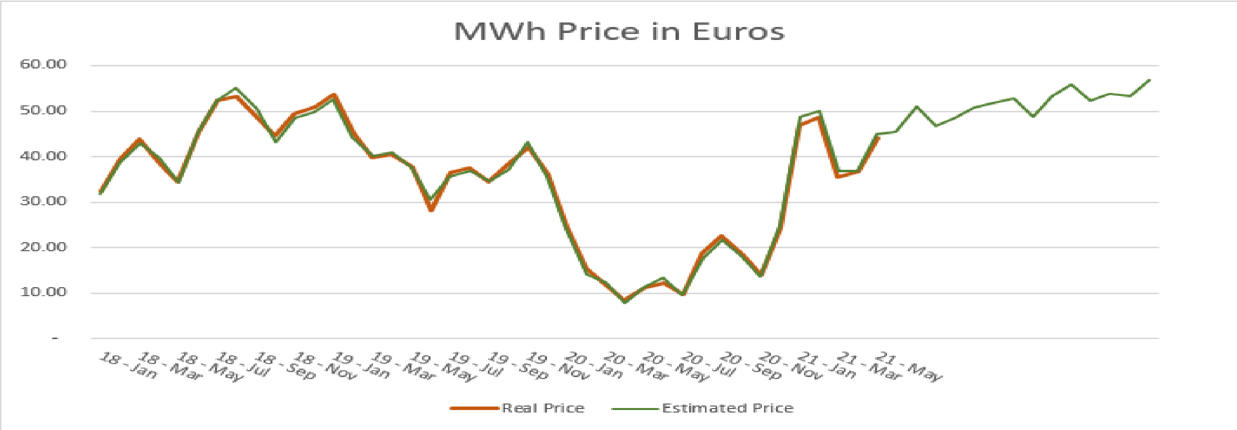


Figura 2. Precio de MWh realizado y estimado proyectado. *Fuente: Elaboración Propia.*

Conclusión

Tal lo expuesto en el gráfico de precios de contratos forward históricos y estimados proyectados se concluye que la tendencia actual del precio de su subyacente (MWh) es alcista. Esta tendencia se fundamenta principalmente en el aumento del consumo de energía eléctrica, producto de la coyuntura vivida a partir de los primeros meses de 2020 de pandemia. La misma, genera que los consumidores destinen mayor parte de su tiempo a actividades dentro de sus hogares y en relación a bienes que consumen energía eléctrica (televisión, consolas de video juegos, computadoras personales, etc.). Por otra parte, resulta muy elocuente el cambio de tendencia en el precio observado alrededor de dicha fecha. Este fenómeno, sin embargo, podría estar pronto a dar paso a una nueva etapa de lateralización del precio en el rango de 50 a 60 euros por MWh, consecuencia de la estabilización de la coyuntura actual. Quedará para más adelante, entender si esta nueva escala de precios permite y fomenta inversiones en el sector, que generen aumentos de oferta y consecuentes caídas de precios, o bien ante la imposibilidad de ajustar tarifas, la suba proyectada potencie el déficit de las economías.

Referencias

Lucia, J. y Schwartz, E. (2002) "Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange", Review of Derivative Research, Vol. 5, Nº 1

Navarro, Rocío M. (1996) " Los mercados de futuros de electricidad" Endesa distribución Eléctrica. Sevilla. España.

Koekebakker, Steen y Fridthjof, Ollmar (2001) "Forward curve dynamics in the Nordic electricity market" Agder University College. Faculty of Economics and Social Sciences.

Métodos Estadísticos Aplicables a la Auditoría de Estados Contables

Juan Manuel Ibarra - Lorena Rojas
jibarra@eco.unsa.edu.ar - lrojas@eco.unsa.edu.ar
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta - Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Claves: Auditoría – Métodos Estadísticos – Normas Contables – Normas 530 – Muestreo estadístico

Resumen

El objeto del presente trabajo es la aplicación de dos métodos estadísticos, como son el de Estimación por Intervalos de Confianza y el Test de Hipótesis, en los procesos de Auditoría de Estados Contables y dentro del marco de las Normas Internacionales de Auditoría, adoptadas por el I.N.T.O.S.A.I. Norma 1.530, basada en la N.I.A. Nº 530. Como paso previo, se recurre a definiciones, conceptos y criterios de auditoría expuestos en la mencionada normativa, como así también del informe 16 de la F.A.C.P.C.E. que aporta elementos técnicos al hoy estudiante, futuro profesional. Se pone énfasis en conceptos que pueden articularse con la disciplina estadística, como ser la necesidad de trabajar con evidencias muestrales a los efectos de llegar a extender las conclusiones a un todo. Esta apreciación es fundamental ya que en general se trabaja y concluye sobre "muestras" haciendo extensivas las conclusiones a todo el universo. Para esto se toma como base dos casos para la aplicación de las Pruebas de Cumplimiento y las Pruebas Sustantivas. En el primer caso, se analiza la aplicación de la estimación por intervalos a los efectos de identificar las características o atributos, variable discreta, que indican la efectividad de los controles existentes en la organización, las posibilidades de desviación de un funcionamiento adecuado de los mismos. En el segundo caso, a los efectos de validar las afirmaciones realizadas por el ente exteriorizadas en los saldos expuestos, variable continua, en los estados y/o informes financieros, aplicamos la prueba del Test de Hipótesis, analizando con este método la posibilidad de brindar elementos de juicio que permitan al hoy estudiante, futuro profesional, Contador confeccionar su Dictamen apoyado en criterio técnicos dados por la normativa internacional vigente.

1. Introducción

Las Normas Internacionales de Auditoría comprenden un conjunto de reglamentaciones que pueden considerarse como los requisitos de calidad que deben observarse para el desempeño del trabajo de auditoría del futuro profesional. En 2003 la Junta de Gobierno de la Federación Argentina de Consejos Profesionales de Ciencias Económicas (F.A.C.P.C.E.) reunida en la ciudad de Corrientes, resolvió adoptar las Normas Internacionales de Auditoría (N.I.A.) emitidas por el International Auditing and Assurances Standards Board (I.A.A.S.B.) de la International Federation of Accountants (I.F.A.C.), mediante la Resolución Nº 284/03 que establece la vigencia de las mencionadas normas para los ejercicios económicos iniciados a partir del 01 de julio de 2005.

2. Fundamentación

La auditoría de Estados Contables se podría definir como el proceso por el cual se evalúa la evidencia con respecto a la información contenida en los mismos, a fin de determinar y reportar el grado de desviación que existe entre lo verificado y los criterios generales definidos por las normas contables y de auditoría aplicables. La desviación a medir en el sector público tendrá como referencia el presupuesto público y el conjunto de leyes, reglamentos, ordenes de los ministerios, resoluciones del poder ejecutivo y cualquier otra norma que constituyen obligaciones adicionales de auditoría e información.

La parte final de este proceso incluye un informe en el cual el auditor, hoy estudiante, profesional independiente, expresa las conclusiones, recomendaciones y hallazgos fruto de la tarea realizada, mostrando de manera clara la forma en la que se recolectó y se analizó la evidencia, así como su concordancia con la normativa aplicada.

La utilización de herramientas estadísticas aplicadas a la auditoría de estados contables, en la búsqueda de *evidencias*, otorga no solo fundamento matemático a la tarea desarrollada sino que además, ofrece consistencia y robustez a las conclusiones a las que se arriban. Más aún, le permitirá al estudiante dimensionar y comprender mejor su rol y la importancia que desempeña cada una de las pruebas auditoría ante las afirmaciones de los sistemas administrativos y contables, como así también las de los registros y los estados contables.

3.1. Evidencias y Procedimientos de auditoría

La evidencia de auditoría es la que obtiene el auditor como resultado de las tareas realizadas que ayudan a formar su opinión. Las evidencias se relacionan con dos aspectos: con la eficacia de los controles internos del ente y respecto de los componentes de los estados contables una vez verificados las distintas transacciones e información generada por el ente.

3.2. Selección de procedimientos

Debemos considerar las afirmaciones para luego seleccionar los procedimientos de auditoría. Es aquí donde debemos ponderar los riesgos que corre el auditor.

Procedimientos de cumplimiento *Procedimientos sustantivos*

4. Norma Internacional de Auditoría 530 (NIA 530). Muestreo de Auditoría

La NIA 530 trata el uso del muestreo de auditoría estadístico y no estadístico cuando el auditor diseña y selecciona la muestra de auditoría, desarrollando pruebas de control y pruebas de detalle, y evaluando los resultados de la muestra.

´5. Modelo Teórico Estadístico

La Inferencia Estadística es aquella rama de la Estadística mediante la cual busca obtener conclusiones de una población en estudio a partir de la información que proporciona una muestra representativa de la misma. También es denominada Estadística Inductiva o Inferencia Inductiva ya que es un procedimiento para generar nuevo conocimiento científico.

5.1. Distribuciones de muestreo . Teorema Central del Límite

El proceso inferencial se lleva a cabo utilizando las estadísticas como medio para tal fin. Estas estadísticas son de por sí variables aleatorias, por ello es de esperarse que tengan asociadas distribuciones de probabilidad.

Debe quedar clara la relación que existe entre una estadística y un parámetro. La estadística se calcula con los elementos de una muestra y por consiguiente cambia de muestra a muestra, pero sigue cierta ley de probabilidad, lo que constituye la Distribución Muestral. El parámetro es una característica de la población y como tal permanece constante y generalmente es desconocido.

6. Estimación por Intervalos de Confianza

El procedimiento para obtener un intervalo para un parámetro requiere de la determinación de un estimador del parámetro y de la distribución del estimador.

La importancia del intervalo de confianza para la estimación radica del hecho de que el intervalo contiene información sobre el estimador puntual (valor central del intervalo) y sobre el posible error en la estimación a través de la dispersión y de la distribución muestral del estimador. Obsérvese que el error en la estimación está directamente relacionado con la distribución muestral del estimador y con la varianza poblacional, e inversamente relacionado con el tamaño muestral.

9. Test o Prueba de Hipótesis

Una hipótesis estadística es una proposición o afirmación acerca del valor de un parámetro de una población, la cual se desea analizar con base en la evidencia de la muestra o del experimento para tomar una decisión sobre su validez.

10. Aplicación.

Pruebas de Cumplimiento. Estimación por Intervalos de confianza

Papeles de trabajo de auditoría

Ente o empresa: FRIGORÍFICO LA VACA LOLA S.A.I.C

Objeto: Validar la razonabilidad de las afirmaciones en los EE CC

Objetivo: Validar los controles internos relevados

Procedimiento: Programa de trabajo - Tarea B 27 – Aplicación del Método por intervalo de confianza para la validación del Control interno administrativo del ente.

Controles realizados sobre la muestra. Imputación de los hallazgos

Los atributos o controles seleccionados -entre 20 operantes en el proceso de compras- fueron los siguientes:

El total de atributos seleccionados para la prueba = cinco (5)

Tamaño de Muestra (n)= 40

Total de controles realizados: 40 x 5= 200 Controles

Cumplen= 134

No Cumplen = 66

Población (N) = 1219

Muestra (n) original= 40

Muestra de controles seleccionados para evaluación(n redefinido) = 200

Variable u objeto de estudio. Variable categórica discreta

X: Muestra de los Controles internos activados que SI se CUMPLEN

Controles activados que se cumplen = X = 134

Controles activados que no se cumplen = 66

p_s= Proporción de controles que SI funcionan

p_s= 134/200= 0,67

q= proporción de las operaciones que NO cumplen los CI

q= (1- p)=0,33

Valores estadísticos

α= Desvío programado = 5%

Nivel de Confianza = 95%

$\zeta_{\alpha/2}$= Valor estadístico tabulado para nivel de confianza 95%= 1,960

Aplicación de Inferencia según Estimación por Intervalo para el caso del Frigorífico La Vaca Lola SAIC – Ej. 2018

$$L_s = p_s + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$L_s = 0{,}67 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}67x0{,}33}{200}}\sqrt{\frac{1219-200}{1219-1}}$$

L_S = 0,67 + (1,960 x √ 0,0011 x √ 0,8366)

L_S = 0,67 + (1,960 x 0,033 x 0,91466)

L_S = 0,67 + 0,06831

L_S = 0,73831

$$L_s = p_s - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$L_s = 0{,}67 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}67x0{,}33}{200}}\sqrt{\frac{1219-200}{1219-1}}$$

LI = 0,67 - (1,960 x 0,033 x 0,91466) ; LI=0,67-0,06831; LI=0,06017

Conclusión:

Con una probabilidad o nivel de confianza del 95% (1- α), la proporción de controles del CI que sí se cumplen en la muestra analizada está comprendida entre el 60,17% y el 73,83%, lo cual aporta seguridad razonable en el funcionamiento interno del Circuito de Compras.

En el caso analizado, la condición observada respecto de los atributos evaluados fue del 67%, encontrándose por tanto dentro de los parámetros que permiten validar los controles internos operantes en el ente.

Ahora bien, además de la lectura cuantitativa de los resultados (en éste caso provistos por la técnica de la inferencia estadística), en el proceso de auditoría debe hacerse la lectura cualitativa con igual esmero.

Siendo que el Modelo de inferencia por intervalo de confianza haya arrojado un resultado razonablemente satisfactorio, debe tomarse debida nota de aquellos controles que han presentado mayor nivel de desvíos para ponderarlos adecuadamente al momento de realizar la Prueba Sustantiva relacionada.

En el Anexo que integra el presente trabajo (Base de datos en Excel) obra en grado de detalle los tópicos considerados en el desarrollo de la Prueba de Cumplimiento de controles, cuyos resultados fueron detallados previamente.

10.2 Aplicación en Pruebas Sustantivas. Test de Hipótesis

Papeles de Trabajo

Empresa: Frigorífico LA VACA LOLA S.A.I.C

Objeto: Validar la razonabilidad de las afirmaciones en los EE CC

Objetivo: Validar el saldo contable de la Cuenta Compras al cierre del ejercicio 2018

Procedimiento: Programa de trabajo - Tarea E2 – Aplicación del Método de contraste o Test de Hipótesis para la validación del saldo contable de Compras al cierre del ejercicio económico 2018.

Controles realizados sobre la muestra

Total de la Muestra	$ 6.089.842,35
Promedio de la población	$ 152.061,70
Promedio de la muestra	$ 152.246,06
Desvío de la población	$ 399.426,80
Desvío de la muestra	$ 297.022,24

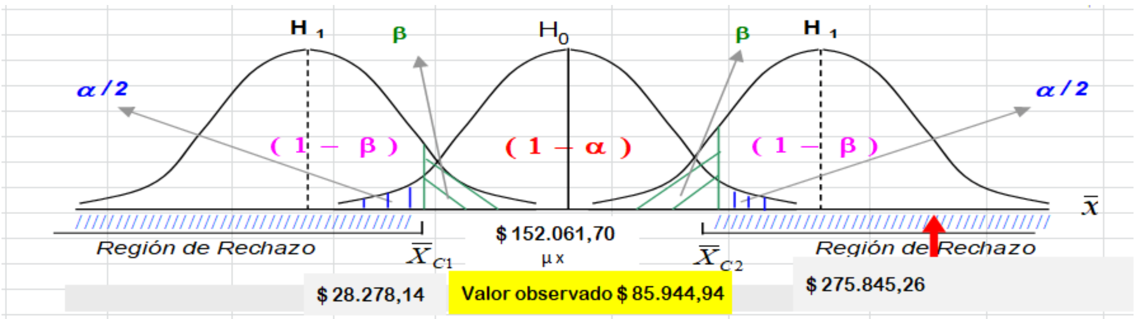
Nivel de confianza (1-α) = 0,95

α= 0,05 ; Precisión monetaria= 10%; Cantidad de transacciones = 40 (n: tamaño de muestra)

Formulación de hipótesis

Ho (Hipótesis nula) = μ_x = El promedio sobre el valor neto de población "Compras del ejercicio económico 2018" es igual a $ 152.061,70.

H1 (Hipótesis alternativa) = $\mu_{x\neq}$ El promedio sobre el valor neto de población "Compras del ejercicio económico 2018" es distinto a $ 152.061,70.



Crítico tabulado para un nivel de confianza 95% = 1,960

$$\bar{x}_{c1} = \mu_0 - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c1} = \$152.061{,}70 - 1{,}96\frac{\$399.426{,}80}{\sqrt{40}}$$

$$\boldsymbol{\bar{x}_{c1}} = \$\mathbf{28.278,14}$$

$$\bar{x}_{c2} = \mu_0 + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c2} = \$152.061{,}70 + 1{,}96\frac{\$399.426{,}80}{\sqrt{40}}$$

$$\boldsymbol{\bar{x}_{c2}} = \$\mathbf{275.845,26}$$

Regla de decisión:

$$No\ Rechazo\ H_0\ si\ \ldots\ \bar{x}_{c1} \leq \bar{x}_{Ob} \leq \bar{x}_{c2}$$

$$Valor\ observado\ de\ auditoría\colon\ \ldots\ \$28.278{,}14 \leq \$\mathbf{85.944,94} \leq \$275.845{,}26$$

Conclusión:

Conforme el resultado del contraste o Test de Hipótesis, la media observada de la muestra valorizada con el saldo auditado **($ 85.944,94)** se encuentra comprendida entre los valores inferiores y superiores determinados para la media de la muestra analizada.

Es decir, conforme el Modelo de inferencia por contraste o Test de Hipótesis, el resultado obtenido estaría comprendido en el rango de resultados razonablemente satisfactorios para validar el saldo de las Compras emergentes de la contabilidad del Frigorífico La Vaca Lola SAIC.

DATOS DE LA MUESTRA			Saldos contables	Saldo Auditado	Diferencia
Totales sobre la muestra			**$ 6.089.842,35**	**$ 3.437.797,67**	**$ 2.652.044,68**
N= 1.219		**Promedio**	**$ 152.246,06**	**$ 85.944,94**	
n= 40		**Desvio**	**$ 297.022,24**	**$ 138.775,16**	

Cuando se observan los motivos por los cuales el saldo auditado resulta un menor al contable en una proporción del 43,54%, los mismos obedecen a los siguientes motivos:

- El auditor cotejó los antecedentes de los proveedores que facturaron las compras seleccionadas en la muestra, detectando que el proveedor cuya operación es la de mayor envergadura en la muestra seleccionada está considerado en la Base de antecedentes de AFIP como no confiable, correspondiendo por tanto considerar tal operación como apócrifa, a los fines fiscales.
- La compra realizada está contenida en un lote de operaciones de compra que no cumple con el criterio de temporalidad respecto del ejercicio económico 2018, por tratarse de operaciones cuya fecha resultan anteriores al inicio del ejercicio económico referido. Esta circunstancia fue explicada por el Sector

Contable de la firma, indicando que tales operaciones fueron pagadas durante el ejercicio 2018, razón por la cual fueron computadas en el mismo. Este criterio contradice las normas contables profesionales, en virtud de las cuales el criterio de registro contable es el Devengado, y no el percibido.

- Por último, se registraron dentro de la cuenta Compras conceptos de gastos bancarios, cuestión que no responde a la naturaleza de la cuenta analizada.

De ésta forma, el auditor advirtió en la muestra 3 (tres) desvíos; cuando en su planificación inicial para la muestra solo estaba admitido que se detectase 1 (un) desvío.

Entonces, corresponde una lectura de los resultados obtenidos de la inferencia estadística por el Modelo de contraste o Test de Hipótesis, comparando proporcionalmente la diferencia entre la media de la población **($ 152.061,70)** con la evidencia obtenida del análisis de la muestra ($ evidencia obtenida ($ 85.944,94), la evidencia obtenida de la muestra **($85.944,94)**, la cual resulta proporcionalmente superior al 10%, que fue la medida de precisión monetaria planificada por el auditor previo al desarrollo de la prueba sustantiva:

$$PM\ 10\% < \frac{(\$\ 152.061{,}70 - \$\ 85.944{,}94)}{\$\ 152.061{,}70} = 43{,}48\%$$

Habida cuenta de que la diferencia proporcional resultante supera en un 33,48% a la Precisión Monetaria predefinida (10%), sumado a que en la muestra se advirtieron tres (3) desvíos en lugar de uno (1), no están dadas las condiciones de razonabilidad para validar la afirmación correspondiente a las Compras según la contabilidad del Frigorífico La Vaca Lola SAIC, ejercicio 2018.

El auditor deberá realizar controles sobre las operaciones de compras del ejercicio 2018 atendiendo a los hallazgos detectados en el análisis selectivo; es decir, filtrando compras efectuadas al proveedor no confiable identificado, observando las fechas de las operaciones para asegurar el cumplimiento del criterio de temporalidad y que las operaciones registradas en ésta cuenta correspondan a su naturaleza.

Luego propondrá los asientos de ajuste contables correspondientes, a efectos que la cuenta Compras refleje -con seguridad razonable- las operaciones del ejercicio económico 2018.

11. Conclusiones

La inferencia estadística, representada en los Métodos por intervalo de confianza para las Pruebas de Controles, y de contraste o Test de Hipótesis para las Pruebas sustantivas; tiene como valor agregado aportar base científica a la labor de auditoría. De eso no caben dudas.

El riesgo de auditoría por discrecionalidad se reduce, aproximándose al riesgo de tipo aleatorio.

Aun así, y tal como quedó expuesto en el presente trabajo, los métodos de inferencia estadística no son absolutos o definitivos.

Como herramientas requieren de la interpretación criteriosa del auditor lo cual no debe soslayarse.

El auditor debe aplicar el criterio profesional en la lectura e interpretación de los resultados que le brindan los métodos de inferencia estadística.

Para ello hay indicadores técnicos como los normados por el Informe Nº 16 de CECYT FACPCE el cual define conceptos tales como significación, precisión monetaria, importancia relativa planificada.

Según cuales sean los hallazgos de auditoría, serán errores significativos -en forma individual- y acumulación de errores menores, inclusive cualquier cifra errónea detectada, de acuerdo con el impacto que éstos generen en los Estados contables considerados en su conjunto.

Para ello debe reconsiderar si la Importancia Relativa Preliminar en combinación con la naturaleza, oportunidad y alcance de los procedimientos de auditoría aplicados, proporciona un alcance de auditoría que le satisface al auditor.

En caso que el auditor concluya que la auditoría es suficiente, usa la I. R. P (Importancia relativa planeada = Nivel de confianza = 95%) para determinar si las cifras erróneas identificadas y no corregidas, son significativas, ya sea en forma individual o considerada en forma agregada.

Es decir que el auditor debe determinar no solamente el monto de las cifras erróneas individualmente significativas, sino que además debe tener en cuenta la acumulación de cifras erróneas menores, que consideradas en conjunto, pueden afectar significativamente la información de los estados contables auditados.

Para poder arribar a una conclusión satisfactoria, en función de la I. R. P. y P. M. apoyados en criterio profesional del auditor, el Informe 16 prescribe que la significación o importancia como un concepto relativo, e involucra consideraciones cuantitativas y cualitativas.

La significatividad cuantitativa de un concepto de los estados contables influye en que, si existe un error, el mismo pueda tener un efecto significativo sobre dichos estados. Para llegar a la conclusión sobre el efectos de estos errores, individualmente o en conjunto, es significativo, el auditor generalmente debe considerar su naturaleza y el monto en relación a la naturaleza y monto de los rubros de los estados contables auditados. Al planear su labor, el auditor siempre tiene una preocupación manifiesta por aquellos errores que puedan considerarse significativos en forma cuantitativa y esta es una herramienta para allanar esa preocupación. La significación cuantitativa es tenida en cuenta en la determinación del riesgo de auditoría, pudiendo modificar el juicio de a quienes se dirigen estados contables para su aprobación.

A los efectos de la aplicación de la metodología estadística, es conveniente que el auditor cuente con conocimiento amplio de la operatoria del ente en cuestión y de sus procesos administrativos, que constituyen la fuente de información para la confección de los estados contables a auditar.

En los casos expuestos se emplean dos métodos estadísticos, que permiten realizar inferencias sobre poblaciones y, al ser métodos científicos, las conclusiones a las que se arriban son afirmaciones que sirven para validar como en estos casos, o rechazar una afirmación, permitiendo reducir costos, disminuir tiempos y adicionar valor agregado al trabajo profesional. Así también, al cuantificar la probabilidad de error que se puede cometer, es de gran consistencia respecto de las conclusiones a las que se arriban.

En general, el valor para el auditor, en estos casos, radica en lo riguroso de la forma con que se aplica el proceso estadístico y en la obtención de los elementos de la muestra que permite el arribo a las conclusiones de auditoría, por lo que se consideraría conveniente que los procedimientos de auditoría integren la temática estadística en la normativa vigente

10. Referencias Bibliográficas.

1. Norma Internacional de Auditoría 530. *Muestreo de Auditoría*.2009.
2. Slosse, Carlos Alberto *Auditoría:* 2ª edición actualizada y ampliada. - 2ª ed. Buenos Aires: La Ley, 2010.
   •
3. Enrique Fowler Newton. *Tratado de Auditoría*. 4ta Edición. Editorial La Ley. 2009.
4. Chao, Lincoln L. *Estadística para las Ciencias Administrativas*. Tercera Edición. McGraw-Hill.1993.
5. Hildebrand, D. K. y Lyman Ott, R. *Estadística Aplicada a la Administración y a la Economía*.
   •
6. Ya-Lun Chou. *Análisis Estadístico.*

El Método de Momentos Generalizado (GMM). Aplicación en un Modelo Estadístico Sencillo

Fabris, Julio Eduardo
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires
jfabris88@yahoo.com.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Método de Momentos Generalizado, Estimación de parámetros, Métodos de estimación

Resumen

El método de momentos generalizado (Generalized Method of Moments – GMM) es uno de los métodos más recientes que se han incorporado al herramental econométrico. El nombre del método ya indica su filiación en el tradicional Método de los Momentos ideado por Pearson (1894) y en los aportes de Fisher(1922) y Neyman y Pearson (1928) sobre cómo manejar el problema de la sobredeterminación de los parámetros (existencia de más condiciones de momentos que las necesarias para la unicidad de la estimación de los parámetros).
Si bien pueden citarse trabajos previos como el de Sargan (1958), en realidad la difusión del método comienza con el trabajo fundacional de Hansen (1982).
Uno de los ámbitos que más se ha beneficiado con la utilización del método GMM es el de la estimación con datos de panel. En este contexto, la estimación de modelos dinámicos (típicamente incluyendo la variable dependiente rezagada) es intratable con las metodologías utilizadas en los modelos de paneles estáticos. Los trabajos de Arellano y Bond (1991) inicialmente y luego Arellano y Bover (1995) y Blundell y Bond (1998) han permitido el desarrollo de una creciente literatura para la estimación de paneles dinámicos
En esta ponencia presentamos los fundamentos del método GMM mediante una aplicación estadística sencilla y se presentan algunas características de la inferencia estadística con el mismo. Finalmente se presenta una librería del software R (el package “gmm) que permite realizar las estimaciones GMM con facilidad y rapidez

1 Introducción

El método de momentos generalizado (Generalized Method of Moments – GMM) es uno de los métodos más recientes que se han incorporado al herramental econométrico. El nombre del método ya indica su filiación en el tradicional Método de los Momentos ideado por Pearson (1894) y en los aportes de Fisher(1922) y Neyman y Pearson (1928) sobre cómo manejar el problema de la sobredeterminación de los parámetros (existencia de más condiciones de momentos que las necesarias para la unicidad de la estimación de los parámetros).

Si bien pueden citarse trabajos previos como el de Sargan (1958), en realidad la difusión del método comienza con el trabajo fundacional de Hansen (1982).

En esta ponencia se presentan los fundamentos del método GMM mediante una aplicación estadística sencilla y se presentan algunas características de la inferencia estadística con el mismo. Finalmente se presenta una librería del software R (el package “gmm) que permite realizar las estimaciones GMM con facilidad y rapidez

2 El Método de Momentos

Como ya se dijo, la fundamentación del método GMM se basa en el conocido Método de los Momentos. (Method of Moments – MOM). Esencialmente este método consiste en considerar que los momentos poblacionales proporcionan información sobre la distribución poblacional. Es decir, si disponemos de una muestra aleatoria, la idea es que los momentos muestrales podrían ser buenos estimadores de los momentos poblacionales.

2.1 Método de Momentos – Estimación de la media muestral de una distribución

Un ejemplo sencillo es la estimación de la media poblacional mediante la media muestral. Aquí el momento muestral elegido será $\mu = E[X]$

En general, las condiciones de momentos vendrán enunciadas como $E[f(\theta, X)] = 0$, donde θ indica el parámetro (o en general el vector de parámetros) a estimar y X la muestra en la que se basa la estimación. Con esta notación , el caso anterior se enuncia como: $E[X - \mu] = 0$

Por lo tanto, la contraparte muestral de la ecuación de momentos será

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \hat{\mu}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i \qquad (1)$$

2.2 Método de Momentos – Estimación de la media y la varianza de una distribución

En el caso de desear la estimación de la media y la varianza de la distribución, bastará con plantear los análogos muestrales de los dos primeros momentos

$$\left.\begin{array}{lcl}\mu = E[X] & \Rightarrow & E[X-\mu]=0 \\ \sigma^2 = E[(X-\mu)^2] = E[X^2]-\mu^2 & \Rightarrow & E[X^2-\sigma^2-\mu^2]=0\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i-\hat{\mu})=0 \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i^2-\hat{\sigma}^2-\hat{\mu}^2)=0\end{array}\right. \quad (2)$$

En este caso tenemos 2 ecuaciones de momentos para estimar 2 parámetros, por lo tanto, el sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas está exactamente determinado.

De aquí surgen los estimadores correspondientes:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i \quad ; \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(X_i^2\right) - \hat{\mu}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(X_i-\hat{\mu}\right)^2}{N} \quad (3)$$

2.3 Método de Momentos – Estimación de los parámetros de una regresión

Otro ejemplo es el caso de la regresión

$$Y = X\ \beta + u \quad (4)$$

donde X es la matriz de los datos, β es el vector de parámetros, Y es el vector de variables dependientes y u un vector de perturbaciónes aleatorias con media nula.

Premultiplicando el modelo por la matriz X traspuesta

$$X'Y = X'X\ \beta + X'u \quad (5)$$

Para obtener un estimador insesgado del vector de parámetros β debe ser:

$$E[X'u] = E[X'Y - X'X\beta] = 0 \quad (6)$$

Los momentos muestrales equivalentes son: $E[X'Y - X'X\ \hat{\beta}\ ] = 0$ (7)

En este caso la ecuación de momentos poblacionales adopta la forma de un momento ortogonal de tipo vectorial que equivale a k ecuaciones de momento escalares.

Y por lo tanto el estimador MOM del vector $\hat{\beta}$ será:

$$\hat{\beta}_{MOM} = \left(X'X\right)^{-1} X'Y \quad (8)$$

2.4 Método de Momentos – Estimación de una regresión por Variables Instrumentales

El método de momentos también puede justificar también el método de Variables Instrumentales, que se utiliza cuando no puede garantizarse el cumplimientode la ecuación de momentos utilizada en el caso anterior. En ese caso si existen variables (instrumentos) agrupados en una matriz Z que estén correlacionadas con las variables originales y cumplan que $E[Z'u]=0$, puede plantearse el momento poblacional ortogonal:

$$E[Z'\cdot u] = E\left[ZY - Z'X\beta\ \right] = 0 \quad (9)$$

Los momentos muestrales equivalentes son:

$$Z'Y - Z'X\hat{\beta} = 0 \qquad (10)$$

Y por lo tanto:

$$\hat{\beta}_{IV} = \left(Z'X\right)^{-1} Z'Y \qquad (11)$$

3 El Método de Momentos Generalizado (GMM):

Hasta ahora se ha ejemplificado el Método de Momentos con casos en los que el número de condiciones de momentos nulos (q) resultó ser igual al número de los parámetros desconocidos (p). Si se asume la independencia funcional de las ecuaciones de momentos utilizadas, el sistema de ecuaciones resultante puede resolverse en forma única para obtener los valores estimados de los parámetros.

En el caso de que q < p la información proporcionada por las condiciones de momentos nulos es insuficiente y el modelo no estará identificado.

Puede haber otros casos en que tengamos más condiciones que parámetros a estimar, o sea q > p. En este caso es que se aplica el método GMM o Método de Momentos Generalizado.

3.1 Estimación del parámetro λ de una distribución Poisson

Para presentar un ejemplo sencillo que podría motivar la utilización del método, supongamos tener que estimar el parámetro λ de una distribución de Poisson a partir de una muestra disponible. En este caso dispongo de 2 ecuaciones para estimar λ

$$\left.\begin{array}{lll} E[X] = \lambda & \Rightarrow & E[X-\lambda] = 0 \\ E[(X-\lambda)^2] = \lambda & \Rightarrow & E[X^2 - \lambda - \lambda^2] = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \hat{\lambda}) = 0 \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i^2 - \hat{\lambda} - \hat{\lambda}^2) = 0 \end{array}\right. \qquad (12)$$

En este caso tenemos 2 ecuaciones independientes para estimar un único parámetro. Se podría estimar λ utilizando una sola de las condiciones, pero en ese caso se perdería información. En vez, si se deseara utilizar ambas, surgiría el problema de obtener 2 valores distintos $\hat{\lambda}_1$ y $\hat{\lambda}_2$ al aplicar el Método de Momentos.

Como ambos estimadores son consistentes, asintóticamente (es decir en muestra infinita) son coincidentes. El problema es que en muestra finita (que es el caso práctico), cada estimador anula una de las condiciones de momentos, pero ninguno satisface ambas condiciones.

Las fórmulas empíricas para el caso de este ejemplo son:

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \hat{\lambda}) = 0 \Rightarrow \hat{\lambda}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \qquad (13)$$

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i^2-\hat{\lambda}-\hat{\lambda}^2)=0 \quad \Rightarrow \quad \hat{\lambda}_2{}^2+\hat{\lambda}_2-\frac{\sum_{i=1}^{N}X^2}{N}=0 \tag{14}$$

$$r=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \Rightarrow \quad \hat{\lambda}_2=\frac{-1\pm\sqrt{1^2+4\cdot\frac{\sum_{i=1}^{N}X^2}{N}}}{2} \tag{15}$$

3.2 La propuesta de Hansen – El Método de Momentos Generalizado (GMM)

La propuesta de Hansen (1982) en su famoso artículo es combinar ambas estimaciones en un único valor, de forma de llevar ambas ecuaciones de momentos al valor más cercano a cero. Es importante recordar que el problema surge por el hecho de tener muestra finita, ya que ambas condiciones se cumplen (se igualan a cero) en la población.

Sea $E[f(\theta,X)]=0$ un conjunto de q momentos poblacionales para estimar un vector θ de p parámetros, cumpliéndose que q > p , y sea $f_N(\theta)$ su correspondiente contraparte muestral.

Se define la función criterio $Q_N(\theta)$ como

$$Q_N(\theta)=f_N(\theta)^T\cdot W_N\cdot f_N(\theta) \tag{16}$$

Donde W_N es una matriz (simétrica) de ponderaciones, entonces $\hat{\theta}_{GMM}$ es el valor de θ que minimiza $Q_N(\theta)$

Fijarse que $Q_N(\theta)$ es una forma cuadrática.

Si q = p GMM = MOM. Cuando q > p el estimador GMM es el que resuelve en forma más aproximada los momentos igualados a cero. $Q_N(\theta)$ es la medida de dicha aproximación.

Propiedades del estimador GMM

Hansen en su trabajo ya mencionado estudia las propiedades asintóticas del estimador GMM, encontrando que, bajo el supuesto de que las variables observables son estacionarias y ergódicas, el estimador presenta consistencia fuerte y normalidad asintótica. También estudia las propiedades de los GMM que surgen de distintas matrices de ponderación posibles y describe como obtener una matríz de ponderaciones asintóticamente óptima. En resumen:

- GMM es consistente y asintóticamente normal
- Se puede demostrar que si $F=Cov.Asim.\left(\sqrt{N}f_N(\theta)\right)$, donde *Cov.Asim.* indica la matriz de varianzas y covarianzas asintótica, la matriz de ponderaciones óptima será F^{-1}

Este último resultado es bastante intuitivo, dado que implica *grosso modo* darle mayor ponderación al momento con menor varianza.

De acuerdo a lo dicho, surge el problema de que, para estimar $\hat{\lambda}_{GMM}$ debo utilizar la matríz de ponderaciones óptima F^{-1}, pero a la vez, para estimar dicha matriz necesito de $\hat{\lambda}_{GMM}$.

Una solución es utilizar inicialmente un $\hat{\lambda}$ subóptimo y con él estimar luego $\hat{F}$. En un segundo paso se estima $\hat{\lambda}_{GMM}$ minimizando Q_N con la matriz de ponderación óptima $W_N{}^* = \hat{F}^{-1}$.

La metodología indicada se denomina "Two-step GMM" y la matriz subóptima a utilizar en el primer paso es la matriz identidad. Cuando se utiliza dicha matriz identidad, lo que se obtiene es el $\hat{\lambda}$ que minimiza la suma de los momentos poblacionales al cuadrado.

3.3 Estimación del parámetro λ de una distribución Poisson por el método "two steps GMM"

Prosiguiendo con nuestro ejemplo aplicaremos el método "two steps GMM" para estimar λ

Paso 1)

Encontrar $\hat{\theta}$ que minimiza $Q_N(\hat{\theta}) = f_N(\hat{\theta})^T \cdot I \cdot f_N(\hat{\theta})$

En nuestro caso (la matriz identidad puede no consignarse explícitamente):

$$\underset{\hat{\lambda}}{Min} \quad Q_N(\hat{\lambda}) = f_N(\hat{\lambda})^T \cdot I \cdot f_N(\hat{\lambda}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i - \hat{\lambda} \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i^2 - \hat{\lambda} - \hat{\lambda}^2 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i - \hat{\lambda} \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i^2 - \hat{\lambda} - \hat{\lambda}^2 \end{bmatrix} \qquad (17)$$

Esta optimización se realiza generalmente en forma computacional mediante rutinas iterativas, eligiendo como valor inicial para el proceso cualquiera de los $\hat{\lambda}$ antes calculados, aunque en este caso, por su sencillez, podría realizarse analíticamente.

Con dicho procedimiento se obtiene un valor de $\hat{\lambda}$ que denominaremos $\hat{\lambda}_I$ que se utiliza luego para estimar la matriz de varianzas y covarianzas de los momentos F

$$\hat{F}_N(\hat{\lambda}_I) = f_N(X_i, \hat{\lambda}_I) \cdot f_N(X_i, \hat{\lambda}_I)^T \cdot = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \left\{ \begin{bmatrix} X_i - \hat{\lambda}_I \\ X_i^2 - \hat{\lambda}_I - \hat{\lambda}_I{}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_i - \hat{\lambda}_I \\ X_i^2 - \hat{\lambda}_I - \hat{\lambda}_I{}^2 \end{bmatrix}^T \right\} \qquad (18)$$

Y con $\hat{F}$ así estimada obtengo W_N^* como: $W_N^* = \hat{F}^{-1}$

Paso 2)

Encontrar θ_{GMM} que minimiza $Q_N(\theta) = f_N(\theta)^T \cdot W_N^* \cdot f_N(\theta)$

En nuestro caso, al haber encontrado en el paso 1 $W_N^* = \hat{F}^{-1}$ se debe minimizar

$$\underset{\hat{\lambda}}{Min} \quad Q_N(\hat{\lambda}) = f_N(\hat{\lambda})^T \cdot \hat{F}_N^{-1} \cdot f_N(\hat{\lambda}) =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i - \hat{\lambda} = 0 \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i^2 - \hat{\lambda} - \hat{\lambda}^2 = 0 \end{bmatrix}^T \cdot \left(\begin{bmatrix} X_i - \hat{\lambda}_I \\ X_i^2 - \hat{\lambda}_I - \hat{\lambda}_I{}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_i - \hat{\lambda}_I \\ X_i^2 - \hat{\lambda}_I - \hat{\lambda}_I{}^2 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i - \hat{\lambda} = 0 \\ \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i^2 - \hat{\lambda} - \hat{\lambda}^2 = 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

También esta minimización se realiza en forma computacional y de esa manera se obtiene $\hat{\lambda}_{GMM}$

Si en lugar de detener el proceso en el paso 2, se prosigue con la estimación utilizando el λ que se obtuvo en dicho paso para re-estimar la matriz F , se puede repetir el procedimiento hasta que los valores estimados converjan.

3.4 Inferencia en el Método de Momentos Generalizado

3.4.1 Test de especificación del modelo

Una primera cuestión es que, si el modelo está incorrectamente especificado, al menos alguno de los momentos utilizados fallará sistemáticamente en dar un resultado nulo. Esta es la base para un test de restricciones sobreidentificadas denominado test J. Este test fue inicialmente diseñado por Sargan (1958) para su utilización en el contexto de estimación con variables instrumentales y rescatado por Hansen (1982) para su utilización con el método GMM.

Test J (Sargan y Hansen

H_0: Los momentos elegidos cumplen $E[f(\theta, X_i)] = 0$

H_1: Al menos alguno de los momentos no cumple con la restricción

El estadístico de prueba es igual a N (tamaño de la muestra) veces la función criterio obtenida en el segundo paso del método

Estadístico de prueba $J = N \cdot Q_N(\hat{\theta}) \sim \chi^2_{q-p}$ (sólo puede utilizarse si q > p)

3.4.2 Test de restricciones

Se pueden plantear tests de restricciones para probar hipótesis económicas o estadísticas con formas similares a los tests basados en Máxima Verosimilitud.

Por ejemplo, el test equivalente al test de Razón de Verosimilitud (LR) basado en el Método de Máxima Verosimilitud (ML) utiliza $N \cdot Q_N(\hat{\theta})$ en lugar de $\ln(L(\hat{\theta}))$ en el formulación del estadístico. El test de Wald se computa en forma idéntica utilizando las estimaciones GMM en lugar de las ML y el test de Multiplicadores de Lagrange (LM) se define con la misma lógica aplicada a las derivadas de la función criterio del método GMM.

4 Resolución práctica de la estimación GMM

Existen en casi todos los programas estadísticos comandos específicos que permiten realizar la estimación GMM. Por ejemplo, en el popular programa R la librería (package) "gmm" permite resolver el modelo con solo plantear los momentos pertinentes. Para el caso de la estimación de los parámetros de una distribución Poisson, como se ha ejemplificado, el comando indicado sería

gmm(f1,x,type="twoStep",optfct="optimize", lower=2.5,upper=3.5,wmatrix="ident")

donde *f1* es una función que detalla los momentos a utilizar, *x* es el vector de los datos, *twoStep* indica la realización de la rutina de dos pasos, mientras que *lower* y *upper* fijan los límites entre los que se encuentra el parámetro buscado. Finalmente, *wmatrix* indica que la matriz utilizada en el primer paso es la matriz identidad.

En el anexo a esta ponencia se consignan los códigos pertinentes para la realización "artesanal" del método, como así también los comandos a utilizar si se utiliza la librería "gmm". Se generan 20 datos simulados de una distribución Poisson con un valor de λ = 3, con un ruido gaussiano con media 0 y desvío estándar 0.25.

Los resultados que se encontraron para los estimadores MOM los siguientes valores:

$\hat{\lambda}_1 = 3.2230$ $\hat{\lambda}_2 = 3.1920$. El estimador GMM a un paso resulta $\hat{\lambda}_I = 3.1926$

Y finalmente el estimador de dos pasos $\hat{\lambda}_{GMM} = 3.1777$

Los resultados obtenidos mediante la librería "gmm" de R son muy similares, aunque el reporte es mucho más detallado, presentando varios resultados de la inferencia como los desvíos estándar del estimador, el test de Sargan y otros.

5 Conclusión y futuros desarrollos

En conclusión, puede decirse que el Método Generalizado de Momentos permite resolver el problema de aprovechar toda la información provista por los momentos ortogonales de la distribución para lograr estimadores con buenas propiedades asintóticas y que no son dependientes del conocimiento de la distribución poblacional. Por otra parte, este trabajo puede constituirse en el punto de partida para estudiar las particularidades del método en contextos más específicos y complejos, especialmente le caso de los Modelos Dinámicos de Panel, que es uno de los ámbitos donde se han logrado avances prácticos muy importantes con la utilización de la metodología.

6 Bibliografía

- ✓ Arellano, M., and Bover, O. (1995), "Another look at the instrumental variable estimation of error-components models," Journal of Econometrics, 68, 29-51.

- ✓ Arellano, M., y Bond, S. (1991) Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations," Review of Economic Studies, 58, 277-297.

- ✓ Blundell, R., and Bond, S. (1998), "Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models," Journal of Econometrics, 87, 115-143.

- ✓ Fisher, R. (1922) On the mathematical foundations of theoretical statistics. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A 222, 309–368.

- ✓ Hansen, L. (1982) Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators. Econometrica. Vol. 50. No. 4. pp. 1029–1054.

- ✓ Neyman, J. y Pearson. E. (1928) On the Use and Interpretation of Certain Test Criteria for Purposes of Statistical Inference. Part 2. Biometrika. Vol. 20. No. 3–4. pp. 263–294.

- ✓ Pearson, K. (1894) Contribution to the mathematical theory of evolution. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A 185, 71–110.

- ✓ Sargan, J.(1958) The estimation of economic relationships using instrumental variables. Econometrica 26, 393–415.

- ✓ Zsohar, P.(2012) Short introduction to the generalized method of moments. Hungarian statistical review, vol. 16, p. 150-170.

ANEXO: Códigos en R

```
#********************************************
# METODO GENERALIZADO DE MOMENTOS
#********************************************
#*# Genero una muestra de 20 observaciones de una distribución de Poisson con lambda = 3.
# Le sumo un "ruido" normal con media 0 y varianza 0.25
N=20
set.seed(123)
x=rpois(N,3) + rnorm(N,0,0.25)

# Cálculo de los lambda a partir de los momentos . Primer momento: lambda=promedio(x)
lambda1=mean(x) ;  lambda1

# Segundo momento, tengo una ecuación cuadrática. lambda^2 + lambda - sum(x^2)/N = 0
raices=polyroot(c(-sum(x^2)/N,1,1))
lambda2 = abs(raices[1])    ;   lambda2

# Calculo los momentos no centrados anteriores para utilizarlos en los cálculos
S1=mean(x)
S2=sum(x^2)/N

# Programo una función f que calcula QN (función criterio).  Los argumentos que utiliza la función serán
# lam = el parámetro lambda
# S1 = El primer momento
# S2 = El segundo momento
# W = La matriz de ponderaciones a utilizar
f=function(lam,S1,S2,W) {
  # Genero el vector de momentos muestrales que debería anularse
  S=as.matrix(c(S1-lam,S2-lam^2-lam), nrow=2)
  # Calculo QN
  QN=t(S) %*% W %*% S
  return(QN)
}

# Método two steps
# Primer paso:
# Comienzo la iteración con uno de los valores proporcionados por los momentos (elijo lambda1) y uso W=I
ld_0=lambda1
W1=diag(2)

# Con la función nlm, función de minimización no lineal disponible en R, minimizo f (o sea QN) eligiendo ld (o sea el lambda).
# Ingreso un valor incial ld_0 y los otros argumentos exigidos por f
# Sale el valor mínimo de la función objetivo  y el correspondiente valor del parámetro lambda
Min_f1=nlm(f,ld_0,S1,S2,W1)
QN1=Min_f1$minimum     ;  QN1
ld1=Min_f1$estimate    ;  ld1
# Paso 2
# a) Con la estimación del 1er paso calculo F (Matriz de varianzas y covarianzas estimada) Inicializo la matriz en cero
ld=ld1
for(i in 1:1)  {
  # Matriz de varianzas y covarianzas estimada
  # Inicializo la matriz en cero
  FF=matrix(c(0,0,0,0),nrow=2)
  # Voy sumando los respectivos resultados para cada Xi
  for(j in 1:length(x)) {
    Fi=as.matrix(c(x[j]-ld,x[j]^2-ld^2-ld),nrow=2)
    Fi=Fi %*% t(Fi)
```

```
   FF=FF+Fi
  }
  # Normalizo dividiendo por N
  FF=FF/N
  # b)  Minimizo la función f con W = inv(F)
  W2=solve(FF)
  Min_f2=nlm(f,ld,S1,S2,W2)
  QN2=Min_f2$minimum
  ld2=Min_f2$estimate
  print(ld2)
  print(QN2)
  ld=ld2
}
# Para realizar Hansen iterado cambio los límites del for()

#****************************************************
#             Resolución con la librería (Package) gmm
#****************************************************
# install.package("gmm")
library(gmm)

f1=function(lambda,x)  {
  m1=(lambda-x)
  m2=(lambda+lambda^2-x^2)
  f=cbind(m1,m2)
  return(f)
}

res=gmm(f1,x,type="twoStep",optfct="optimize", lower=2.5,upper=3.5)
summary(res)
```

Salida del comando:

```
Call:
gmm(g = f1, x = x, type = "twoStep", optfct = "optimize", lower = 2.5, upper = 3.5)
Method:  twoStep
Kernel:  Quadratic Spectral(with bw =  0.7971 )

Coefficients:
         Estimate      Std. Error      t value      Pr(>|t|)
Theta1    3.1747        0.25481         12.459       1.2501e-35

J-Test: degrees of freedom is 1
                       J-test          P-value
Test E(g)=0:       0.073588      0.786183

Initial values of the coefficients
Theta1
3.192538
```

Percepción de Resiliencia de Estudiantes de Algebra en Contexto de Pandemia

Sosa, Nora Mabel – Sureda, Silvia Cristina
Facultad de Ciencias Económicas
noramsosa@gmail.com- scsureda@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Resiliencia, Motivación de Logro, Estudiantes

Resumen

En el marco de la investigación iniciada en el año 2020, la cual busca describir percepciones de resiliencia, motivación de logro y satisfacción de estudiantes respecto a las carreras elegidas, enfocada en universitarios de los primeros años de las carreras de grado de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM) se han presentado patrones característicos que podrían estar influenciados por contexto temporal que atravesamos. En particular describiremos las características que hacen a la variable “Resiliencia” como factor influyente de la motivación de logros y a su vez relacionado con la satisfacción respecto a la carrera elegida, circunscribiendo a cohortes de alumnos de asignatura Álgebra, de primer año y primer cuatrimestre, de las 3 carreras de grado de la FCE de la UNaM. Según la definición de la RAE la resiliencia es la capacidad de adaptación de un ser vivo frente a un agente perturbador o un estado o situación adversos como, la capacidad humana de asumir con flexibilidad situaciones límites y sobreponerse a ellas, y aunque este término es muchas veces utilizado en contextos psicológicos poco se ha investigado al respecto en educación. La resiliencia implica no solo el afrontar problemas, sino también lograr aprendizajes, transformaciones y un crecimiento que trasciende la mera resistencia a las dificultades, y por ello, para comprenderla, debe ser abordada como un fenómeno multidimensional complejo relacionado con las circunstancias en las cuales se han producido.

1 Introducción

El concepto de “resiliencia” es conocido por los físicos como la capacidad de los materiales de resistir la aplicación de un esfuerzo sin deformarse o romperse. Este término tiene su aplicación en las ciencias sociales, como en la psicología, indicando la capacidad de un individuo o grupo de atravesar situaciones críticas y salir de estas fortalecido.

Resulta de interés esta última acepción en el contexto educativo, atravesado por crisis de índoles diversas para los estudiantes, particularmente en estos últimos años de pandemia global. Es por esto que en el marco del Proyecto de Investigación: **La resiliencia, la motivación de logro y la satisfacción en estudiantes universitarios de primer año de las carreras de grado de la Facultad de Ciencias Económicas (UNaM),** el cual incorpora luego varias carreras de dos unidades académicas de la UNaM, se han recogido las percepciones de los actores del sistema educativo con mayor fragilidad académica, los estudiantes de los primeros años que cursan asignaturas en modalidad totalmente virtual, en un contexto de pandemia, con los consabidos déficits de conexión y conectividad que inciden en sus desempeños, pero también en sus emociones y conductas.

Según las características de las investigaciones descritas por Hernandez Sampieri et al., 2010 este estudio se encuadra como No Experimental, ya que el investigador no manipula ninguna variable y no se trabaja con grupo control, con información predominantemente Cuantitativa y obtenida de fuente Primaria. Si bien en principio los estudios resultan descriptivos, estos proporcionan información para llevar a cabo estudios explicativos que generan un sentido de entendimiento y son altamente estructurados. Respecto a la temporalidad, dado que el instrumento es aplicado en un solo momento, es Transversal, por otra parte, siendo que todos los estudiantes de la cohorte tienen las mismas posibilidades de ser encuestados, se tiene un tipo de muestreo Probabilístico. (se estima tamaño muestra de no más de 700 alumnos (Unidad de Análisis)).

Si bien el estudio educativo integral aborda tres variables de interés, dos de estas se recaban mediante la utilización simultánea de sendos instrumentos de medición previamente validados, y la tercera es aportada por los estudiantes mediante una respuesta de valoración simple, todas las cuales se relevan a través de formularios digitales, estas luego se conjugan de distintas formas. En esta presentación en particular nos referiremos al análisis de la variable RESILIENCIA que según plantea este estudio sería explicativa de la MOTIVACIÖN DE LOGROS y a su vez ambas estarían correlacionadas con la SATISFACCIÓN.

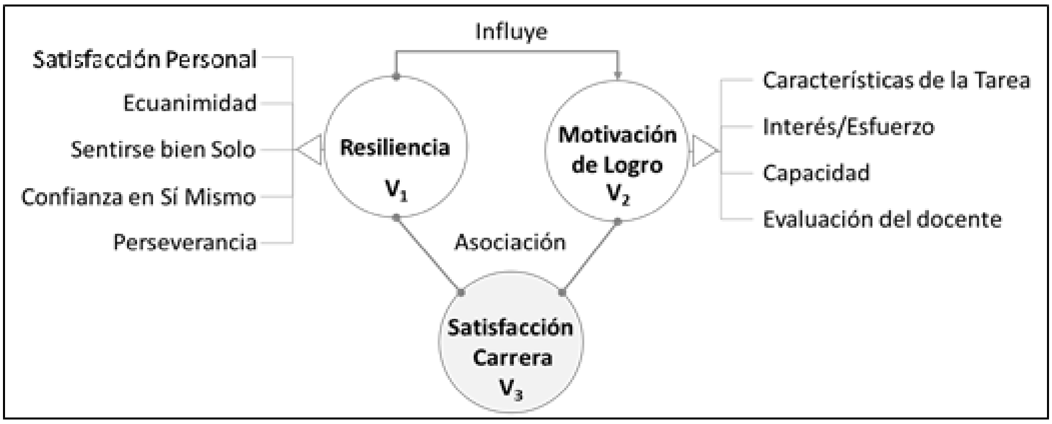


Figura 1: Mapa conceptual detalle de Variables del Estudio

El instrumento utilizado comprende dos Factores ("competencia personal" y "aceptación de uno mismo") y toma en las cinco características de resiliencia.

Según Gómez Chacaltana (2019) estas características pueden definirse de la siguiente manera:

- "Ecuanimidad: Considerada como la perspectiva balanceada de su propia vida y experiencias; connota la habilidad de considerar un amplio campo de experiencia y, no juzgar cada evento acontecido; por ende se moderan las respuestas extremas ante la adversidad.
- Perseverancia: Está referida al acto de persistencia a pesar de la adversidad o desaliento; la perseverancia connota un fuerte deseo de continuar luchando para construir la vida de uno mismo, permanecer involucrado y de practicar la autodisciplina.

- Confianza en sí mismo: Es la creencia en uno mismo y en sus propias capacidades; también es considerada como la habilidad de depender de uno mismo y reconocer sus propias fuerzas y limitaciones.
- Satisfacción personal: Está referida al comprender que la vida tiene un significado y evaluar las propias contribuciones.
- Sentirse bien solo: Referida a la comprensión de que la senda de vida de cada persona es única mientras que se comparten algunas experiencias; quedan otras que deben enfrentarse solo, el sentirse bien solo nos da un sentido de libertad y un significado de ser únicos""

2 Metodología de recogida y Procesamiento de Datos

Para la recolección de datos se utilizará una plataforma online, en este caso se escogió la de Google Forms donde se subieron los instrumentos.
Resiliencia (ER): se administra protocolo adaptado de Rodríguez, y otros, (2009), el cual se somete a prueba piloto obteniéndose una confiabilidad calculada por el método de la consistencia interna con el coeficiente alfa de Cronbach de 0.89. Además, con el método test retest la confiabilidad fue evaluada por los autores en un estudio longitudinal en mujeres embarazadas antes y después del parto, obteniéndose correlaciones de 0.67 a 0.84, las cuales son respetables. (Novella, 2002).

Para el procesamiento estadístico de los datos recabados se debió operacionalizar las respuestas, realizando sumatorias de puntajes obtenidos por categorías y realizando comparaciones sobre mínimos y máximos esperados según número de unidades de análisis.

3 Resultados Obtenidos

Se presentan a continuación los análisis descriptivos para cada variable relevada (25 reactivos) que a su vez componen las cinco categorías que integran a la Resiliencia.

3.1. Año 2020

Este instrumento consta de una considerable cantidad de ítems, en este apartado se los presentan ordenados de forma descendente para visualizar los mayores y menores puntajes, para de esta manera destacar aquellos que representarían las Fortalezas y Debilidades.

Tabla 1: Puntajes por ítem – Algebra 2020

Rara vez me pregunto cuál es La finalidad de todo.	265
No me lamento de las cosas por las que no puedo hacer nada.	278
Tomo las cosas una por una.	309
Siento que puedo manejar varias cosas al mismo tiempo.	316

Tengo autodisciplina.	319
Tengo la energía suficiente para hacer lo que debo hacer.	319
Soy decidida/o.	323
Me mantengo interesado en los cosas.	328
Soy amigo de mí mismo.	337
Cuando estoy en una situación difícil generalmente encuentro una salida.	340
Cuando planeo algo lo realizo.	350
Puedo enfrentar las dificultades porque las he experimentado anteriormente.	353
El creer en mí mismo me permite atravesar tiempos difíciles.	362
Mi vida tiene significado.	366
Usualmente veo las cosas a largo plazo.	375
Algunas veces me obligo a hacer cosas aunque no quiera.	379
Por lo general, encuentro algo de qué reírme.	383
Dependo más de mí mismo que de otras personas.	386
Me siento orgulloso de haber logrado cosas en mi vida.	386
Generalmente puedo ver una situación, de varias maneras.	395
Generalmente me las arreglo de una manera u otra.	402
Acepto que hay personas a las que yo no les agrado.	413
Es importante para mí mantenerme interesado en las cosas.	415
Puedo estar solo si tengo que hacerlo.	419
En una emergencia soy una persona en quien se puede confiar.	426

Las 3 variables que hacen a las *Debilidades* que tienen los estudiantes se pueden tipificar como personas que: no suelen enfocarse de un problema a la vez, sino varios, se lamentan cuando sienten que ya no pueden hacer nada más y constantemente se cuestionan las finalidades. Como estrategia estudiantil, abordar varios problemas al mismo tiempo puede no ser lo adecuado, porque al finalmente se termina por no solventar ninguno.

Esto puede llevar a sentirse mal o lamentar cuestiones que podrían haber sido resueltas y no se logra, y a la autoexigencia de conocer la finalidad no siempre es posible y genera malestar. Muchas materias adquieren sentido a medida que se avanza en la carrera, por eso el instrumento considera que no hay que estar tratando al mínimo detalle las finalidades de cada cosa. Con respecto a las finalidades, quizá se puede profundizar más en las utilidades que tendrán estas materias en el futuro profesional del alumno.

En este punto aparece como necesario ayudarlos con la organización de las materias. Desde el lugar docente se puede buscar que no se superpongan exámenes o trabajos valorativos; explicar que en las trayectorias estudiantiles las vallas y/o obstáculos se presentarán ocasionalmente, y la actitud ante estas debe ser superadora, que luego de la reflexión sobre la situación particular debieran dar relevancia a la visión global de su desempeño y dar de sí para realizar las acciones sobre las cuestiones en las que pueden modificar o mejorar para pasar el trance y continuar trabajando sobre sus logros futuros.

Las 3 variables que hacen a las Fortalezas que tienen los estudiantes se pueden tipificar como personas que: en una emergencia son confiables, que conservan el interés en distintos temas y que pueden estar solos sin sentirlo como una carga. Desde un punto de vista académico, que es de lo que se trata el estudio, esto sería óptimo, ya que en este ámbito son frecuentes las emergencias con entregas o exámenes con contenidos y/o plazos exigentes. El conservar el interés es una cualidad que aporta a seguir aprendiendo nuevos conceptos y poder estar solos es un valor positivo ya que no generaran estrés en esos momentos de aislamiento social.

Adicionalmente se agrupan los ítems que integran cada una de las categorías de la resiliencia, tomando las sumatorias de puntajes en cada uno de ellos.

Tabla 2: Puntajes ponderados por categoría – Algebra 2020

Perseverancia	362
Sentirse bien solo	400
Ecuanimidad	322
Satisfacción personal	360
Confianza en sí mismo	355

Tomando el promedio ponderado de los valores obtenidos en los distintos ítems que aportan a las categorías que describen la resiliencia de estos estudiantes, encontramos que el menor puntaje (que podemos clasificarlo como debilidad), se presenta en la ecuanimidad que según la Definición RAE de «ecuanimidad» según el Diccionario de la lengua española: 1. f. Igualdad y constancia de ánimo. 2. f. Imparcialidad de juicio.

Esta realidad debe ser atendida, ya que los individuos con ecuanimidad escasa se dejan llevar por las emociones y viven sus estados de ánimos muy intensamente. Muchas veces esto impide que se actúe con mesura y que el problema pueda ser tratado objetivamente. Esto apunta a la necesidad de trabajar aspectos que hacen a la salud emocional de los estudiantes, ya que este factor da muestras de que necesita ser mejorado para que los jóvenes puedan transitar su carrera universitaria con más equilibrio, calma y mesura, cualidades que se observa en la medida que aumenta el nivel de ecuanimidad.

En el ítem de la variable con mayor puntaje se destaca que los estudiantes dicen sentirse bien solos, esto habla de que manejan bien su autoestima, sin embargo, esto podría estar describiendo que no sienten presentes a personas que los apoyan. Si bien es también una característica común en jóvenes que están habituados a socializar mayormente desde las redes sociales y actividades en línea, con lo es usual que el encuentro con el otro se dé desde la soledad de sus hogares.

3.2. Año 2021

Las respuestas obtenidas en esta cohorte, luego de un año de aislamiento social obligatorio, con dos años de experiencias de dictado de asignaturas obligadamente virtuales, presentan la siguiente distribución, ordenada de igual manera que en apartado anterior.

Tabla 3: Puntajes por item – Algebra 2021

Rara vez me pregunto cuál es La finalidad de todo.	1250
No me lamento de las cosas por las que no puedo hacer nada.	1286
Tomo las cosas una por una.	1495
Siento que puedo manejar varias cosas al mismo tiempo.	1498
Me mantengo interesado en los cosas.	1559
Tengo la energía suficiente para hacer lo que debo hacer.	1562
Soy decidida/o.	1563
Tengo autodisciplina.	1613
Puedo enfrentar las dificultades porque las he experimentado anteriormente.	1627
Cuando planeo algo lo realizo.	1691
Cuando estoy en una situación difícil generalmente encuentro una salida.	1699
Mi vida tiene significado.	1709
Usualmente veo las cosas a largo plazo.	1730
Soy amigo de mí mismo.	1787
Algunas veces me obligo a hacer cosas aunque no quiera.	1813
El creer en mí mismo me permite atravesar tiempos difíciles.	1829
Dependo más de mí mismo que de otras personas.	1850
Por lo general, encuentro algo de qué reírme.	1872
Generalmente me las arreglo de una manera u otra.	1886
Generalmente puedo ver una situación, de varias maneras.	1902
Me siento orgulloso de haber logrado cosas en mi vida.	1940
Puedo estar solo si tengo que hacerlo.	1955
Es importante para mí mantenerme interesado en las cosas.	1989
En una emergencia soy una persona en quien se puede confiar.	1999
Acepto que hay personas a las que yo no les agrado.	*2019*

Las 3 variables que hacen a las *Debilidades* que tienen los estudiantes se pueden tipificar como personas que: no suelen enfocarse de un problema a la vez, sino varios, se lamentan cuando sienten que ya no pueden hacer nada más y constantemente se cuestionan las finalidades.

En el aprendizaje de las matemáticas esto representa una debilidad que requiere ser tenida presente, ya que en el proceso de aprendizaje de la misma resulta las situaciones problemáticas y contenidos se van dando en orden de dificultad creciente, y no siempre la complejidad del objetivo final es visible en el inicio del proceso, por lo que ante la necesidad de conocer la finalidad de todo requiere ir atravesando situaciones de diversos grados de complejidad. Así pues, resulta importante el manejar la recursividad como forma de hallar la solución en distintas situaciones. Un caso recursivo es una solución que involucra volver a utilizar la función original, con parámetros que se acercan más al caso base, el procedimiento se llama a sí mismo, luego el problema se resuelve, tratando el mismo problema pero de tamaño menor y así el tamaño del problema disminuye y asegura que el caso base eventualmente se alcanzará.

Analizando las tres variables que determinan las Fortalezas de los estudiantes de esta cohorte que aceptaron participar en este proyecto, dos de las tres se repiten según los valores obtenidos con estudiantes de la cohorte 2020. Se observa que la posibilidad de estar solo y sentirse cómodo en esta soledad, ítem que resultaba fuertemente presente en cohorte 2020, es reemplazado en esta cohorte por un ítem en el que se incluye al otro como relevante, ya que poder aceptar la subjetividad de visiones y la variedad de rasgos de personalidad implica una cierta madurez social, la que propicia las sanas interacciones entre pares.

Los estudiantes de Algebra de la cohorte se pueden tipificar como personas que: en una emergencia son confiables, que conservan el interés en distintos temas y aceptan que no les pueden caer bien a todo el mundo. A semejanza de la cohorte 2020 esta autopercepción de confiabilidad y la necesidad de motivación por el interés resultan indicadores preponderantes, dando cuenta de perfiles de estudiantes altamente involucrados y reflexivos.

Tabla 4: Puntajes ponderados por categoría – Algebra 2020

Perseverancia	1750
Sentirse bien solo	1902
Ecuanimidad	1566
Satisfacción personal	1722
Confianza en sí mismo	1717

Los valores obtenidos en los distintos ítems que aportan a las variables que describen la resiliencia de los estudiantes de Algebra de la cohorte 2021, encontramos que el menor puntaje se presenta en la ecuanimidad que ya se comentó, es una actitud que debe ser trabaja desde la educación emocional de los estudiantes, y el mayor puntaje se presenta en sentirse bien solos.

4. Conclusiones

Durante estos dos primeros años de investigación las condiciones de contorno no fueron las que se definirían como “normales”, se inicia en el año 2020 conjuntamente con toda la pandemia COVID-19 que provoca una modificación en las actividades universitarias, cambiando la forma de interactuar entre profesores, estudiantes, institución y generando nuevas maneras de aprendizajes que se adapten a la situación social y a los estudiantes, y con ello nuevos requerimientos y exigencias, tanto a nivel educativo como personal.

En este recorte presentado, ya que la investigación plantea otras variables, y sus interrelaciones, y además otros grupos muestrales, se ha podido vislumbrar la variedad de percepciones de los estudiantes respecto a sus actitudes ante diversas situaciones que pueden plantearles quiebres, y que ante estos las valoraciones resultan esclarecedoras de aspectos tanto positivos como negativos que han de ser tenido presentes. Tanto los destacados como "debilidades" como aquellos que se designaron como "fortalezas" nos dejan atisbar en los complejos perfiles de "resiliencia" de los estudiantes, entre los cuales se han descrito semejanzas y diferencias, siendo estos conteos y sumatorios indicadores abstractos que pretenden dar descripciones de los grupos observados, pero que en su construcción han tratado de dar relevancia a la visión individual de cada estudiante que integra dichos grupos.

Esta investigación continua, y debe ampliarse con nuevas bases de datos, en nuevas cohortes, y tal vez ampliando la selección a asignaturas de los cursos superiores de las carreras de grado seleccionadas. En un futuro es posible que se pueda incorporar algún profesional de la psicología o especialista en educación emocional, se podría crear un programa de acompañamiento que fortalezca estas áreas de la conducta de los alumnos, propendiendo a un profesional resiliente.

Ser resiliente es una cualidad positiva que hace que los individuos puedan reponerse, impulsarse y sobrellevar experiencias no placenteras o condiciones desfavorables. Estamos llevando adelante esta investigación convencidos que la resiliencia es una cualidad que se puede aprender e incorporar a todas las acciones de la vida cotidiana.

5. Referencias.

Bustamante, L., Ayllón, S. and Escanés, G. (2018). Addressing the educational paths from Complex Thought. *Praxis Educativa*, 22(3), pp.64-70.

Duran-Aponte, E., Pujol, L. Escala Atribucional de Motivación de Logro General (EAML-G): Adaptación y análisis de sus propiedades psicométricas. *Estud. pedagóg.* [online]. 2013, vol.39, n.1, pp.83-97. ISSN 0718-0705. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052013000100005.

Gómez Chacaltana, M. A. (2019). Estandarización de la Escala de Resiliencia de Wagnild & Young en universitarios de Lima metropolitana. Disponible en: *https://repositorio.urp.edu.pe/bitstream/handle/URP/1921/1Estandarizaci%C3%B3n%20de%20Escala%20de%20Resiliencia%20de%20Wagnild%20%26%20Young%20en%20universitarios%20de%20Lima%20Metropolita.pdf?sequence=1&isAllowed=y* . Consultado 15/03/2021

Lamas, R., García Verónica, A., Torres, M. and Pérez Ibarra, M. (2019). Desgranamiento temprano en materias de primer año en las carreras de la Facultad de Ingeniería de la UNJu: evaluación de la influencia de factores cognitivos. [online] Hdl.handle.net. Available at: http://hdl.handle.net/10915/62848. Consultado 02/07/2020

León, G., Alvarez, Y., García, G. and Domínguez, D. (2019). Atribuciones causales de los alumnos del SUA Psicología acerca de su rendimiento escolar. [online] Pag.org.mx. Available at: http://pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/380 [Accessed 2 Jul. 2019].

Manassero, M. and Alonso, A. (1995*). La atribución causal y la predicción del logro escolar: patrones causales, dimensionales y emocionales. Estudios de Psicología*, 16(54), pp.3-22.

Polo Friz, E. and Romero, L. (2016). Attrition and Slowing processes in Argentinean Higher Education. The case of the University Technical Degree in Cultural Management Case. *Praxis Educativa*, 20(3), pp.32-37.

Quintana Peña, A., & Sanchez Ruiz, G. (2016). Atribución de motivación de logro y rendimiento. *Revista científica digital de psicología*, Vol. 4 Nº 1, pp.84-85.

Soler Sánchez, M., Meseguer de Pedro, M. and García Izquierdo, M. (2016). Propiedades psicométricas de la versión española de la escala de resiliencia de 10 ítems de Connor-Davidson (CD-RISC 10) en una muestra multiocupacional. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 48(3), pp.159-166.

Torres Cruz, M. y Ruiz Badillo, A. (2012). Motivación al logro y el locus de control en estudiantes resilientes de bachillerato del Estado de México. Psicología Iberoamericana, [en linea] 20(2), pp.49-57. Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=133928816007. Consultado 03/05/2020

Tics[6] Aplicadas en las Clases Remotas de Inferencia Estadística

Larrá Matias – Lepera Andrea Fabiana – Llamas Juana María
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires
✉ matias.estadistica@hotmail.com ✉ andrealepera@economicas.uba.ar ✉ juana_llamas@yahoo.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Claves: Inferencia estadística – Intervalos de confianza – Test de Hipótesis – TICs – App online.

Resumen

El contexto actual nos ha exigido como docentes una mayor versatilidad y capacidad de adaptación en tiempo récord, debiendo abandonar el espacio físico del aula y las clases tradicionales para adoptar como nueva normalidad los encuentros sincrónicos y asincrónicos vía plataforma virtual. Se nos planteó, de esta forma, un abrupto cambio de paradigma respecto a la metodología de enseñanza, que nos generó la necesidad inmediata de incorporar nuevas tecnologías (TICs) a las clases.

En el caso particular de la enseñanza de la estadística inferencial (estimación puntual, por intervalos y tests de hipótesis), todo ejercicio disparador demanda mucho tiempo de exposición por parte del docente, que incluye la forma de realizar el muestreo, el procesamiento de los datos, la construcción de un intervalo de confianza o de un estadístico de prueba para un testeo de hipótesis y la interpretación de los resultados obtenidos. Sumado esto a la no presencialidad, se nos presenta el desafío de incorporar elementos accesorios a la clase que hagan de la

[6] Tecnologías de la Información y la Comunicación.

misma algo innovador, resultando a la vez significativo en el proceso de aprendizaje y atractivo al estudiante, manteniéndolo en una posición activa, interesado y atento al proceso de aprendizaje.

En este proceso de innovación, los sitios de internet con aplicaciones embebidas en ellos, brindan un número considerable de recursos a implementar en clase. Entre ellos, la página web de Matthew Bognar (https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/) ofrece una herramienta que da un fuerte valor agregado a la explicación de temas de inferencia, además de resultar sumamente atractiva para los estudiantes, en su mayoría nativos digitales.

INTRODUCCIÓN:

El vertiginoso cambio que presenta la sociedad de la información, que incluye varios aspectos como la globalización, el aumento en el volumen de la información y fundamentalmente la complejidad de las actividades ante un mundo donde cada día más prevalece la cultura de lo sensorial (Coll, 2005) llevan al cuerpo docente a replantearse continuamente la estrategia didáctica. De esta forma surge la necesidad imperiosa de apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje en las TICs, promoviendo una participación activa de los alumnos, sin dejar de considerar la diversidad de características y necesidades de éstos, a fin de facilitar el logro de las metas propuestas y no su fracaso (Salinas, 2002).

Asimismo, la crisis sanitaria producida por el Covid-19 y el aislamiento social y preventivo obligatorio (ASPO) decretado en el mes de marzo de 2020 en nuestro país (DECNU-2020-297), generaron la imperiosa necesidad de adaptar en tiempo récord el material didáctico preparado para una modalidad presencial, a la enseñanza remota. Esto ha requerido una adaptación por parte tanto de los alumnos como de los docentes, debiendo estos últimos enfrentar el desafío de incorporar tecnología (Avendaño-Castro, 2021).

En el contexto de este cambio de paradigma en lo que a la educación universitaria respecta, las TICs, se han convertido en una parte esencial de las clases, brindando al docente la oportunidad de innovar y de adaptarse, en tiempo récord, a la nueva e inesperada situación.

Desde esta perspectiva, y frente a la migración de la presencialidad a la virtualidad, un grupo de profesores de la asignatura Estadística[7], cátedra Dra. María José Bianco de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires, hemos asumido el compromiso de incorporar TICs libres y gratuitas en nuestra práctica docente.

En el presente trabajo se explicará cómo puede implementarse una de las aplicaciones disponibles en el sitio de Matthew Bognar (https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/) en las clases online correspondientes a las

[7] La asignatura Estadística corresponde al segundo año de todas las carreras dictadas en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

unidades temáticas de inferencia (estimación por intervalos de confianza y test de hipótesis paramétricos, para una y dos poblaciones).

SECCIÓN 1: INFERENCIA ESTADÍSTICA

Como docentes de la asignatura Estadística, la primera diferenciación y relación que indicamos a los estudiantes es la que hay entre la Teoría de las Probabilidades y la Estadística Inferencial. Durante las primeras semanas de cursada de la asignatura, se abordan los temas de Probabilidad. Luego se trabaja sobre la estimación puntual de los parámetros más comunes y posteriormente se presentan los conceptos de estadística inferencial (Bacchini et al., 2018).

En las unidades de inferencia, los estudiantes aprenden a hacer estimaciones por intervalos de confianza de parámetros y pruebas de hipótesis, para una o dos poblaciones.

En un principio, el abordaje del tema era el más clásico: los estudiantes tenían una clase teórica tradicional que incluía algún problema disparador, surgido a partir de alguna aplicación económica que mostraba la necesidad de hacer inferencia estadística; y posteriormente se realizaba ejercitación adicional en la clase práctica para ayudar a fijar los conceptos.

Este tipo de problemas suelen demandar mucho tiempo de explicación y resultan bastante tediosos al alumno, sobre todo cuando en el momento en que se presenta por primera vez el tema, ya que requieren la toma de la muestra, el cálculo de los estimadores y el armado del intervalo o el testeo de hipótesis. En una segunda instancia, se suele mostrar numéricamente el impacto que tiene el tamaño de muestra, los efectos de modificar el nivel de confianza o el de desconocer el desvío estándar de la variable normal en estudio. Esto implica recalcular todo, con el consecuente riesgo de perder el interés del alumno.

Surge así la necesidad de repensar la práctica docente incorporando TICs que faciliten, entre otras cosas: la automatización de cálculos, la exploración de datos, la visualización de conceptos abstractos y la simulación como herramienta didáctica (Chance et al., 2007). Es en este punto donde toma relevancia el sitio de “Matt Bognar” (https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/) poniendo a disposición del usuario, en forma libre y gratuita, una app online embebida dentro del sitio web, que permite entre otras cosas, realizar estimaciones por intervalos y hacer pruebas de hipótesis de forma ágil y entretenida, que facilitan lo expuesto en el párrafo anterior.

Matthew Bognar, Ph. D., es profesor asociado del Departamento de Estadística y Ciencia Actuarial de la Universidad de Iowa (Estados Unidos) y es uno de los principales desarrolladores de la conocida aplicación para dispositivos móviles “*Probability Distributions*”.

En su sitio web, además de contar con todas las herramientas incluidas en dicha aplicación móvil, cuenta también con apartados específicos (sólo disponibles en la página web) de inferencia estadística y de algunos métodos no paramétricos.

SECCIÓN 2: HERRAMIENTAS DISPONIBLES EN EL SITIO DE MATTHEW BOGNAR.

Al ingresar al sitio web https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/ el menú de bienvenida nos ofrece cinco secciones:

- Distribuciones discretas.
- Distribuciones continuas.
- Inferencia estadística.
- Métodos no paramétricos.
- Otras cosas.

Dentro de la tercera de estas secciones, inferencia estadística, se ofrecen las opciones de:

- Inferencia para la media de una variable aleatoria.
- Inferencia para la diferencia de medias de variables aleatorias independientes.
- Inferencia para el parámetro p de la distribución de Bernoulli.
- Inferencia para la diferencia entre los parámetros p_1 y p_2 de variables aleatorias de Bernoulli independientes.
- Inferencia para la varianza (actualmente: versión beta).

Por ejemplo si se elige la primera opción disponible 'inferencia para la media de una variable aleatoria', en la pantalla aparece lo siguiente:

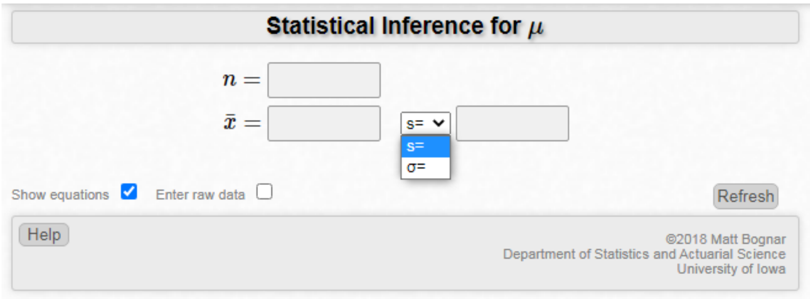


FIGURA 1: Entrada de datos procesados.

Se puede realizar la inferencia ingresado el tamaño de la muestra, la media muestral y el valor del desvío (ya sea poblacional o muestral), o también optar por ingresar directamente las observaciones muestrales o datos crudos (con sus valores separados por comas y utilizando punto decimal) en un cuadro de entrada de datos, el cual se habilita al tildar “*Enter raw data*”.

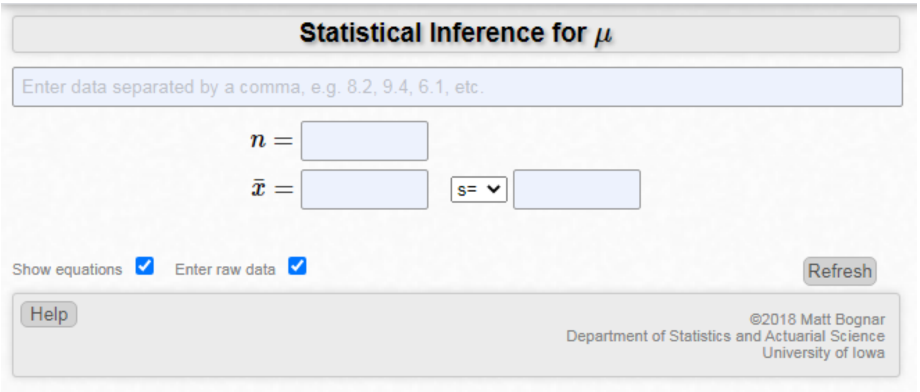


FIGURA 2: Entrada de datos crudos.

Una vez ingresados los datos, se nos devuelve la siguiente salida:

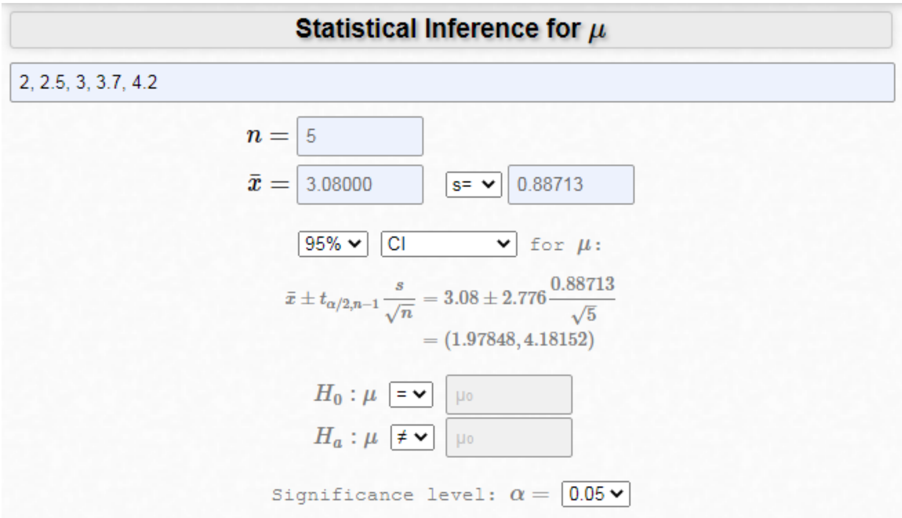


FIGURA 3: Salida intervalo de confianza.

En el primer desplegable se puede elegir entre distintos niveles de confianza preestablecidos (80%, 90%, 95% y 99%) y en el segundo se puede optar por realizar estimación por intervalos, la estimación del valor máximo o la estimación del valor mínimo. Algo interesante que también se trabaja en clase es que, combinando las últimas dos opciones, se pueden construir intervalos de confianza al 98%, pese a que no es uno de los niveles disponibles.

Más abajo se presenta el menú para hacer test de hipótesis.

Se elige en el desplegable de H_a la hipótesis que queremos probar y, automáticamente, se completa el desplegable de H_0. Por default también se completa el nivel de significación de la prueba, como complemento del nivel de confianza.

Una vez completado el valor hipotético del parámetro, la salida es la mostrada a continuación, en la **FIGURA 4**:

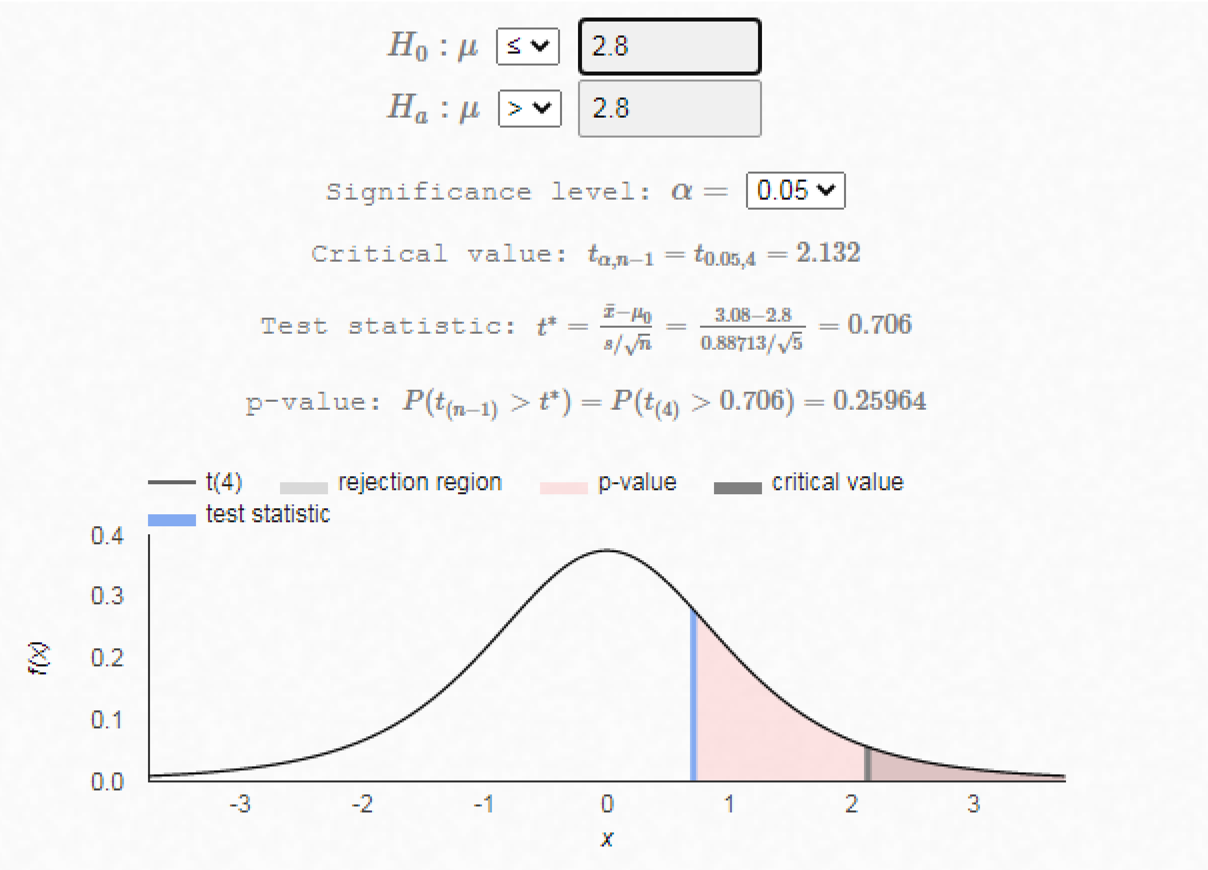


FIGURA 4: Salida test de hipótesis.

Como puede verse, se muestran el/los valor/es crítico/s del estadístico y el valor observado del estadístico de prueba asociado a la muestra con la que se está llevando a cabo la prueba. A partir de estos datos se podría concluir el test y decidir entre retener o rechazar la hipótesis nula, pero resulta interesante también observar la salida del p-valor de la prueba.

Como puede verse, cada concepto incluido en la salida está referenciado con su respectivo color, patrón que también se usa en Probability Distributions, enfatizando los conceptos desde lo visual (Coll, 2005).

Una observación al respecto de esta opción de test, es que también se puede usar para hacer pruebas de muestras pareadas.

De entre todas las opciones disponibles en el sitio, esta es la que más funcionalidades presenta. Pero también se incluyen otras opciones de estimación por intervalos y test de hipótesis, como se presentan a continuación:

- La opción de inferencia para la diferencia de medias de variables aleatorias independientes, bajo el supuesto de normalidad de ambas variables, permite elegir entre test de Gauss, test de Student y test de Welch. Pero en este caso, no permite el ingreso de datos crudos.
- La opción de inferencia para el parámetro p de la distribución de Bernoulli, admite ingresar el tamaño de la muestra y la proporción muestral, o bien, el tamaño de la muestra y la cantidad de observaciones que resultaron favorables. Pero no permite el ingreso de datos crudos.
- La opción de inferencia para la diferencia entre el parámetro p_1 y el parámetro p_2 de dos distribuciones de Bernoulli independientes, solamente admite ingresar el tamaño de cada muestra y su respectiva proporción muestral. No permite el ingreso de datos crudos, ni la cantidad de casos favorables en cada muestra.
- Por último, la opción de inferencia para la varianza (actualmente en versión beta), sólo permite ingresar el tamaño de la muestra y el valor observado de la varianza muestral ya calculado.

En todos los casos, en la salida se reportan el intervalo de confianza, el valor crítico del estadístico, el valor observado y el p-valor de la prueba, con sus respectivas fórmulas de cálculo, siempre que se haya tildado “show equations” (mostrar ecuaciones), como se indica en la **FIGURA 5**.

FIGURA 5: Pie de la salida.

Como también puede observarse en la **FIGURA 5**, cada opción cuenta con un apartado de ayuda “Help” en el que se incluye una breve descripción de que datos deben ingresarse, que método se usan para hacer los cálculos y demás.

SECCIÓN 3: VENTAJAS DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL RECURSO. CONCLUSIONES FINALES.

Podemos ver que son numerosas las ventajas que se obtienen usando esta aplicación.

Ante todo, es libre y gratuita; se puede acceder a ella desde cualquier navegador y sólo requiere de una conexión a internet. De esta forma su empleo es accesible a cualquier docente y/o alumno que cuente con acceso a internet, sin importar la diversidad de características de éstos (Salinas, 2002).

Como se ha analizado, facilita y agiliza la realización de ejercicios de estimación por intervalos y de test de hipótesis, ya que es de rápida ejecución y la salida final es muy clara y prolija. Permite de esta forma, la repetición de múltiples ejercicios, con la posibilidad de cambiar parámetros o hipótesis, relacionar los test bilaterales con intervalos de confianza, comparar las conclusiones obtenidas en prueba de hipótesis a partir de la pertenencia o no a la “zona de Rechazo” del valor observado con las derivadas del p-valor (Chance et al., 2007).

Además de trabajar con los ejercicios tradicionales, nos da la posibilidad de usarla de manera iterativa para obtener tamaños de muestra óptimos o niveles de confianza con los que se logra una precisión dada. De este modo, se puede profundizar en lo conceptual y en la interpretación, evitando cálculos tediosos y ahorrando tiempo.

Por último queremos destacar que, como toda innovación tecnológica, hemos observado que la app resulta atractiva para nuestros estudiantes y los incentiva y motiva mucho más que el ejercicio tradicional hecho a mano con lápiz y papel.

BIBLIOGRAFÍA:

- Aislamiento Social Preventivo y Obligatorio. Decreto 297/2020. DECNU2020-297-APN-PTE. Disposiciones. Recuperado de: http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/verNorma.do?id=335741
- Avendaño-Castro, W. R., Hernández-Suárez, C., & Prada-Núñez, R. (2021). El docente universitario ante la emergencia educativa. Adaptación a las TIC en los procesos de enseñanza. *Educación y Humanismo*, *23*(41).
- Bacchini, Darío; Vázquez, Lara Viviana; Bianco, María José; Casparri, María Teresa. (2018). Introducción a la Probabilidad y a la Estadística. Recuperado de http://bibliotecadigital.econ.uba.ar/download/libros/Bacchini_Introduccion-a-la-probabilidad-y-a-la-estadistica-2018.pdf
- Coll, C. (2005). Lectura y alfabetismo en la sociedad de la información. *uocpapers, 2005 Set, núm. 1*.
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The role of technology in improving student learning of statistics. *Technology Innovations in Statistics Education*, *1*(1).
- Salinas, J. (2002). ¿Qué aportan las tecnologías de la información y la comunicación a las universidades convencionales? Algunas consideraciones y reflexiones. *Revista Educación y Pedagogía*, (33), 89-105.

Enseñanza Remota de Emergencia Implementada para Cursos Masivos de Álgebra y Análisis Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires

Gache, Andrea - García, Roberto - Krimker, Gustavo - Rebecchi, Andrea - Rossomando, Gustavo - Santamaría, Juan Pablo - Vietri, Silvia - Zorzoli, Gustavo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
andreagache@gmail.com - g_rossomando@yahoo.com.ar - robertogarcia@economicas.uba.ar - jpsantamaria@hotmail.com - guskrimker@gmail.com - silvia.vietri@gmail.com - andrearebecchi@hotmail.com - gustavozorzoli@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Estrategias de enseñanza virtual, Moodle, Aula Virtual, Evaluación a distancia, Virtualización de cursos.

Resumen

Desde las cátedras de Álgebra y Análisis Matemático I, por las restricciones impuestas por la pandemia que nos azota, fortalecimos las sinergias y aprovechamos al máximo los recursos disponibles, para transformar el aula presencial en un aula virtual.
Es nuestro objetivo en este trabajo compartir lo realizado para enfrentar la realidad educativa que nos tocó vivir.
Si bien las cátedras contaban con material teórico propio, para fortalecer su lectura grabamos videos explicativos sobre todos los contenidos del programa.
Dispusimos foros donde cada alumno pudo plantear sus dudas, con la posibilidad de que todos los alumnos de la cátedra, no solo los de su comisión como en los cursos presenciales, vieran la respuesta del docente, fomentando el debate general.
Con el objetivo de acompañar a nuestros estudiantes en su proceso de aprendizaje, se implementaron encuentros sincrónicos semanales por video conferencias.
La evaluación ocupó un tema central al que dedicamos tiempo y esfuerzo para generar alrededor de ochocientas preguntas por materia, distribuidas en veinte categorías.
Las estadísticas nos permiten afirmar que mantuvimos el nivel académico y fortalecimos el acompañamiento de los alumnos, ofreciéndoles más material, más herramientas y más respuestas.
Cabe destacar que los alumnos de nuestras cátedras cursan su primer año en la universidad por lo cual el acompañamiento docente resulta de suma importancia.
Consideramos que la virtualidad es mucho más que subir un PDF al campus y creemos haber realizado un trabajo responsable, con la intención de optimizar el proceso de enseñanza -aprendizaje fortaleciendo la labor docente en equipo.

1 Introducción

El 20 de marzo empezó la cuarentena en nuestro país y estábamos a unos días de empezar las clases, hoy ya acostumbrados a aclarar, presenciales. Pero hasta el 20 de marzo, las clases eran clases y nadie iba a dudar que había un pizarrón, un pupitre, tizas, biromes y la mirada del docente alerta a la atención de sus alumnos y sus movimientos.

Pero todo tuvo que cambiar y cambiamos, como dijo Heráclito, "Lo único que no cambia es el cambio". Algunos ya estábamos acostumbrados a usar el aula virtual como un complemento a la presencialidad, pero esto era algo totalmente distinto. Al decir de los pedagogos que nos han educado, esto necesitó un cambio de paradigma, un cambio en la visión global. Y eso hicimos.

Tuvimos que abordarlo desde varios aspectos, sin olvidarnos que cuando esto empezó, era por unos días, o por unos meses, siempre terminando nuestras frases diciendo: “hasta que volvamos a la presencialidad”

Lo primero que debimos realizar fue adaptarnos a los desafíos y a las nuevas fechas y exigencias.

Apoyados y alentados por el departamento de Matemática, nos reunimos los coordinadores de Álgebra y Análisis Matemático I, 8 coordinadores que nuclean 6 cátedras de Álgebra y 7 de Análisis en 11 Sedes.

2 Virtualización del aula

El término aula virtual se le adjudica a Roxanne Hiltz quien la define como “el empleo de comunicaciones mediadas por computadores para crear un ambiente electrónico semejante a las formas de comunicación que normalmente se producen en el aula convencional”. (Cabañas, 2003)

Acordamos con Astudillo (2017) que así como "las aulas”en la educación presencial las condiciones edilicias y el contacto "cara a cara" con los alumnos en espacios especialmente diseñados, constituyen sus piezas básicas, en la modalidad de educación a distancia, "el aula virtual" se constituye en el nuevo entorno del aprendizaje al convertirse en un poderoso dispositivo de comunicación y de distribución de saberes que, además, ofrece un "espacio" para atender, orientar y evaluar a los estudiantes.

Sabemos en virtud de la bibliografía especializada sobre el tema que su utilización improvisada produce pérdida de interés en los estudiantes y una herramienta sin importancia en los docentes. El contexto educativo actual nos condujo al uso de medios tecnológicos para lograr obtener como resultado no solo la participación de los estudiantes, sino un efectivo proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que es importante reconocer que las plataformas virtuales en el proceso de enseñanza se convierten en un agente activo de las actividades, en la evaluación y en la coevaluación.

Uno de los objetivos de esta presentación es compartir lo realizado para afrontar el cursado virtual de las asignaturas, para ello realizaremos un recorrido por una de las aulas ancladas en el Campus que el Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires (CBC) creó para tal fin.

Si bien cada cátedra tuvo la libertad de organizar el aula según el criterio del Coordinador/Titular en cuanto a la organización del contenido, por pestañas o por temas, el material teórico, las prácticas, los videos, la organización de los foros, el banco de preguntas, las evaluaciones formativas y el examen final, en definitiva, la estructura básica de todas las aulas fue consensuada por todo el equipo de Coordinación.

Cada aula en la mayoría de los casos está organizada por Pestañas, en ambas materias las pestañas corresponden a: Novedades, Acompañamiento Académico, Información Importante, una pestaña por cada unidad del Programa, Evaluaciones Formativas y Exámenes Finales

2.1 Descripción de la pestaña Acompañamiento Académico

El Acompañamiento Virtual Académico que se desarrolló durante mayo del año 2020, previo al inicio del primer cuatrimestre sirvió por un lado para dar tiempo a la preparación de las aulas virtuales por parte de los equipos docentes, pero fundamentalmente para darle a los alumnos eso que en la presencialidad nunca pudimos, una nivelación, contenidos que consideramos necesarios para que puedan enfrentar el desafío de cursar Álgebra o Análisis Matemático apenas salidos del secundario. En esta primera etapa que se desarrolló durante el mes de mayo, la sincronicidad no estuvo presente.

¿Cómo hacerlo? ¿Compartir un pdf exclusivamente? ¡No era esa la intención de este equipo!

- Primero, les brindamos el material teórico para que puedan leer y aprender los temas.
- Segundo, un video desarrollando ese material teórico, con el que puedan afirmar lo que fueron leyendo.
- Tercero, un autodiagnóstico para que puedan ver si realmente pueden aprobar una evaluación sobre esos temas que ya deberían haber aprendido en la escuela secundaria
- Cuarto, el material práctico con las respuestas para poder ejercitar sobre lo aprendido
- Quinto, los resuelto del material práctico, para que vean el paso a paso y descubran los errores cometidos
- Sexto, un foro, para que nos consulten las dudas que hayan quedado luego de los primeros cinco pasos.

2.2 Descripción de la pestaña Información importante y novedades

Aquí los alumnos encuentran toda la información sensible a la cursada, tal como el programa de la asignatura, orientaciones iniciales para el cursado, cronograma de actividades, un organizador de tareas, orientaciones sobre las evaluaciones formativas y sobre los exámenes finales, política sobre el uso de los foros.

Foro de Novedades para información destacada.

Cabe destacar que a partir del Segundo cuatrimestre además de la atención a los foros los docentes desarrollaron una clase sincrónica por curso por semana.

2.3 Descripción de las pestañas sobre contenidos académicos correspondientes a las unidades de cada materia

En cada Pestaña de Contenido los alumnos encuentran:

Material teórico, la Práctica, la Práctica Resuelta (restringida hasta tanto se haya cerrado la Unidad), videos de desarrollo teórico y videos de contenido práctico, foros habilitados para consultas de cada tema desarrollado.

Si bien contábamos con material teórico y práctico, la falta de presencialidad nos llevó durante el mes de mayo y algo de junio, a organizar entre todas las cátedras, y los docentes de cada una de ellas, la realización de videos con contenido teórico de los temas que consideramos importantes que los alumnos cuenten para verlos las veces que lo consideren necesario y de esa forma le dejamos a la tecnología la parte más repetitiva del trabajo para poder dedicarle más tiempo a la cercanía y el acompañamiento de los alumnos.

Alrededor de unos 100 videos de aproximadamente media hora de duración.

Las dos materias se encuentran dictadas en su totalidad en el canal de YouTube, los videos no son públicos, sólo se accede a través del aula virtual y aun así tenemos 250 mil visitas, desde abril del 2020 hasta julio del 2021.

Este tipo de trabajo sólo fue posible gracias a la coordinación entre todas las cátedras optimizando eficientemente nuestros recursos humanos, aunque preferimos seguir llamándolos, cariñosamente, nuestros profes. Es imposible que un docente de una comisión logre todo este trabajo en forma individual, pero sí es posible si lo hacemos mancomunadamente todos los docentes de todas las cátedras.

2.4 Descripción de la pestaña evaluaciones formativas

Al no poder evaluar con exámenes presenciales y bajo la Normativa del CBC, se reemplazaron los parciales por dos Evaluaciones de Carácter Formativo obligatorias de opción múltiple virtuales con 10 ejercicios cada una. Durante el primer y segundo cuatrimestres del año 2020 los alumnos obtenían Nivel Satisfactorio si respondían el 50% o más de las preguntas en forma correcta.

Este criterio fue modificado para el año lectivo 2021, exigiendo que al menos el 60% de las preguntas se respondan correctamente para alcanzar Nivel Satisfactorio.

En el primer cuatrimestre del año 2020 se fijaron tres días para la resolución de la Evaluación con tres intentos de 3 horas cada uno, desde el Segundo cuatrimestre en adelante se redujo a dos días con dos intentos de 1,5 horas con un plus de 30 min por problemas técnicos.

Las Evaluaciones Formativas se organizaron con navegación libre, es decir el alumno puede volver sobre las preguntas ya respondidas, no respetando el orden de los ítems.

Para la confección de cada una de las evaluaciones se organizó entre las cátedras un banco de preguntas en el Primer cuatrimestre con 10 categorías por evaluación formado por 20 preguntas en Análisis Matemático y 10 preguntas en Álgebra, y posteriormente se amplió a 30 preguntas en Análisis Matemático y 20 en Álgebra para el Segundo cuatrimestre.

Ya en el ciclo educativo 2021 los bancos están conformados por 50 preguntas en Análisis Matemático y 30 en Álgebra.

Es importante destacar que quienes tenemos a cargo las cátedras y los docentes que las conforman sabemos de la importancia de la retroalimentación en las instancias de evaluación, retroalimentar el proceso de enseñanza -aprendizaje es fundamental para que los estudiantes alcancen los aprendizajes esperados profundizando el significado del aprendizaje autónomo, por ese motivo cada una de las cinco opciones de respuesta de cada pregunta de las evaluaciones formativas tiene su retroalimentación correspondiente, las mismas consideran por un lado el error que se contempló en la formulación del ítem para obtener esa respuesta y por otro la sugerencia de lectura del material teórico y/o videos específicos donde revisar el tema.

El cuestionario se realizó en un aula y luego se exportó a cada una de las aulas de las distintas cátedras a fin de mantener el mismo nivel en todas las Sedes.

2.5 Descripción de la pestaña examen final

Al no poder realizar el examen final en forma presencial y nuevamente bajo la Normativa del CBC, se confeccionó un examen final obligatorio de opción múltiple, pero con 20 ejercicios 10 por cada una de las Evaluaciones Formativas, considerando aprobado si responde 12 o más de las preguntas en forma correcta. La calificación final del examen es numérica. En ambos cuatrimestres se fijó un único horario por cátedra, a intervalos de 15 minutos para no colapsar el sistema, con un único intento en 2,5 horas siendo la navegación del cuestionario secuencial, el alumno no puede volver sobre las preguntas ya resueltas y lo debe hacer exclusivamente en el orden que estás se presentan.

El banco de preguntas en el Primer cuatrimestre está formado por 20 categorías con 40 preguntas en cada una en Análisis Matemático y 20 en Álgebra, en el segundo cuatrimestre se amplió a 50 preguntas en análisis Matemático y 30 en Álgebra.

Del mismo modo que en las Evaluaciones Formativas el cuestionario se armó en un aula y luego de la revisión se exportó a cada una de las aulas de las diferentes cátedras.

Tanto el banco de preguntas de las Evaluaciones Formativas como del Examen Final fue cargado en su gran mayoría por los Coordinadores de Sede con colaboración de los docentes designados de cada cátedra y posteriormente revisado por los Coordinadores.

3 Información descriptiva

Una vez cerrados los cuatrimestres del año 2020 consideramos oportuno evaluar datos en crudo, comparar rendimientos en cada uno de ellos, analizar si los cambios realizados tuvieron un correlato en los resultados obtenidos. A la hora de la redacción de este trabajo no disponemos de los datos del Primer cuatrimestre del año 2021 para poder establecer si los cambios realizados entre otras cosas en el porcentaje de aprobación de las Evaluaciones Formativas se ven reflejado.

3.1 Total de cursos y total de docentes de las cátedras en cada cuatrimestre.

Como puede observarse la cantidad de cursos en ambos cuatrimestres y el número de docentes en ambas materias es importante.

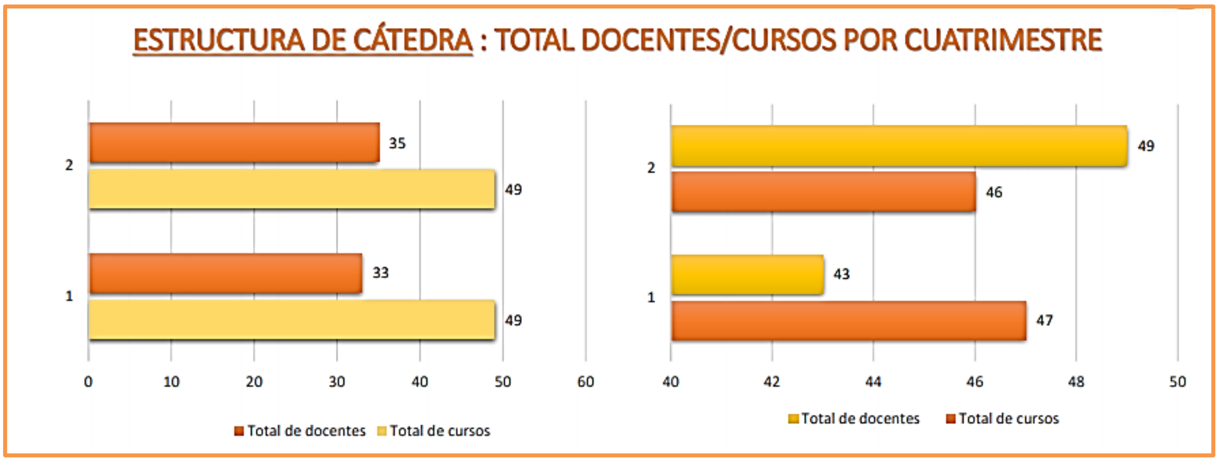


Gráfico 1. Total, de cursos y total de docentes de las cátedras en cada cuatrimestre.

Fuente: Elaboración propia

3.2 Total de cursos y total de docentes de las cátedras en cada cuatrimestre por sede

En Álgebra las Sedes Martínez y Ramos Mejía concentran la mayor cantidad de cursos y docentes.

En Análisis Matemático I la Sede Ramos Mejías agrupa la mayoría de los cursos y docentes.

La diferencia de cursos entre cuatrimestres se debe a que en algunas sedes (Lobos, Partido de la Costa, Escobar) las materias se dictan una sola vez al año en primer o segundo cuatrimestre.

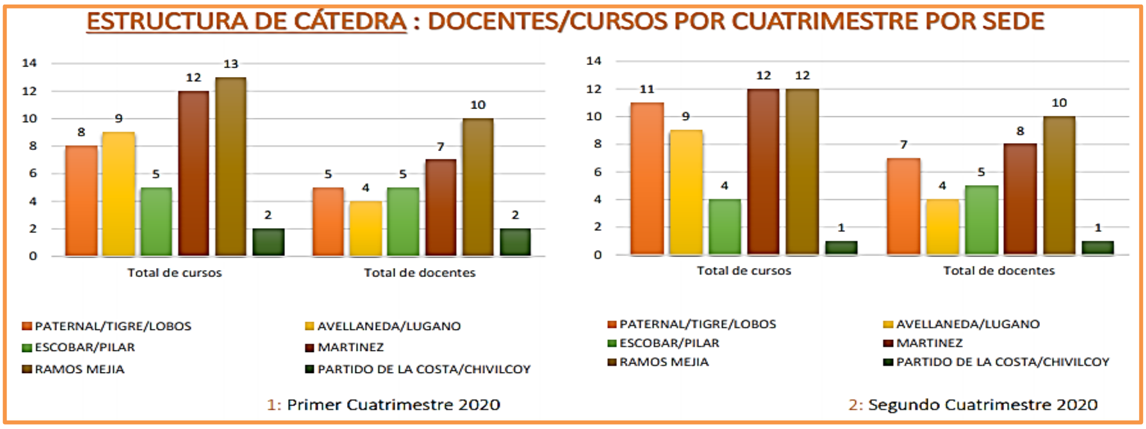


Gráfico 2. Total, de cursos y total de docentes de las cátedras de Álgebra en cada cuatrimestre por sede

Fuente: Elaboración propia

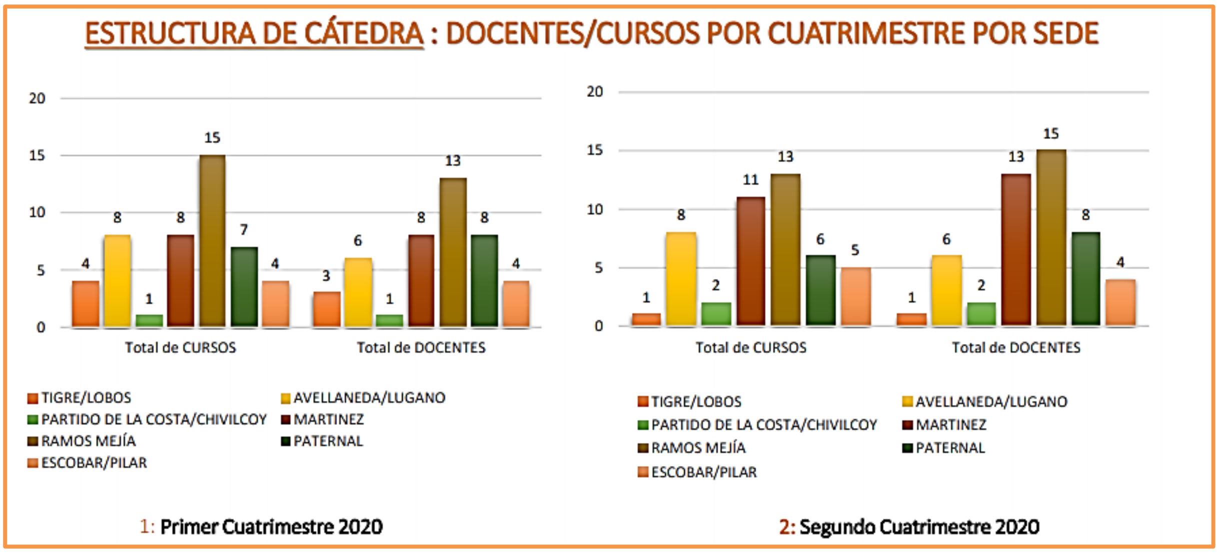


Gráfico 3. Total, de cursos y total de docentes de las cátedras de Análisis Matemático I en cada cuatrimestre por sede

Fuente: Elaboración propia

3.3 Total de alumnos inscriptos en cada cuatrimestre.

Puede observarse que de igual modo que ocurría en la presencialidad hay una reducción importante en la matrícula durante el segundo cuatrimestre, sin embargo, durante el 2020 es importante destacar que se ha manejado en forma virtual atendiendo a las consultas, a las dudas y los mensajes. un caudal de 6811 alumnos en Álgebra y 6391 en Análisis Matemático I

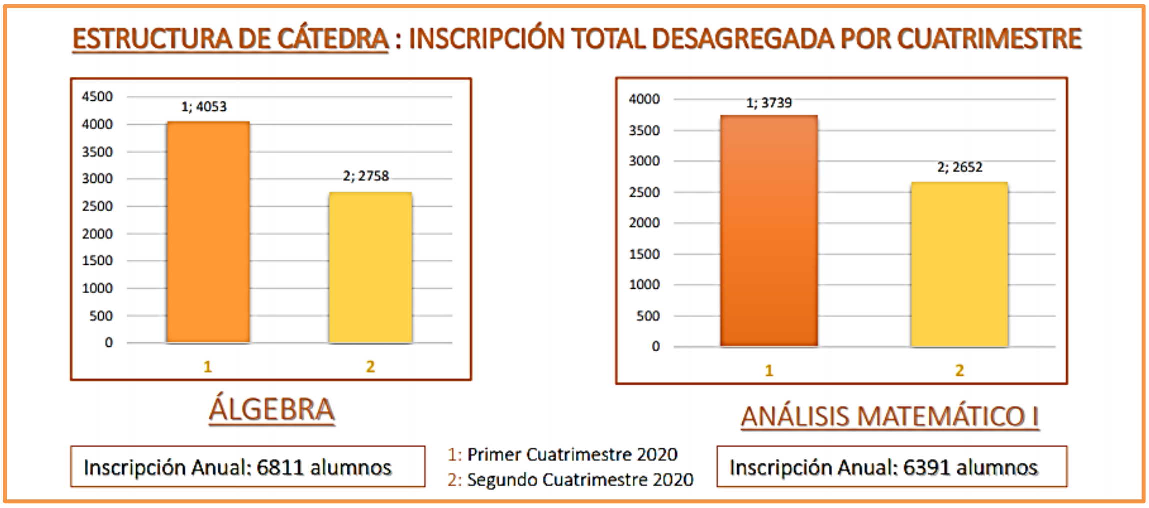


Gráfico 4. Total, de alumnos inscriptos en cada cuatrimestre. Fuente: Elaboración propia

3.4 Cantidad total de alumnos regularizados por cuatrimestre

Para este trabajo nos hemos focalizado sobre los alumnos que cumplieron satisfactoriamente las Evaluaciones Formativas, ya sea porque alcanzaron Nivel Satisfactorio al momento de rendirlas o en la instancia de recuperación. Es importante destacar que durante el 2020 los alumnos por disposición del CBC pudieron recuperar ambas evaluaciones, situación que se modificó para el actual período lectivo.

En Álgebra un 64% de los alumnos regularizaron la materia en el primer cuatrimestre y un 55% en el segundo

En Análisis Matemático I un 48% de los alumnos regularizaron la materia en el primer cuatrimestre y un 51% en el segundo

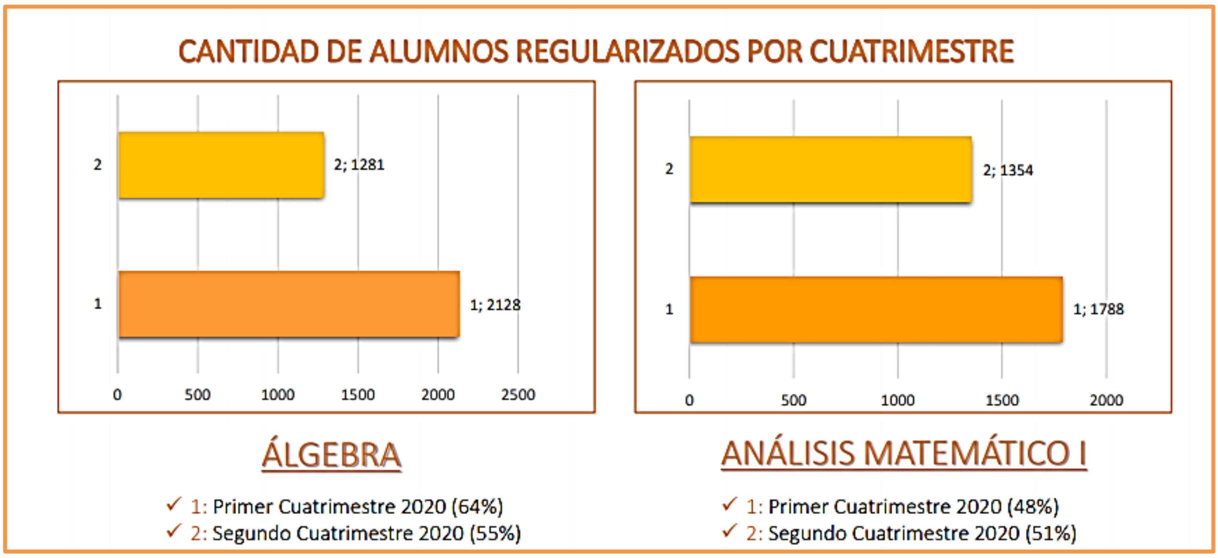


Gráfico 5. Total, de alumnos regularizados en cada cuatrimestre.

Fuente: Elaboración propia

3.5 Sobre el examen final

El examen final, obligatorio para aprobar la materia, se llevó a cabo en septiembre para el Primer Cuatrimestre y en febrero para el Segundo cuatrimestre.

Los resultados sobre el rendimiento de los exámenes finales correspondiente a cada cuatrimestre (sin considerar los remanentes) arrojaron un porcentaje mayor a los que se obtienen en la presencialidad en lo que a aprobación respecta

Lo más llamativo es el incremento en Análisis Matemático I del número de Ausentes en la fecha correspondiente al segundo cuatrimestre, atribuible al cambio de condiciones para la validación del examen a través de una entrevista sincrónica.

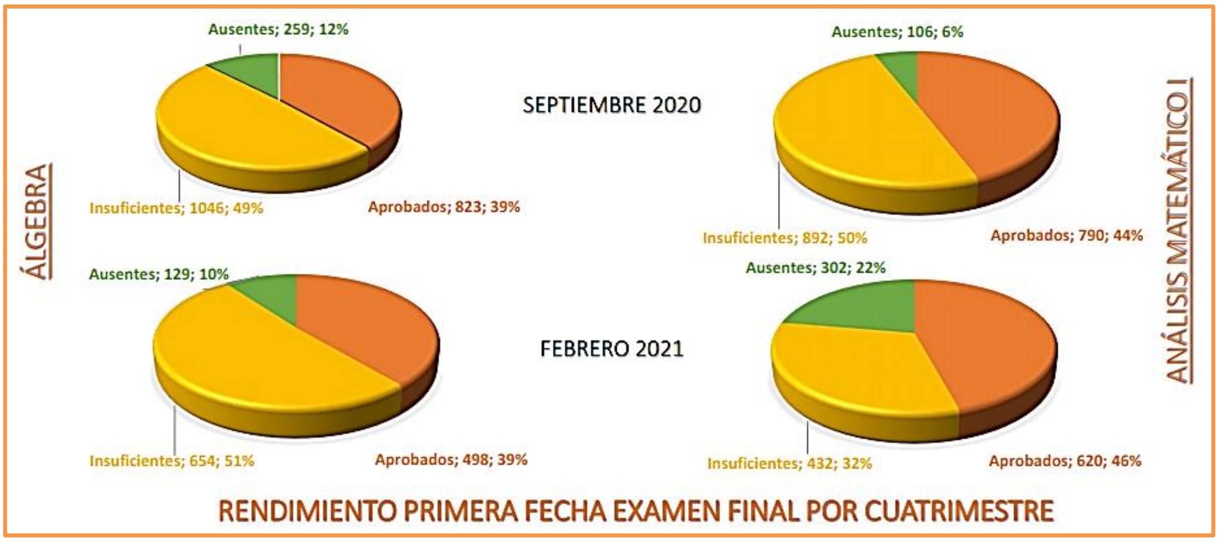


Gráfico 6. Rendimiento primera fecha de examen final por cuatrimestre.

Fuente: Elaboración propia

4. Conclusión

A partir del puntapié inicial allá por abril del 2020, y gracias a la vocación de todos, a la constante comunicación de los equipos de coordinación, a las plataformas de comunicación y a todas las herramientas tecnológicas disponibles planeamos políticas conjuntas que posibilitaron que el trabajo en equipo resultara más efectivo. No es lo mismo una comisión generando su propio contenido, que todos los docentes de todas las cátedras trabajando en forma colaborativa.

Nada de esto hubiera sido posible sin la buena voluntad y predisposición de cada uno de los integrantes del cuerpo docente en su totalidad.

Las estadísticas nos permiten afirmar que mantuvimos el nivel académico y fortalecimos el acompañamiento a los alumnos. Ofreciéndoles, más material, más herramientas y más respuestas.

Estamos convencidos que con lo realizado estamos creando un entorno educativo abierto e incluyente para ayudar a generar la producción colaborativa del conocimiento.

Optimizamos en demasía el tiempo a partir de un aula con distintos recursos y contenido, transformamos la labor docente.

Lo que nos permite ahora sí concluir que la virtualidad, es mucho más que subir un PDF.

La educación virtual eleva la calidad de la enseñanza y del aprendizaje por su flexibilidad o disponibilidad en cualquier momento, tiempo y espacio, y se convierte en una fortaleza para el desarrollo de nuevos modelos educativos, sobre todo por la interacción estratégica de los principales elementos que conforman un proceso educativo moderno: el estudiante, el docente, la tecnología. Sin embargo, es importante destacar que no sólo los estudiantes sino también los docentes, deben estar dispuestos a cambiar los modelos tradicionales y encontrar roles más participativos, para que esta situación que se dio en la emergencia se traduzca en un cambio a nivel educativo que perdure.

A modo de cierre consideramos que es importante analizar los aspectos positivos y negativos que ha dejado la virtualidad en tiempo de pandemia, apreciar el esfuerzo y la inversión de los estudiantes, que debieron autorregularse y disciplinarse para lograr sus objetivos, la sobrecarga que tuvieron los docentes para cumplir con la planificación.

Debemos bregar por la complementariedad entre lo presencial y lo virtual, la hibridación de las aulas, la mirada de mixtura, la posibilidad de llegar a los estudiantes desde otro lugar, y de ampliar y garantizar el acceso a la educación, para muchos de nuestros alumnos estás materias son su contacto inicial con el ámbito universitario y la experiencia nos marca la importancia de la presencialidad, del contacto no solo con los docentes sino con sus propios pares, ya que todo influye en su formación profesional.

5 Referencias

- Astudillo, L. C., Jiménez, O. S., Maggi, M. A. B., & Andrade, L. D. I. C. (2017). *Estrategia metodológica del uso de aulas virtuales en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la escuela de psicología educativa de la Universidad Nacional de Chimborazo*. Boletín Redipe, 6(2).
- Cabañas, J., Ojeda. Y. (2003). *Aulas virtuales como herramienta de apoyo en la educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marc*os. (Ingeniería de Sistemas, no publicada). Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Biblioteca Central.

Jornadas Nacionales de Docentes de Matemáticas de Facultades de Ciencias Económicas y Afines. Análisis e Interpretación de Estados Contables, Competencias Matemáticas Empleadas. Análisis Documental.

Aisama, María José – Gutierrez, Patricia Gisela Carolina - Soruco, Olga Silvina
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Jujuy
mjaisama@gmail.com, profepatogutierrez@gmail.com, soruco_97@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras claves: Competencias matemáticas, Análisis Estados Contables, Escrito Integrador.

Resumen

La Matemática juega un papel significativo en las Ciencias Económicas al constituirse una herramienta fundamental para el análisis, cuantificación y modelización de fenómenos económicos. Los estudiantes de estas ciencias, durante su formación profesional, incorporan conceptos matemáticos a los cuales deben darles significado para emplearlos como herramienta en la toma de decisiones económicas y empresariales y, sobre todo, utilizarlos para pronosticar resultados.
A continuación, se presenta el análisis documental de un trabajo integrador elaborado por un grupo de estudiantes de una asignatura del área de formación Contable: Análisis e Interpretación de Estados Contables, del tercer año de la carrera de Licenciatura en Administración. El escrito sujeto a análisis, constituye un requisito que debe ser elaborado previamente a la instancia del examen final y pertenece al turno de marzo de 2020.
Siguiendo un método de tipo descriptivo y basado en el modelo de competencias matemáticas propuesto por Niss (2003), el trabajo da cuenta del recorrido realizado sobre el escrito integrador y de registros originados a partir de la recolección de evidencia de la aplicación de esas competencias.
El análisis realizado fue puesto a consideración del docente a cargo de la cátedra y en una entrevista, se indagó cuáles serían las competencias matemáticas que él considera deberían poseer los estudiantes y que no se ponen de manifiesto usualmente, en base al estudio presentado.
Este tipo de trabajo es muy enriquecedor al permitir, desde una mirada interdisciplinaria, conocer aquellas competencias matemáticas que requieren y desarrollan los estudiantes para el abordaje de temas no matemáticos.

1. Introducción

La Matemática juega un papel significativo en las Ciencias Económicas al constituirse una herramienta fundamental para el análisis, cuantificación y modelización de fenómenos económicos. Los estudiantes de estas ciencias deben incorporar conceptos matemáticos para tener la capacidad de interpretar hechos económicos en estos términos, estableciendo modelos y regularidades entre variables que le permitan tomar de decisiones económicas y empresariales y sobre todo, realizar predicciones.

A continuación, se presenta el análisis documental de un trabajo integrador elaborado por un grupo de estudiantes de la asignatura Análisis e Interpretación de Estados Contables, materia del área Contable que se dicta en tercer año de la carrera de Licenciatura en Administración. El escrito sujeto a análisis, constituye un requisito que debe ser elaborado previamente a una instancia de examen final de la materia y en esta oportunidad, corresponde al turno de Marzo de 2020.

A partir del análisis documental de tipo descriptivo y utilizando el modelo de competencias matemáticas propuesto por Niss (2003), el trabajo da cuenta del recorrido realizado sobre el escrito integrador, recolectando evidencia de la aplicación de este tipo de competencias y realizando los correspondientes registros. También se realizó una entrevista con el docente responsable de la cátedra, donde se le mostró el análisis realizado y se indagó sobre cuáles serían las competencias matemáticas que él considera deberían poseer los estudiantes y que no se ponen de manifiesto usualmente.

Este tipo de trabajo es muy enriquecedor ya que permite, desde una mirada interdisciplinaria, conocer las competencias matemáticas que son necesarias que posean los estudiantes para el abordaje de temas de distintas áreas del saber.

1.2. Objetivo

Determinar las competencias matemáticas aplicadas en el trabajo integrador del espacio curricular Análisis e Interpretación de Estados Contables de "Mastellone Hermanos S.A."

1.3. Fundamentación

Los saberes matemáticos que se imparten en el ámbito universitario deben desarrollarse con el objetivo de generar y potenciar competencias matemáticas en el alumnado, dado que las mismas, se constituirán en una herramienta valiosa de la cual se valdrá el profesional a lo largo de su vida laboral.

En la cátedra de Análisis e Interpretación de Estados Contables se realiza un trabajo integrador por parte de los alumnos para acreditar la materia, y consiste en el estudio de: los balances publicados de una empresa que cotiza en la Bolsa de Comercio de Buenos Aires, su estructura patrimonial y la tendencia de sus componentes, y la interpretación de los indicadores calculados en base a esa información.

Es en esta instancia donde los estudiantes de 3er año de la Licenciatura en Administración deben demostrar las competencias matemáticas adquiridas en el recorrido académico para poder interpretar distintos indicadores que permitan diagnosticar la "salud" de una empresa.

2. Marco Teórico

En los años noventa, el proceso de enseñanza – aprendizaje, empieza a abordarse desde un paradigma constructivista, en contraposición a las teorías conductistas desarrolladas hasta ese momento, que concebían al alumno como un sujeto pasivo, receptor de conocimientos. El constructivismo se focaliza en un aprendizaje significativo, lo que demanda un alumno activo, generador de su propio saber.

El desarrollo de teorías en torno a la triada didáctica es permanente y atiende a diferentes objetos de estudio. Surgieron corrientes que, luego de focalizarse en el aprendizaje significativo, centraron su análisis en un currículum flexible, otras abordaron todo lo referente al aprendizaje colaborativo. También fue foco de atención por parte de las teorías del conocimiento, la resolución de problemas, considerado como un recurso relevante para lograr el aprendizaje.

Autores como Diaz Barriga (2006) y Portilla (2017) coinciden en señalar que, desde el inicio de este siglo, el enfoque por competencias es preponderante, al momento de planificar una política educativa que persiga una enseñanza de calidad.

La noción de competencia surge al hablar de formación laboral, a fines de los años 40, y en la actualidad se emplea en los diferentes niveles de educación.

Perrenoud P. (2001) señala en torno al significado de competencia, que:

> Actualmente, se define en efecto una competencia como la aptitud para enfrentar eficazmente una familia de situaciones análogas, movilizando a conciencia y de manera a la vez rápida, pertinente y creativa, múltiples recursos cognitivos: saberes, capacidades, micro competencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y de razonamiento (p. 27).

Al hablar de competencias matemáticas se considera relevante citar en primer lugar la definición de OCDE/PISA (2003):

> (…) define la competencia matemática como (…) una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de estos individuos como ciudadanos constructivos, responsables y reflexivos (…) (p. 37).

Niss (2003, p. 218), define a la competencia matemática como: “habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra-matemáticos”.

Al hablar de competencias y en particular de competencias matemáticas se confluye en señalar que las mismas están asociadas a la facultad que presenta una persona para direccionar sus conocimientos frente a una situación que se le presenta y lo moviliza. A través de las competencias, un individuo puede responder de forma autónoma a necesidades socioculturales, científicas e individuales.

Son ocho las competencias matemáticas propuestas por Niss y adoptadas por PISA, en el ámbito de la educación matemática:

- Pensar matemáticamente (P.M.): implica formular preguntas que hacen a cuestiones o derivan en características de las matemáticas, sabiendo las clases de respuestas a esos interrogantes (y no necesariamente, conocer cómo obtener la o las respuestas). Comprende también atender a las limitaciones que pueda tener un concepto dado; generalizar resultados; distinguir diferentes tipos de enunciados como ser: teoremas, sentencias condicionadas, cuantificadores, suposiciones, definiciones, conjeturas, casos, etc.
- Plantear y solucionar problemas matemáticos (P. y S.P.E.): se refiere a identificar, proponer, especificar diferentes tipos de problemas matemáticos, abiertos y cerrados, que pueden presentar a su vez, una solución abierta o cerrada y, plantear un problema de diferentes modos. Esta competencia también implica resolver problemas de diversas maneras.
- Modelar matemáticamente (M.M.): alude al análisis, construcción y evaluación de modelos generados por uno mismo y también existentes, considerando sus alcances y limitaciones y, la aplicación e interpretación de modelos existentes en función de una situación planteada. Esta competencia se refiere también a la capacidad de pasar del mundo real a la modelización, hablar de la realidad a través de una construcción matemática controlada durante todo su proceso de elaboración, además de la posibilidad de proponer actividades que impliquen la modelización como herramienta de solución.
- Razonar matemáticamente (R.M.): tiene que ver con conocer que es una demostración matemática y su diferencia con el razonamiento heurístico, por ejemplo. Esta competencia tiene que ver con la rigurosidad de los argumentos emitidos o recibidos; saber construir y expresar argumentos matemáticos de diferentes tipos; y poder seguir y evaluar cadenas entre ellos.
- Representar entidades matemáticas (R.E.M.): hace referencia a la capacidad de interpretar y usar distintos tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas; optar entre las diversas formas de representación de un mismo objeto en función de la situación planteada; conocer las restricciones en la utilización de diferentes clases de representaciones y las relaciones entre ellas.
- Manipular símbolos matemáticos y formalismos (M.S.M. y F.): tiene implicancia con la decodificación e interpretación del lenguaje matemático, simbólico y formal, además de la comprensión de su relación con el lenguaje natural; alude también al conocimiento de las reglas de los sistemas matemáticos formales (desde ambos puntos de vista, sintáctico y semántico), y a la capacidad de pasar del lenguaje natural al lenguaje simbólico y viceversa, manipulando expresiones que contengan símbolos y fórmulas.
- Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas (C.D.C. y S.M.): esta competencia tiene ver con comprender mensajes de distinto tipo: escritos, visuales u orales, que posean contenido matemático y por supuesto, también saber expresarlos con diferente nivel de precisión teórica y técnica, de forma oral, visual o escrita.

- Hacer uso de los soportes y de las herramientas (H.U.S y H.): implica conocer y manejar diversos recursos, herramientas y soportes informáticos para la actividad matemática, tener en cuenta sus limitaciones y utilizarlos conscientemente.

2.1. Análisis documental

El trabajo integrador, objeto de estudio de este trabajo, corresponde a un grupo de estudiantes de la cátedra Análisis e Interpretación de Estados Contables, materia del área Contable que se dicta en tercer año de la carrera de Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. Debe ser elaborado con antelación a una instancia de examen final de la asignatura y en esta oportunidad, pertenece al turno de marzo de 2020.

Los estados contables que se analizaron e interpretaron corresponden a la empresa Mastellone Hermanos S.A. (La Serenísima), cuyo ejercicio económico cerró el 31 de diciembre de 2018.

El trabajo cuenta con 109 páginas donde, a través de varios capítulos, se desarrollan los siguientes temas:

- Análisis FODA
- Historia de Mastellone Hnos SA
- Contexto Mundial
- Contexto Nacional
- Sector Lácteo Internacional
- Sector Lácteo Nacional
- Análisis de Estructura y Tendencias
- Interpretación de Índices

Se concluye con un informe final.

El análisis de la información numérica de los dos capítulos (Análisis de Estructura y Tendencias e Interpretación de Índices) resulta relevante y propicia para el estudio de competencia matemáticas, objeto del presente trabajo.

A continuación, en la Tabla 1, se plasma la superficie textual de estos capítulos del trabajo integrador, basada en la determinación de los indicadores del análisis financiero de corto y largo plazo; y en paralelo se enuncian las competencias matemáticas inherentes al cálculo e interpretación de las mismas, de acuerdo al modelo de competencias propuesto por Niss (2003).

Tabla 1. Indicadores del análisis financiero de corto y largo plazo

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Indicadores</td><td>Fórmula</td><td>Competencias Matemáticas</td></tr>
<tr><td rowspan="5">ANALISIS FINANCIERO A LARGO PLAZO</td><td colspan="2">Solvencia</td><td>$\frac{\text{Activo}}{\text{Pasivo}}$</td><td rowspan="14">Pensar matemáticamente

Plantear y solucionar problemas matemáticos.

Modelar matemáticamente

Razonar matemáticamente

Representar entidades matemáticas.

Manipular símbolos matemáticos y formalismos.

Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas.

Hacer uso de los soportes y de las herramientas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Endeudamiento</td><td>$\frac{\text{Pasivo}}{\text{Activo}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Inmovilización</td><td>$\frac{\text{Activo no Corriente}}{\text{Activo}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Financiación De La Inmovilización</td><td>$\frac{\text{Patrimonio Neto} + \text{Pasivo No Corriente}}{\text{Activo No Corriente}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Autofinanciación De Largo Plazo</td><td>$\frac{\text{Resultado ordinario} - \text{Dividendos}}{\text{Patrimonio Neto}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="9">ANALISIS FINANCIERO A CORTO PLAZO</td><td rowspan="3">Posición</td><td>Capital Corriente
o
Capital De Trabajo</td><td>$\text{Activo Corriente} - \text{Pasivo Corriente}$</td></tr>
<tr><td>Liquidez Corriente</td><td>$\frac{\text{Activo Corriente}}{\text{Pasivo Corriente}}$</td></tr>
<tr><td>Liquidez Seca</td><td>$\frac{\text{Act. Inm. Disp.}}{\text{Pas. Inm. Exig.}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Análisis de Circulación</td><td>Plazo De Realización De Activo Corriente</td><td>$\frac{\sum \text{Saldo x Plazo de cada Rub. Act. Cte.}}{\text{Saldo Total Act. Cte.}}$</td></tr>
<tr><td>Plazo De Exigibilidad Del Pasivo Corriente</td><td>$\frac{\sum \text{Saldo x Plazo de cada Rub. Pvo. Cte.}}{\text{Saldo Total Pvo. Cte.}}$</td></tr>
<tr><td>Liquidez Teórica Necesaria</td><td>$\frac{\text{Saldo Rub. Act x Plazo Rub. Act.}}{\text{total suma Saldo x Plazo}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Suficiencia De Liquidez</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Análisis de Cambio</td><td colspan="2">Autofinanciación Operativa</td></tr>
<tr><td colspan="2">Autofinanciación Financiera</td></tr>
</table>

En los dos últimos capítulos del trabajo integrador, para su interpretación y resolución, requiere que el estudiante desarrolle las siguientes competencias matemáticas.

- Plantear y solucionar problemas matemáticos: los estudiantes que se presentan a rendir la materia deben realizar un análisis financiero de largo y corto plazo, identificar, proponer y especificar los diferentes índices que permiten realizar el análisis. Previamente deben determinar los componentes que participan en el cálculo de cada uno de los índices, lo que demanda también el conocimiento de cuestiones contables. Este planteo contable y matemático deriva en soluciones tanto cerradas como abiertas que deben interpretarse a la luz de los componentes contables intervinientes.

- Pensar matemáticamente: se formulan interrogantes contables que involucran cuestiones matemáticas (cálculos, conceptos), para dar respuestas a los mismos.

- Modelar matemáticamente: demanda el análisis, la construcción y evaluación de modelos generados por uno mismo a partir de un escenario económico, patrimonial y financiero, considerando la naturaleza contable de sus componentes, sus saldos al cierre del ejercicio e interpretación de modelos existentes en función de una situación planteada. Esta competencia implica la capacidad de transferir una situación patrimonial económica y financiera de una empresa a una fecha determinada a la modelización, presentar la realidad modelizada en una construcción matemática examinada desde lo contable.

- Representar entidades matemáticas: los estudiantes tienen la capacidad de expresar, interpretar y emplear los montos de los distintos cálculos contables de diferentes formas, en función de la situación planteada, incluso realizan representaciones graficas que generan un mayor impacto y reflejan los resultados obtenidos.

- Razonar matemáticamente: tiene que ver con el cálculo y la interpretación no aislada de cada uno de los indicadores, relacionar y comparar los resultados obtenidos y emitir un juicio al respecto, que valide la concordancia entre ellos.

- Manipular símbolos matemáticos y formalismos: no sólo implica el manejo de las fórmulas para el cálculo de los diferentes indicadores, entendida como la decodificación e interpretación del lenguaje formal y simbólico que las conforman, también se refiere a la comprensión de su relación con el lenguaje contable.

- Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas: se interpretan los resultados de los cálculos realizados y se los transfiere a la situación patrimonial económica y financiera de la empresa bajo análisis, y viceversa.

- Hacer uso de los soportes y de las herramientas: se emplearon diversos recursos, herramientas y soportes informáticos para la actividad matemática del cálculo de los índices y su representación.

- El siguiente cuadro ejemplifica como en base a las diversas competencias matemáticas presentes en el estudiante se vincula un concepto contable y uno matemático, traduciendo uno en función del otro.

Tabla 2 . Índice de solvencia – Razón.

Índice de Solvencia	Razón
$\text{Solvencia}=\frac{\text{Activo}}{\text{Pasivo}}$	$\text{Razón}=\frac{a}{b}$
El Incide de Solvencia es un ratio financiero. Indica las ventajas y desventajas de un rasgo específico dentro de unos parámetros de medida. Muestra la capacidad financiera de una empresa para hacer frente a sus obligaciones de pago. No solo se habla de efectivo, sino también de todos los bienes y recursos disponibles.	Razón: es una noción con una gran cantidad de acepciones. En este caso nos interesa resaltar su uso en el ámbito de la matemática, donde la razón es el cociente de dos cifras. La razón matemática, por lo tanto, es un vínculo entre dos magnitudes que son comparables entre sí. Se trata de aquello que resulta cuando una de las magnitudes o cantidades se divide por otra. El valor de ese cociente se llama valor de la razón Las razones, por lo tanto, pueden expresarse como fracciones o como números decimales. Si se tiene dos cantidades a y b, se dice "a es a b" y se escribe razón a/b.
Los valores que se tienen en cuenta son: El activo total, que engloba tanto al activo no corriente como al activo corriente. El pasivo total, que está integrado por el pasivo corriente y el pasivo no corriente.	Al término "a" se lo denomina antecedente y al término "b" consecuente.
Valoración del resultado: El resultado ideal del ratio sería igual a 1,5 - Si es menor a 1,5, la empresa no posee la solvencia necesaria para hacer frente a sus pagos a corto plazo. Aunque una empresa tenga un ratio de solvencia inferior a 1,5 no implica que la empresa esté en una situación delicada de inestabilidad, cada empresa puede escoger una forma de negocio Si el I.S. mayor a 1,5, la empresa puede correr el riesgo de poseer demasiados activos corrientes, por ejemplo dinero en caja, al no tenerlo invertido puede perder valor con el paso del tiempo.	Valoración del resultado: Como la razón de dos cantidades no es más que una división indicada o una fracción: 1) La razón en menor que 1. Si a<b, el antecedente (equivale al numerador) de una razón es menor que el consecuente. 2) La razón en igual a 1. Si a=b, el antecedente (equivale al numerador) de una razón es igual que el consecuente. 3) La razón en mayor que 1. Si a>b, el antecedente (equivale al numerador) de una razón es mayor que el consecuente.

En el trabajo los estudiantes al tratar dicho índice indicaron: "*SOLVENCIA (Recursos realizables (inversión realizable)/deudas (financiación ajena) o Activo/Pasivo): Es la relación entre los Recursos Totales y las Deudas Totales. Muestra la responsabilidad patrimonial, es decir el grado de garantía o respaldo que la empresa ofrece a* *sus acreedores. Se entiende también a la capacidad que tiene la empresa a largo plazo de generar fondos para atender los compromisos adquiridos a terceros.*

Se considera razonable que el índice sea mayor a 1, es decir que en caso de que se liquide el activo alcance a cancelar el pasivo. Mientras mayor sea el índice mejor.

En este caso se observa que la empresa tiene 1,58 de recursos para cancelar 1 de deuda, el excedente del 58% debe absorber el problema planteado. O expresado de otra manera, existen $1,58 para cancelar cada peso de deuda.

Esto nos muestra que la empresa tiene una buena, pero no tan sólida situación financiera, en el largo plazo a simple vista tendría la capacidad para hacer frente a sus obligaciones. Hay que tener en cuenta que el activo está sostenido con el activo no corriente, en el rubro Propiedad, plantas y equipos, que son bienes no realizables en el corto plazo y la empresa no tiene la intención de hacerlos líquidos en el corto plazo por ser considerados inversiones recientes con el objetivo de incrementar la productividad.

Comparando el índice actual con el del ejercicio 2017, se observa una disminución del 6,98%, que se debe principalmente a un aumento mayor en el pasivo con relación al activo, y que se debe principalmente al rubro Préstamos, que a su vez de debe a la variación del tipo de cambio y la moneda de la Obligaciones Negociables factor meramente externo al control de la empresa, ya que hablamos de políticas monetarias nacionales con relación a la información del contexto internacional."

Según lo indicado por el docente a cargo de la catedra: *"hay que tener cuidado con los estándares teóricos. En el caso que se comenta, es relativo que la solvencia sea mayor o menor que un número. Lo importante es analizar cualitativa y cuantitativamente si el índice refleja si la empresa cuenta con capacidad de pago."*

He aquí la importancia respecto a la interpretación de un número dentro de la disciplina contable, donde no debe tomarse el valor número de forma abstracta sino relacionarlo en el contexto donde es aplicado.

3. Conclusiones

Dado que, desarrollar competencias matemáticas implica movilizar al estudiante de modo que direccione sus conocimientos para resolver en forma independiente situaciones concretas, es necesario que el docente universitario acompañe este proceso generando ambiente de trabajo colaborativo, siendo guía y encauzando el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Desde un enfoque sistémico, las competencias matemáticas, participan de forma integral en el abordaje y resolución de diversos planteamientos dentro del contexto económico, sobre todo cuando se traduce la información contable en términos matemáticos y al momento de la obtención e interpretación de datos.

Así también es importante la incorporación y utilización de herramientas de apoyo adecuadas: TICs y el planteo permanente de situaciones problemáticas integradoras del conocimiento matemático y otros tipos de conocimiento.

Todo esto conlleva al estudiante, a dar respuesta a situaciones con un nivel de complejidad cada vez mayor; exigencia de las actuales políticas educativas universitarias imperantes.

Referencias

Díaz Barriga, Á. (2006). El enfoque de competencias en la educación: ¿Una alternativa o un disfraz de cambio? Perfiles educativos, 28(111), 7-36.

Fernández Barberis, G., Escribano Rodenas, M., Peral Walias, I. y Rodríguez Sánchez, S. (2011). La importancia de las Matemáticas en el Grado en Ciencias Económicas de la Universidad de San Pablo CEU. XIX Jornadas ASEPUMA. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6017729.pdf. Consultado: 02/05/2021.

Informe, P. I. S. A. (2003). Aprender para el Mundo de Mañana. Madrid. Santillana.

Muratore, F., Ceballos, A., Lescano, O., Castillo, J., Arce, M. (2019). Análisis documental acerca de las competencias matemáticas utilizadas en un trabajo final de graduación de la Licenciatura en Administración sobre el dimensionamiento de stock de una distribuidora de productos de cosmética capilar en la ciudad de La Banda. Universidad Nacional de Santiago del Estero.

Niss, M. (2003) Quantitative Literacy and Mathematics Competencies. En Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges, 215-220. http:// www.maa.org/ql/pgs215_220.pdf. Consultado: 30/04/19

Parra Arboleda, C. (2015). Competencias transversales para las mallas. http://es.sildeshare.net/claudiapp/competencias-transversales-50686879. Consultado: 20/05/2021

Perrenoud, P. (2001). La formación de los docentes en el siglo XXI. Revista de Tecnología educativa, 14(3), 503-523.

Portilla, M. G. Las competencias en la formación docente, desde una perspectiva comparada. http://www.saece.com.ar/docs/congreso6/trab089.pdf. Consultado 02/05/21

Yuni, J y Urbano, C. (2014). Técnicas para investigar: Recursos metodológicos para la preparación de proyectos de investigación. Córdoba. Editorial Brujas

La Metodología de Evaluación en Álgebra Aplicada: Su Incidencia en el Rendimiento Académico

Schneeberger, Marino – Battisti Arduin, Marisa – Domínguez, Fernando Yusef – Lell, Cecilia – Rodríguez, María Virginia
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Entre Ríos
marino.schneeberger@uner.edu.ar – marisa.battisti@uner.edu.ar – fernandoyusef.dominguez@uner.edu.ar – cecilia.lell@uner.edu.ar – virginia.rodriguez@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Evaluación, Metodología, Matemática, Rendimiento Académico

Resumen

El trabajo pretende describir la necesidad de que exista coherencia entre las metodologías empleadas para enseñar los distintos temas que integran el programa de la asignatura y las que se planifiquen y administren en el momento de la evaluación. Se formuló, con la finalidad de abordar esta cuestión, un proyecto de investigación denominado "La metodología de evaluación: su incidencia en el rendimiento académico de los alumnos en Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas" , de manera complementaria al proyecto recientemente finalizado que trata acerca de las diferentes metodologías de enseñanza de los contenidos .El mismo tiene como finalidad investigar de qué manera el tipo de instrumentos, el modo y el momento en el que se aplican, impacta en los resultados que los estudiantes obtienen. Se parte del supuesto de que las diferentes metodologías que se utilicen para evaluar, las cuales deben necesariamente acompañar las metodologías de enseñanza, son determinantes en gran medida del rendimiento académico de los alumnos. Se deberá tener presente en todo momento que la evaluación es un proceso en el que se emiten juicios de valor respecto a los conocimientos de los estudiantes, con el fin de posibilitar la acreditación o no de la asignatura, lo que implica que estas tareas evaluativas deber inscribirse en un análisis ético, pero también político y técnico. En este caso la investigación pretende cubrir un área de vacancia puesto que no existen estudios empíricos que hayan abordado esta cuestión en nuestra facultad.

1 Desarrollo

Existen numerosos trabajos que abordan la temática de la evaluación en general, incluyendo investigaciones, publicaciones y libros, entre otros. Sabemos que se trata de un tema de altísima complejidad en el desarrollo del proceso educativo, en todos los niveles y modalidades. Siempre resulta muy dificultoso decidir el momento, la oportunidad y el instrumento que administremos para tal fin, y a esta situación no escapa la universidad. Específicamente en Matemática existen muchas experiencias tanto en universidades argentinas como extranjeras vinculadas a esta cuestión, pero aplicadas con estudiantes de diferentes carreras y en distintos niveles de las mismas. Particularmente, nuestro interés se centra en indagar esta cuestión en el área Matemática en los primeros años de carreras vinculadas al campo económico, acerca de lo cual no hemos encontrado formalmente antecedentes, y menos aún vinculados en forma directa con las metodologías de enseñanza utilizadas para desarrollar los contenidos que luego pretenden evaluarse. Entendemos que las diversas formas o maneras de evaluar deben estar directa y estrechamente vinculadas con las formas y métodos que se emplearon durante el proceso de enseñanza, a efectos de que los estudiantes perciban coherencia entre lo enseñado y lo evaluado. Si se han empleado recursos tecnológicos (entiéndase determinados software y programas a los que se tiene acceso en el aula, incluso a través de los celulares y, por supuesto, más aún en el ámbito de un laboratorio informático) durante el desarrollo de las clases para presentar y enseñar los diferentes contenidos, se considera que estos mismos recursos deben estar presentes al momento de la evaluación. Precisamente esta relación entre los métodos y los recursos utilizados para la enseñanza y los empleados durante el proceso de evaluación, realizando un estudio comparativo con metodologías más tradicionales, es lo que pretende investigarse. Se trata de investigar la evaluación desde esta perspectiva, trabajo que involucra aspectos cognitivos, pero además afectivos, para lo cual resultará necesario estar dispuestos a incorporar cambios en los modos de pensar, plantear y llevar adelante el proceso de evaluación. Como todo proceso de investigación, al decir de Litwin (2008), es un proceso riguroso de indagación, descubrimiento y aportes para una nueva comprensión del tema.

Se parte de la convicción, en base a la de más de 20 años de trabajo en la asignatura, de que las prácticas evaluativas deben alinearse con los modos de enseñar. Por esta razón, si durante el proceso de enseñanza se emplearon estrategias y recursos que fortalecían la vinculación teórico-práctica de los contenidos, contextualizados en las carreras específicas, los mismos deben estar presentes al momento de la evaluación. Desde esta perspectiva, deja de tener sentido una evaluación tradicional memorística en la que sólo se pidan definiciones y demostraciones, y en la que además se encuentren ausentes determinados recursos tecnológicos. En este proyecto, se analiza el efecto de utilizar diferentes instrumentos de evaluación coherentes con en la visión anteriormente planteada, entendiendo que debe hacerse el esfuerzo necesario, a pesar de la numerosa cantidad de estudiantes (aproximadamente 600), para diseñar tales instrumentos, permitiendo que los estudiantes empleen todos los recursos tecnológicos, que estuvieron disponibles en el momento de la enseñanza. Esto implica, explícitamente, diseñar, validar y emplear instrumentos que muestren el mayor grado de coherencia con los utilizados para enseñar, cualquiera sea la naturaleza de los mismos. El contenido y alcance de la presente propuesta se relaciona, tal como se mencionara en párrafos anteriores, con el proyecto de investigación previo, desarrollado en el lapso 2018/20, en el que se abordaron las problemáticas del proceso de aprendizaje-enseñanza. En base al trabajo citado, surgió la necesidad de complementar la investigación de referencia, incorporando el estudio y análisis de las metodologías e instrumentos de evaluación, de modo de examinar la integralidad del acto pedagógico. Se considera que el ajuste de las metodologías de evaluación debe acompañar necesariamente los procesos innovadores de enseñanza, con el propósito de acortar la diferencia entre lo que se aprende-enseña, y los que se evalúa.

Se han planteado como objetivos de la investigación los siguientes:

- Diseñar, validar y aplicar estrategias e instrumentos de evaluación innovadores y coherentes con las metodologías empleadas para enseñar, que incidan favorablemente en el rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas. Específicos

- Realizar una recopilación bibliográfica actualizada de la temática con la finalidad de elaborar el marco teórico de la investigación
- Fortalecer la formación de recursos humanos e institucionales con los docentes y becarios participantes analizando en profundidad la temática planteada
- Analizar, discutir y seleccionar diferentes alternativas de metodologías de evaluación a ser aplicadas
- Diseñar, validad y administrar instrumentos de evaluación que sean coherentes con las metodologías empleadas durante el proceso de enseñanza
- Realizar un estudio comparativo de las evaluaciones de los estudiantes en la asignatura durante los años académicos 2017 a 2022 y extraer conclusiones de las mismas
- Compartir y difundir esta propuesta, con sus resultados, en todos los ámbitos académicos posibles que resulten pertinentes para tal fin.
- Realizar recomendaciones y/o sugerencias acerca de la problemática investigada en espacios adecuados para ello.

2 Metodología para alcanzar los objetivos

El trabajo se realizará con la totalidad de los ingresantes a primer año de las carreras que cursan la asignatura, constituyéndose este grupo de aproximadamente 500 alumnos en el espacio muestral. Se considerarán como variables, además de otras que eventualmente puedan surgir sobre la marcha del proceso investigativo, las siguientes:

- Diferentes tipos de instrumentos empleados
- Modalidad de las evaluaciones (presenciales escritas, presenciales on-line mediante el uso del aula virtual, domiciliarias)
- Características de las consignas
- Diferentes instancias de evaluación (parciales o finales)
- Rendimiento en las evaluaciones parciales
- Rendimiento en las evaluaciones finales

Se realizarán encuestas a los estudiantes a efectos de recabar información acerca de la coherencia percibida por ellos entre la metodología de enseñanza y la metodología de evaluación.

Para el logro de esto se está trabajando en la elaboración de instrumentos específicos, para ser aplicados tanto en la modalidad presencial como en la virtual, en diferentes instancias, que contemplan autoevaluaciones para cada unidad, evaluaciones parciales de práctica con aplicaciones económicas, evaluaciones finales de carácter teórico para estudiantes con la práctica ya promocionada mediante evaluaciones parciales y evaluaciones finales integradas de carácter teórico-práctico para los alumnos regulares.

A modo ejemplo, y en función de lo que se ha podido desarrollar hasta el momento, se presentan fragmentos de tres posibles instrumentos de evaluación que contemplen lo hasta aquí planteado.

La Figura 1 muestra parte de la autoevaluación de una unidad didáctica (se ha diseñado una para cada una de los temas que integran el programa de la asignatura). En particular, se ha seleccionado la autoevaluación correspondiente a Funciones Lineal y Cuadrática, consistente en un ejercicio puramente matemático y cuatro actividades que involucran teoría aplicada a la práctica en la resolución de problemas sencillos de índole económico.

Las Figuras 2 y 3 exhiben parte de una evaluación final que versa exclusivamente sobre los contenidos de teoría para aquellos alumnos que hayan promocionado previamente la práctica. A los fines de la ejemplificación, se ha tomado una de las seis actividades del examen, la cual aborda el contenido de Funciones Polinómicas.

Finalmente, la Figuras 4 y 5 muestran un fragmento del modelo de instrumento que integra los aspectos teóricos y prácticos para evaluar en la instancia final a los alumnos que hayan adquirido la condición de regulares durante el período de cursado. Con efectos de ilustrar la metodología, ha sido seleccionada una de las cinco actividades de la prueba, la cual refiere a Matriz y Matriz Inversa. Como puede observarse, en estas consignas se recogen aspectos teóricos de la unidad temática y aspectos prácticos que deben ponerse en juego con el objetivo de resolver una problemática de naturaleza económica.

Todas las actividades presentadas han sido desarrolladas con el formato de preguntas *Respuestas anidadas (Cloze)* de la plataforma *Moodle*.

3 Resultados esperados

El trabajo desarrollado es una primera aproximación de todo lo previsto en este proyecto de investigación, con la finalidad de mejorar en forma complementaria con los procesos de enseñanza, el rendimiento académico en Matemática de los estudiantes que ingresan a las carreras de ciencias económicas.

Si los resultados que se obtengan son los esperados al momento de implementar esta propuesta, se pretende que pueda continuar perfeccionándose a lo largo del tiempo, mejorando en forma permanente los instrumentos utilizados, de manera tal que pueda ser una contribución factible de ser compartida con todos aquellos docentes que se encuentren interesados en la temática, y a los que les parezca aplicable, útil y relevante la misma.

En función de los tiempos previstos, durante el segundo cuatrimestre del corriente año académico se procederá a validar los instrumentos para ser aplicados durante el año 2022, y cuyos resultados serán presentados para ser considerados por la comunidad académica interesada en la temática en próximos encuentros. Así mismo, la percepción también favorable en cuanto a la relación entre las metodologías de enseñanza y evaluación, la claridad en la explicación de las formas de evaluar y el buen clima que caracterizó la relación docente-estudiante.

Es importante la información recabada a través de estos instrumentos a efectos de ser tenida en cuenta al momento de planificar las futuras acciones académicas.

Pregunta **2**
Sin responder aún
Puntúa como 20,00
Marcar pregunta
Editar pregunta

A partir de un estudio de mercado para una linterna de carga con USB se determina que en el mercado se demandarán 30 unidades si el precio es de $320 mientras que si el precio disminuye en veinte unidades entonces se demandarán 50 linternas. Calcule la ecuación que modela la demanda que se supone lineal y luego determine cuántas linternas se venderán si el precio es de $150. Conteste en cada caso:

La pendiente de la demanda es: ______ y la ordenada al origen vale ______

Si el precio es de $150 entonces se demandarán ______ linternas de carga con USB

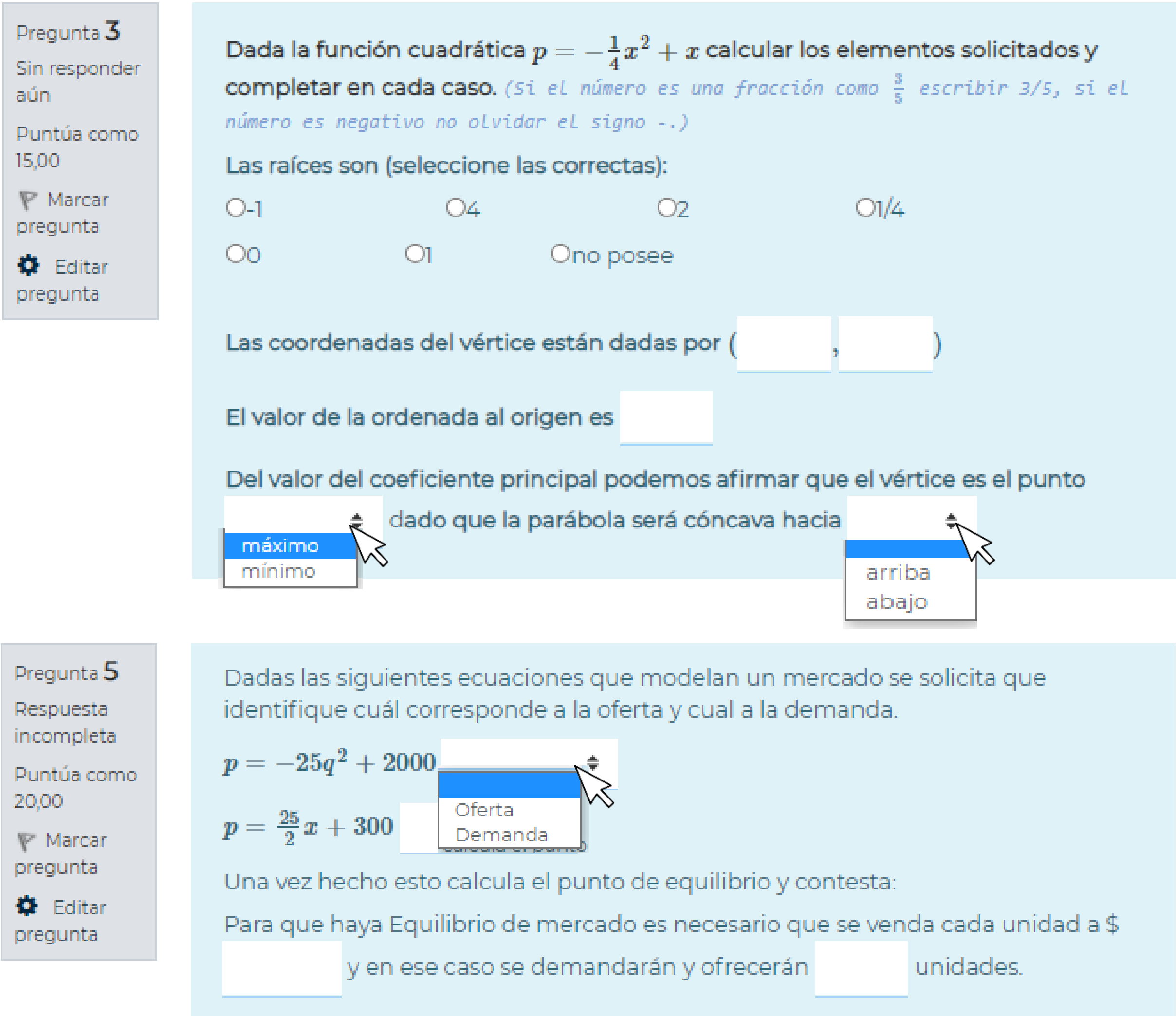
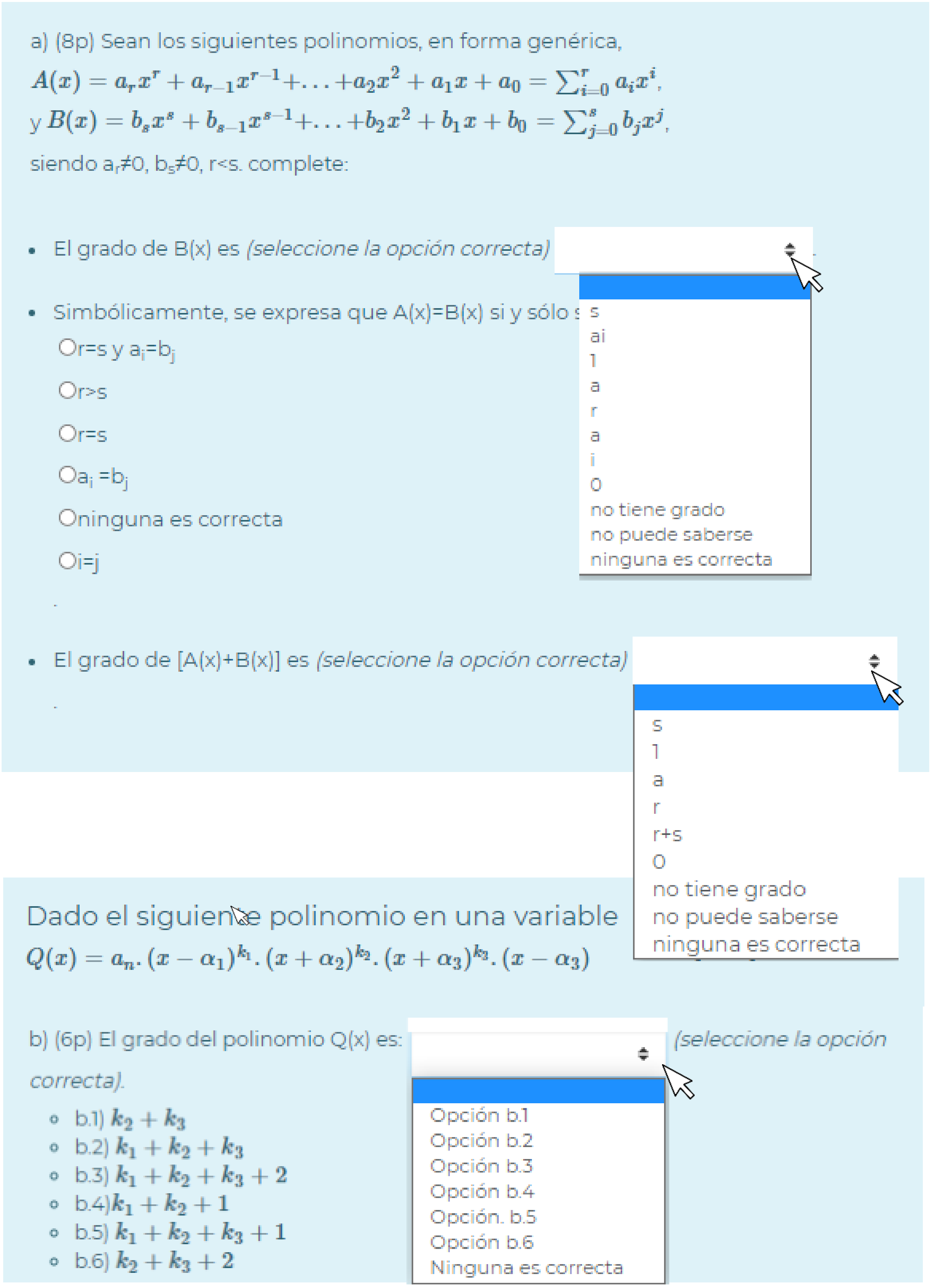


Figura 1. Fragmento de autoevaluación de funciones lineal y cuadrática.



a) (8p) Sean los siguientes polinomios, en forma genérica,

$A(x) = a_r x^r + a_{r-1} x^{r-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = \sum_{i=0}^{r} a_i x^i$,

y $B(x) = b_s x^s + b_{s-1} x^{s-1} + \ldots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0 = \sum_{j=0}^{s} b_j x^j$,

siendo $a_r \neq 0$, $b_s \neq 0$, r<s. complete:

- El grado de B(x) es *(seleccione la opción correcta)*
  - s
  - ai
  - 1
  - a
  - r
  - a
  - i
  - 0
  - no tiene grado
  - no puede saberse
  - ninguna es correcta
- Simbólicamente, se expresa que A(x)=B(x) si y sólo s
  - r=s y $a_i = b_j$
  - r>s
  - r=s
  - $a_i = b_j$
  - ninguna es correcta
  - i=j

  .
- El grado de [A(x)+B(x)] es *(seleccione la opción correcta)*
  - s
  - 1
  - a
  - r
  - r+s
  - 0
  - no tiene grado
  - no puede saberse
  - ninguna es correcta

  .

Dado el siguiente polinomio en una variable

$Q(x) = a_n . (x - \alpha_1)^{k_1} . (x + \alpha_2)^{k_2} . (x + \alpha_3)^{k_3} . (x - \alpha_3)$

b) (6p) El grado del polinomio Q(x) es: *(seleccione la opción correcta).*

- Opción b.1
- Opción b.2
- Opción b.3
- Opción b.4
- Opción. b.5
- Opción b.6
- Ninguna es correcta

- b.1) $k_2 + k_3$
- b.2) $k_1 + k_2 + k_3$
- b.3) $k_1 + k_2 + k_3 + 2$
- b.4) $k_1 + k_2 + 1$
- b.5) $k_1 + k_2 + k_3 + 1$
- b.6) $k_2 + k_3 + 2$

Figura 2. Fragmento de evaluación final de contenidos teóricos (estudiantes promocionales en práctica): actividad referida a funciones polinómicas.

c) (4p) ¿Qué orden de multiplicidad tiene la raíz $-\alpha_3$?

- no puede saberse
- k_2
- 1
- k_3
- No es raíz
- k_1
- k_3+1
- ninguna es correcta

.

d) (2p) El teorema que permite encontrar las raíces racionales de Q(x), si es que existen, es ...

- Teorema del Resto
- Teorema de Gauss
- Ninguna es correcta
- Teorema de Descomposición Factorial
- Teorema Fundamental del Álgebra

Figura 3. Fragmento de evaluación final de contenidos teóricos (estudiantes promocionales en práctica): actividad referida a funciones polinómicas (continuación).

a) (16p) Marcos, José y Juan han invertido en acciones de Edenor, Pampa Energía e YPF en la bolsa de valores según se muestra en la matriz A. La matriz B muestran los ingresos obtenidos, en dólares, de los tres inversores si hubiesen vendido la totalidad de las acciones al cierre del día de ayer.

$$A = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} Marcos & Jose & Juan \end{array} \\ \begin{array}{c} Edenor \\ PampaEnergia \\ YPF \end{array} & \begin{pmatrix} 100 & 100 & 200 \\ 0 & 200 & 100 \\ 100 & 500 & 300 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$B = \begin{pmatrix} 800 & 5400 & 3500 \end{pmatrix}$$

Se requiere encontrar la matriz P que detalla los precios de las acciones al cierre de la cotización de ayer, para lo cual deberá considerar la ecuación matricial:

$$P.\,A = B$$

a.1) El despeje correcto de la matriz de precios de las acciones al cierre de la cotización de ayer es:

- Opción a.1.1
- Opción a.1.2
- Opción a.1.3
- Opción a.1.4
- Opción a.1.5
- Ninguna es correcta

a.1.1) $P = \frac{B}{A}$

a.1.2) $P = B.\,A$

a.1.3) $P = A^{-1}.\,B$

a.1.4) $P = B.\,A^{-1}$

a.1.5) $P = B.\,A^{t}$

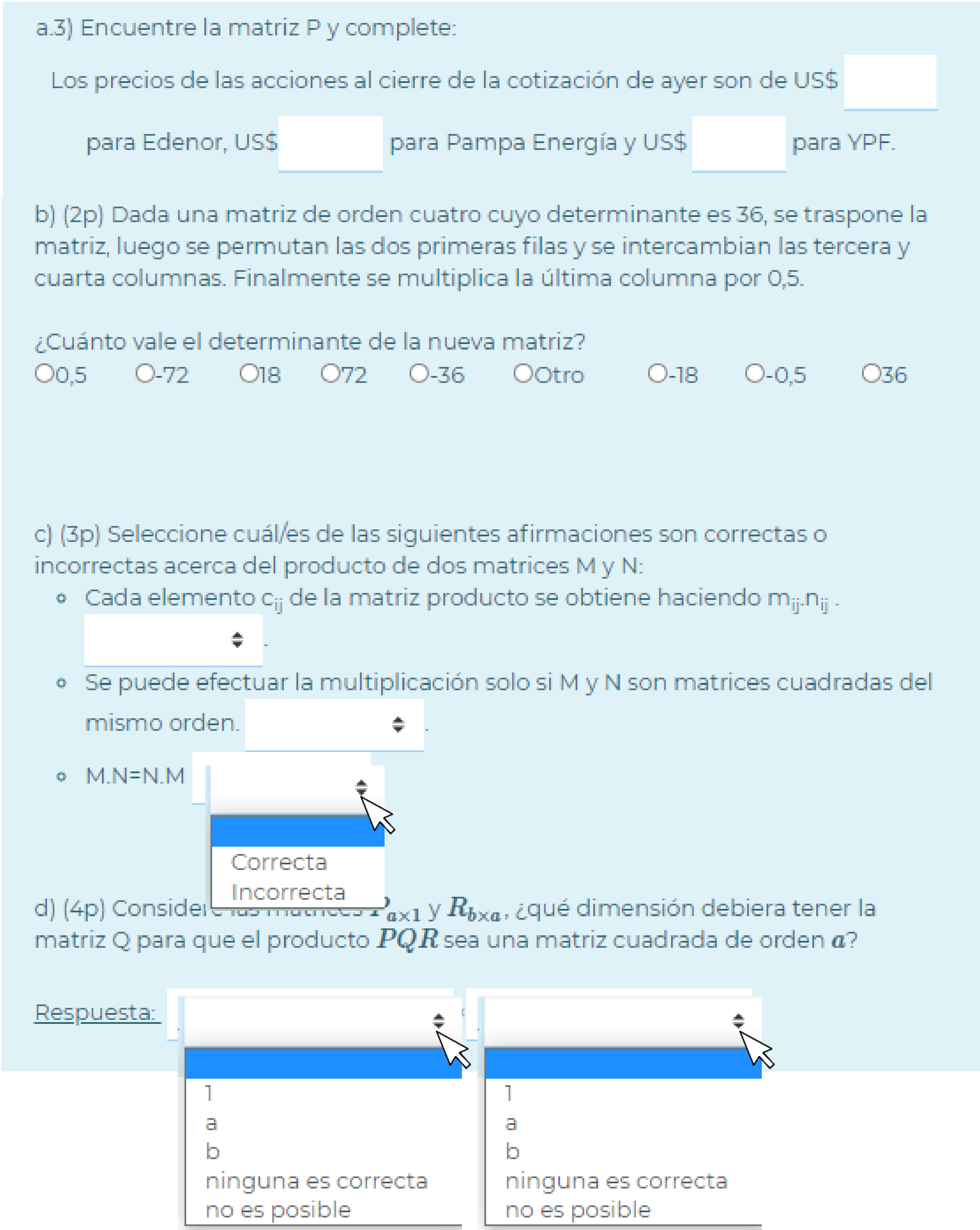
a.2) Calcule y complete:

- $det(A)$ =

- A^{-1} =

Si el resultado es un número decimal, ingresarlo como fracción irreducible por ejemplo: 1/500

Figura 4. Fragmento de evaluación final de contenidos teóricos y prácticos (estudiantes regulares): actividad referida a Matriz y Matriz Inversa.



a.3) Encuentre la matriz P y complete:

Los precios de las acciones al cierre de la cotización de ayer son de US$ ____ para Edenor, US$ ____ para Pampa Energía y US$ ____ para YPF.

b) (2p) Dada una matriz de orden cuatro cuyo determinante es 36, se traspone la matriz, luego se permutan las dos primeras filas y se intercambian las tercera y cuarta columnas. Finalmente se multiplica la última columna por 0,5.

¿Cuánto vale el determinante de la nueva matriz?

○0,5 ○-72 ○18 ○72 ○-36 ○Otro ○-18 ○-0,5 ○36

c) (3p) Seleccione cuál/es de las siguientes afirmaciones son correctas o incorrectas acerca del producto de dos matrices M y N:

- Cada elemento c_{ij} de la matriz producto se obtiene haciendo $m_{ij}.n_{ij}$.
- Se puede efectuar la multiplicación solo si M y N son matrices cuadradas del mismo orden.
- M.N=N.M

Correcta
Incorrecta

d) (4p) Conside $_{a\times 1}$ y $\boldsymbol{R_{b\times a}}$, ¿qué dimensión debiera tener la matriz Q para que el producto $\boldsymbol{PQR}$ sea una matriz cuadrada de orden $\boldsymbol{a}$?

Respuesta:

1
a
b
ninguna es correcta
no es posible

1
a
b
ninguna es correcta
no es posible

Figura 5. Fragmento de evaluación final de contenidos teóricos y prácticos (estudiantes regulares): actividad referida a Matriz y Matriz Inversa (continuación).

Referencias

Barreiro, P.; Leonian, P.; Marino, T.; Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática.* Buenos Aires: Ediciones UNGS.

Brown, S. y Glasner, A. (2003). *Evaluar en la Universidad*. Madrid: Ed. Narcea.

Camilloni, A. y otros. (2015). *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo.* Ed. Paidós.

Capacho Portilla, J. (2011). Evaluación del aprendizaje en espacios virtuales – TIC. Barranquilla: Editorial Universidad del Norte. Secretaría de Ciencia y Técnica Ordenanza "CS" 403 Proyecto de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica Anexo – v1.1 Página 8 de 10.

Castañeda Figueiras, S. (2006). *Evaluación del Aprendizaje en el Nivel Universitario: Elaboración de exámenes y reactivos objetivos.* México: Universidad Nacional de México.

Celman, S. (2007)*. Evaluación de aprendizajes universitarios. Más allá de la acreditación.* Colección de Cuadernos de actualización para pensar la Enseñanza Universitaria. Universidad Nacional de Río Cuarto, 2 (11).

Fioriti, G. y Cuesta, C. (comp.). (2012). *La evaluación como problema: Aproximaciones desde las didácticas específicas.* Ed. UNSAM.

López Pastor, V. (2009). *Evaluación formativa y compartida en Educación* Superior. Madrid: Ed. Narcea.

Perassi, Marisol (2015). Prácticas de evaluación formativa en la universidad. Tesis de Maestría. UNER. Facultad de Ciencias de la Educación.

Rohde, Gricela A. (2013). La evaluación como parte del proceso de enseñanza aprendizaje. Tesis de Maestría. Repositorio Institucional UNNE.

Schneebeerger, M. (2018). Enseñar, aprender y evaluar Matemática en carreras de ciencias económicas. *Gestando*, 20, 30-39.

Schneebeerger, M., Ponce, S., Battisti, M. y Domínguez, F. Y. (2019). La gestión de autoevaluaciones en Moodle: una experiencia con estudiantes de primer año de ciencias económicas. *Gestando*, 21, 27-33.

Schneeberger; M. y otros. (2021). Metodología de evaluación: incidencia en el rendimiento académico en Matemática. *Gestando* 25. 37-43.

Metodologías de Enseñanza en Álgebra: Su Impacto en el Rendimiento Académico de los Estudiantes de Ciencias Económicas

Schneeberger, Marino – Battisti Arduin, Marisa – Domínguez, Fernando Yusef – Blanco, Mariana – Fernández, Melisa
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Entre Ríos
marino.schneeberger@uner.edu.ar – marisa.battisti@uner.edu.ar – fernandoyusef.dominguez@uner.edu.ar – mariana.blanco @uner.edu.ar – melisa.fernandez@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Enseñanza, Metodología, Matemática, Rendimiento Académico

Resumen

El presente trabajo muestra los resultados obtenidos en una investigación que indaga acerca del impacto que producen las metodologías de enseñanza de la Matemática vinculadas al rendimiento académico de los estudiantes, específicamente cuando se debe enseñar Matemática en carreras no matemáticas, denominado "Impacto de las metodologías de enseñanza en el aprendizaje del Álgebra en alumnos de primer año de las carreras de Contador Público y de Licenciatura en Economía". Particularmente aquí se trabaja el caso de los estudiantes de las carreras de Contador Público y de Licenciatura en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos, en la asignatura Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas.
El proyecto se desarrolló durante los años académicos 2018 y 2019, habiendo terminado de procesar los resultados con la correspondiente elaboración del informe final en el primer cuatrimestre de 2020, y cuyo informe final ya ha sido aprobado por los respectivos evaluadores externos y, consecuentemente, por la Universidad.
Como metodología los contenidos teóricos se desarrollan a partir de un problema de naturaleza económica, de modo tal que la teoría se aborda paulatinamente para dar respuesta a las necesidades que se originan a partir de cada situación, para culminar la clase con la solución e interpretación del problema, logrando mayor motivación y la anticipación de la respuesta a la pregunta ¿para qué me sirve esto?

4 Fundamentación

Enseñar matemática en carreras específicas, desarrollar estrategias adecuadas para que los estudiantes aprendan y elaborar instrumentos que resulten pertinentes para evaluar esos aprendizajes, es una premisa básica y un compromiso que los docentes de una asignatura deben asumir, teniendo en cuenta las particularidades que determinan el año en que la materia se encuentra inserta, la cantidad de alumnos con los que deba desarrollarse y las características propias de la misma.
No hay dudas que cualquier estudiante que se adentre en el cuerpo del pensamiento económico moderno debe estar familiarizado, en mayor o menor medida, de acuerdo con el grado de profundización que desee, con el lenguaje y las técnicas matemáticas. De no ser así, se verá relegado a consultar una fracción, a veces no representativa en múltiples aspectos, de la literatura científica económica y empresarial.

Por otra parte, dado que resulta imposible detallar todas las variables que influyen en un determinado modelo económico, es necesario hacer un cierto grado de abstracción del mundo real y elaborar modelos sencillos que contemplen lo esencial del mismo, intentando reducir los fenómenos económicos a proporciones manejables.
En este sentido, Barrios García y otros (2005) citan algunas de las ventajas del uso de la Matemática en el campo económico, afirmando que:

- Las Matemáticas constituyen un lenguaje más preciso y conciso que el discursivo normal, posibilitando contribuir con mayor rigor lógico a la naturaleza acumulativa del conocimiento y a desarrollos analíticos innovadores, sintéticos, y a la vez generales.
- El método matemático obliga a explicitar de una manera clara y sin ambigüedades la hipótesis de partida.
- Permite la utilización de una amplia gama de técnicas y teorías disponibles (lemas, proposiciones, teoremas, propiedades, etc.) como ayuda en el razonamiento económico.

Sin embargo, en el caso de carreras “no matemáticas”, el abordaje de la enseñanza también debe considerar que los estudiantes suelen no percibir el real significado que los contenidos matemáticos poseen en su formación de grado y, menos aún, en su desarrollo profesional futuro.
A la hora de diseñar estrategias para enseñar matemática en Ciencias Económicas, resulta importante también, identificar las condiciones con las que ingresan actualmente los estudiantes a la Universidad. Los mismos evidencian una insuficiente destreza para la formalización matemática, lo cual tiene consecuencias en el rendimiento académico, provocando el fracaso que, en algunos casos, lleva al abandono de la carrera.
En principio se entiende por fracaso a cualquier situación que impulse al alumno a interrumpir sus estudios en cualquier nivel educativo (García Diez, 2015). En ocasiones puede verse que en el ámbito universitario los estudiantes que fracasan, o al menos demuestran escaso rendimiento en esta asignatura, lo hacen debido a no haber adquirido en sus instancias educativas previas las competencias necesarias en Matemática para cursar una carrera universitaria.
Adhiriendo al trabajo realizado por los autores citados, algunos de los motivos por los cuales los alumnos fracasan, suelen ser:

- Falta de interés y motivación por la matemática, lo cual es un problema transversal en todos los niveles educativos. Este desinterés puede ser atribuido a la falta de comprensión, conocimientos básicos insuficientes o carencia de aptitudes matemáticas.
- Dificultades vinculadas a la capacidad de cálculo, entre las cuales podemos encontrar obstáculos en operaciones aritméticas y algebraicas, ecuaciones lineales y cuadráticas, sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, inecuaciones y uso de la calculadora. El estudiante de Ciencias Económicas precisa para el cursado de la asignatura un conjunto de destrezas operacionales que le posibiliten su adecuado desempeño en la materia.
- Falta de encadenamiento de los aprendizajes matemáticos, esto es propio de la Ciencia Matemática en la cual cada concepto es enlazado con los anteriores. En el transcurso del proceso de enseñanza y

aprendizaje emergen dificultades concebidas como consecuencias de conceptos mal asimilados por los alumnos. En este contexto, para el estudiante con dificultades iniciales en el aprendizaje de la disciplina le será probablemente más difícil adquirir conocimientos en ejes temáticos avanzados de la asignatura.

- Deficiente capacidad e interés para encarar la resolución de problemas, dado que la interpretación de situaciones problemáticas requiere de una serie de habilidades que abarcan la comprensión y la asimilación de un conjunto de conceptos y procesos intrínsecamente relacionados a la simbolización, la representación, y a la aplicación de estrategias para la traducción de un lenguaje a otro. La resolución de problemas debe ser un enfoque a considerar en la planificación de la asignatura ya que permite una vinculación entre los conceptos abordados en clases teóricas con sus aplicaciones correspondientes en las clases prácticas. Además, es una habilidad necesaria para el desenvolvimiento del estudiante en la vida cotidiana y en su futura práctica profesional, pudiendo esta habilidad, a nuestro entender, convertirse en un potente elemento motivador del aprendizaje.
- Deficiencias en la adquisición de actitudes matemáticas, entre ellas se mencionan la perseverancia en la búsqueda de soluciones a problemas planteados, el pensamiento flexible, el razonamiento lógico y el manejo del lenguaje matemático.
- Carencia de contextualización de los contenidos. Este aspecto, acompañado de una escasa explicación de las principales aplicaciones de los conceptos matemáticos origina desinterés en los estudiantes, debido a que no logran percibir la importancia de los contenidos desarrollados en el campo de aplicación laboral.
- Dificultades en la transición desde la educación secundaria hacia la Universidad, motivo al que se atribuye gran parte de los fracasos observados. No solamente nos referimos a la deficiencia de contenidos o carencia de actitudes y aptitudes sino también al incremento del grado de formalización en el paso de un nivel educativo a otro. El lenguaje simbólico y la rigurosidad en la manera de presentar los conceptos y enunciar las propiedades son propios del ámbito universitario, al cual los alumnos en su primera asignatura del área disciplinar matemática no están habituados.
- Otros autores también señalan que existe un salto entre la matemática mostrativa, característica de la escuela secundaria, y la matemática demostrativa habitual en la universidad, de vital importancia en la construcción del conocimiento matemático.

5 Desarrollo

Los alumnos que cursan la asignatura Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, no escapan a la regla general. Comúnmente se trata de estudiantes poco motivados, con competencias matemáticas poco desarrolladas y escasa iniciativa para el autoaprendizaje.

Atendiendo a esta problemática, esta investigación consistió en explorar una metodología de enseñanza basada en la presentación contextualizada de los contenidos, con el fin de contribuir a superar, al menos en parte, el escaso rendimiento de los estudiantes.
Se partió de la hipótesis que una metodología de enseñanza que se sustenta en el planteo de problemas de naturaleza económica, a partir de los cuales se desprenda la necesidad de estudiar el contenido matemático necesario para su resolución, permitirá mejorar los rendimientos y aumentar el interés de los estudiantes por la asignatura.
El objetivo general de esta investigación consistió en evaluar el impacto que genera la implementación de estas nuevas metodologías de enseñanza en el rendimiento académico de los estudiantes, tratando de producir conocimiento para lograr un mejor desempeño en la asignatura Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas.
Se diseñaron instrumentos de enseñanza basados en el planteamiento de un problema de naturaleza económica. A partir de ellos, se identificaron los datos y se discutieron posibles soluciones, donde se hizo evidente la necesidad de abordar determinadas cuestiones teóricas como condición necesaria para poder encarar la solución de la situación planteada. Es decir, el desarrollo teórico apareció naturalmente como una necesidad para poder solucionar una situación que el alumno pudo percibir en forma clara como de su propio interés.
No debe dejarse de lado, como un importante apoyo a esta tarea, la utilización de las herramientas tecnológicas que en la actualidad se tienen disponibles (aula virtual, software adecuado, entre otras), a las cuales los estudiantes pueden acceder en el aula desde sus propios teléfonos celulares, es decir, ni siquiera es necesario disponer de un laboratorio informático.

6 Resultados

Seguidamente se presenta el análisis del rendimiento académico de los estudiantes, comparando los resultados obtenidos del año 2015 al 2019, diferenciados por cuatrimestre atendiendo a las particularidades de cada uno, dado que en el primer cuatrimestre cursan la totalidad de los alumnos ingresantes a las carreras, aproximadamente 600; mientras que en el segundo cuatrimestre lo hacen solamente aquellos que optaron por recursar y algunos pocos que por diferentes motivos no lo pudieron hacer durante el primero, los que totalizan aproximadamente 150 estudiantes.
Del análisis de las Tablas 1 y 2 pueden realizarse algunas observaciones relevantes, como por ejemplo las siguientes:

- Durante los años 2015, 2016, 2017 y 2018 más de la mitad de los estudiantes quedaron libres al final de la cursada, en tanto que en el año 2019 este porcentaje bajó alrededor de un 10% aproximadamente.
- La condición de alumno regular se mantuvo prácticamente constante durante los años 2015, 2016 y 2017, aumentando durante los años 2018 y 2019.

- En lo que refiere a la condición de alumno promocional en práctica, la misma tuvo un aumento considerable en el año académico 2019, sobre todo si se la compara con el año 2018.

Tabla 1. Conteo de estudiantes en las diferentes condiciones al finalizar la cursada (Cuatrimestre 1 – 2015 a 2019).

Condición final	2015	2016	2017	2018	2019
No rindieron parcial alguno	26	33	121	132	141
Libre por parciales	200	171	175	177	156
Regular	57	54	61	83	77
Promoción	120	101	116	71	125
TOTAL	403	359	473	463	499
Alumnos efectivos	377	326	352	331	358

Tabla 2. Distribución de los estudiantes en las diferentes condiciones al finalizar la cursada respecto de la cantidad de alumnos efectivos (Cuatrimestre 1 – 2015 a 2019).

Condición final	2015	2016	2017	2018	2019
Libre por parciales	53,050%	52,454%	49,716%	53,474%	43,575%
Regular	15,119%	16,564%	17,330%	25,076%	21,508%
Promoción	31,830%	30,982%	32,955%	21,450%	34,916%

El Gráfico 1 muestra en forma clara cómo desciende la cantidad de estudiantes libres por parciales, prácticamente en la misma proporción en la que aumenta el número de alumnos que alcanzan la condición de promocionales, mientras que es mínima la variación de alumnos en condición de regulares.

Esto permitiría inferir que, quizás, esta relación no es tan directa, sino que muchos de los alumnos que antes quedaban en condición de libres ahora logran la condición de regulares y, a su vez, muchos de los que antes calificaban como regulares ahora llegan a la condición de promocionales en la práctica.

A partir de los datos obtenidos es posible afirmar que existe una relación de dependencia entre el año de la cursada y la condición obtenida al finalizar la misma (Test de independencia de Pearson, p-value<0.001).

Comparando de manera parcial las proporciones de estudiantes en cada condición para el año 2019 respecto del 2018 (test Z para diferencia de proporción de éxitos en dos poblaciones) se concluye a partir de los datos recabados que:

- La proporción de promocionados ha aumentado significativamente en 2019 respecto de la correspondiente en 2018 (p-value<0.001).

- No existen diferencias significativas en las proporciones de estudiantes regulares entre estos años (p-value=0.268).
- Tampoco se evidencian cambios significativos en las proporciones de estudiantes que rinden al menos uno de los parciales en el cuatrimestre durante los años 2018 y 2019 (p-value=0.931).

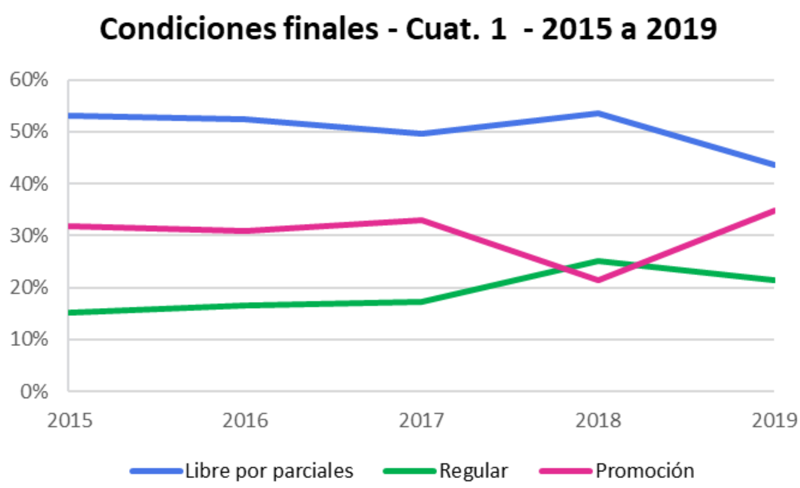


Gráfico 1. Líneas de tendencia de las condiciones finales de los estudiantes que efectivamente cursaron la asignatura en los primeros cuatrimestres desde 2015 a 2019 (en porcentajes respecto del total de alumnos que efectivamente cursaron).

Con los mismos criterios se realizó el análisis de resultados obtenidos en los segundos cuatrimestres, los cuales se expresan en las Tablas 3 y 4, acompañadas por el Gráfico 2. Cabe aclarar que prácticamente la totalidad de los estudiantes son que han cursado en el primer cuatrimestre o, excepcionalmente, en años anteriores. Los datos permiten obtener conclusiones similares a las ya realizadas para el primer cuatrimestre, donde la gran mayoría de los estudiantes cursan por primera vez la materia.

- El número de estudiantes libres se mantiene prácticamente constante, con leves variaciones, sobre todo en los años 2016, 2017 y 2019, respecto de 2015 y 2018.
- La cantidad de alumnos regulares presenta un incremento significativo en el año 2018 en relación a los restantes.
- Resulta destacable la importante variación positiva de estudiantes que accedieron a la condición de promocionales en práctica en el año 2019 (año de la efectiva implementación de la metodología planteada en el proyecto), comparado con todos los años anteriores.

Tabla 3. Conteo de estudiantes en las diferentes condiciones al finalizar la cursada (Cuat. 2 – 2015 a 2019).

Condición final	2015	2016	2017	2018	2019
No rindieron parcial alguno	39	39	38	59	72

Libre por parciales	26	37	38	28	34
Regular	21	14	19	38	18
Promoción	27	17	21	29	49
TOTAL	113	107	116	154	173
Alumnos efectivos	74	68	78	95	101

Tabla 4. Distribución de los estudiantes en las diferentes condiciones al finalizar la cursada respecto de la cantidad de alumnos efectivos (Cuat. 2 – 2015 a 2019).

Condición final	2015	2016	2017	2018	2019
Libre por parciales	35,135%	54,412%	48,718%	29,474%	33,663%
Regular	28,378%	20,588%	24,359%	40,000%	17,822%
Promoción	36,486%	25,000%	26,923%	30,526%	48,515%

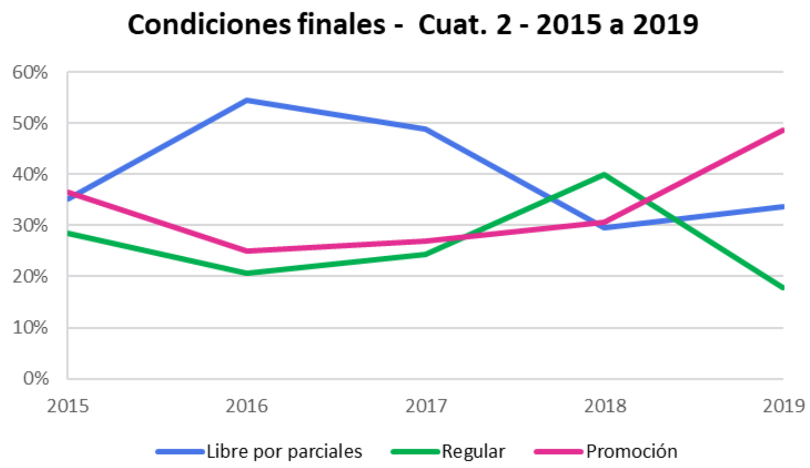


Gráfico 2. Líneas de tendencia de las condiciones finales de los estudiantes que efectivamente cursaron la asignatura en los segundos cuatrimestres desde 2015 a 2019 (en porcentajes respecto del total de alumnos que efectivamente cursaron).

A partir de los datos obtenidos es posible afirmar que existe una relación de dependencia entre el año de la cursada y la condición obtenida al finalizar la misma (Test de independencia de Pearson p-value<0.001). Esta afirmación habilita el contraste de manera parcial de las proporciones de estudiantes en cada condición para el año 2019 respecto del 2018 (Test Z para diferencia de proporción de éxitos en dos poblaciones). En función de los datos consignados es posible aseverar que:

- La proporción de promocionados ha aumentado significativamente en 2019 respecto de la correspondiente en 2018 (p-value=0.005).

- Existen diferencias significativas en las proporciones de estudiantes regulares entre estos años (p-value=0.001), como así mismo en la de alumnos libres. El rendimiento de los estudiantes en las instancias de evaluaciones parciales fue muy superior al logrado en años anteriores, particularmente al obtenido en el año académico 2018.

También se realizó el análisis del desempeño de los estudiantes en exámenes finales. A partir de los datos obtenidos puede afirmarse que la proporción de estudiantes promocionales en práctica que aprueban en exámenes finales no se ha modificado significativamente en 2019 respecto de 2018, tal cómo se muestra en el Gráfico 3.

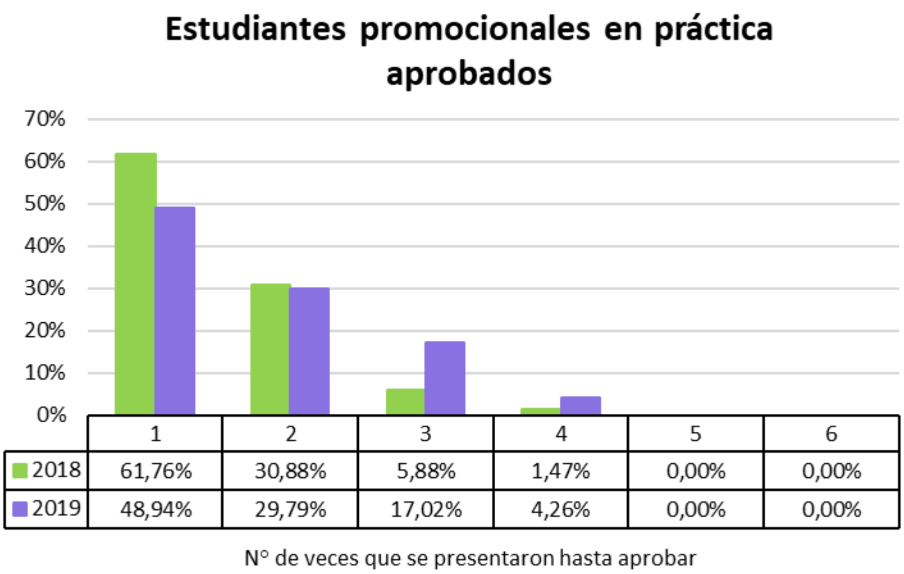


Gráfico 3. Diagrama de barras comparativo entre 2018 y 2019 de cuántas veces se presentaron a rendir los estudiantes promocionales en práctica hasta aprobar la asignatura.

A continuación, el Gráfico 4 presenta de manera gráfica la cantidad de veces que precisaron rendir los estudiantes regulares para aprobar la asignatura en 2018 y 2019. Tal como se apreció que el nivel de aprobación había disminuido en 2019 para esta condición, se deduce por la inspección gráfica que más de un 70% en dicho año requirió presentarse al menos tres veces para aprobar, mientras que en 2018 el mismo porcentaje solo precisó rendir a lo sumo dos veces.

Lo anterior pudo deberse, quizás, a la necesidad de revisión y adecuación de los instrumentos de evaluación final utilizados en esta instancia. Este supuesto dio origen a un nuevo proyecto de investigación ya aprobado por la Facultad y en evaluación en el ámbito de la Universidad, propuesto para ser desarrollado en el período 2021-2022, vinculado a las metodologías de evaluación en matemática durante los primeros años de las carreras de ciencias económicas.

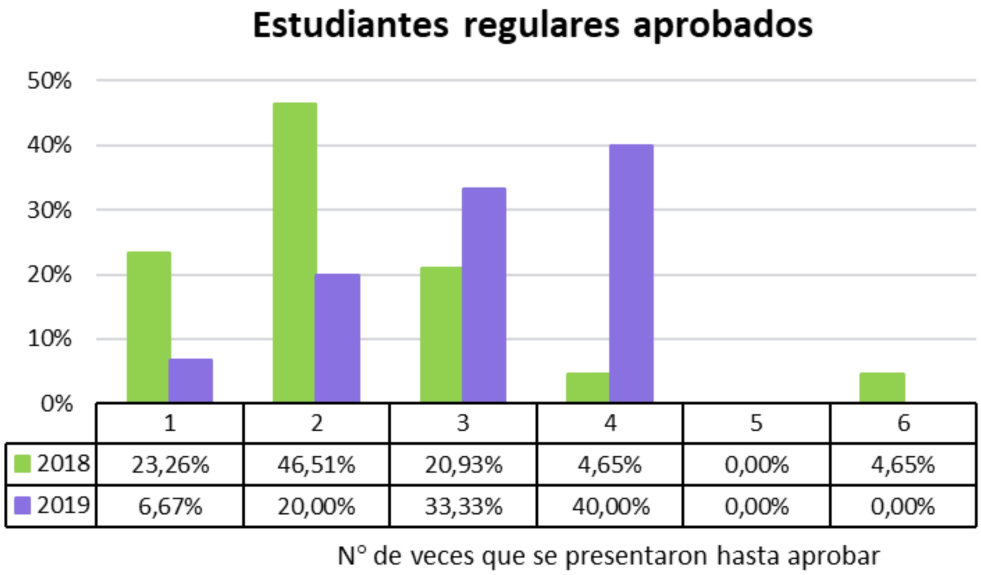


Gráfico 4. Diagrama de barras comparativo entre 2018 y 2019 de cuántas veces se presentaron a rendir los estudiantes regulares en práctica hasta aprobar la asignatura.

7 Conclusiones

Puede afirmarse que la implementación del proyecto significó, al menos en el caso de los estudiantes que ingresan a la Facultad de Ciencias Económicas, una mejora marcada en cuanto a la cantidad de alumnos que lograron la promoción de la práctica, como así también en lo referido al número de estudiantes que aprobó la asignatura mediante examen final durante los primeros llamados correspondientes al año académico.

Esto implicó una disminución porcentual muy similar de los alumnos que quedaron en condición de libres, aunque es importante nuevamente mencionar y hacer hincapié que el número de estudiantes que obtuvo la condición de regular no se modificó de manera considerable.

Esta situación conduce a plantear la necesidad de modificar la metodología de evaluación implementada hasta el momento, tanto en las instancias de exámenes parciales como finales. Seguramente el enfoque que sustente las instancias de evaluación deberá acompañar, de la forma más aproximada posible, la manera en que se desarrollaron los contenidos para optimizar aún más el rendimiento de los estudiantes.

En consecuencia, a partir de los resultados de este proyecto de investigación, se formuló y se encuentra ya aprobado por los evaluadores externos y por la universidad, en los inicios de su ejecución, un nuevo proyecto relacionado con los ajustes necesarios en la metodología de evaluación que acompañe al proceso de enseñanza.

Referencias

Abrate,R., Gabetta,I. y Pochulu,M. (2007). La enseñanza de la Matemática en ciencias económicas ¿en contexto o fuera de contexto? Unión: *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*,12,53-62.

Araujo,S. (2014). *Docencia y enseñanza. Una introducción a la didáctica*. U.N.Q. Argentina.

Barell, J. (2007). *El aprendizaje basado en problemas. Un enfoque investigativo*. Ed. Manantial. Argentina.

Córica, A. (2007). El saber matemático, su enseñanza y su aprendizaje: la mirada de alumnos y profesores. Tesis de licenciatura. U.N. del Centro. Argentina.

García Diez, J. (2015). Análisis de la problemática en Matemáticas en el primer curso de las facultades de ciencias económicas y empresariales. Tesis de Doctorado. Universidad de León.

Hernández Sampieri, Roberto (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill. México.

Hoffman y otros (2013). *Matemática aplicada a la Administración y los Negocios*. Mc Graw Hill. México.

Maggio, Mariana (2016). *Reinventar la clase en la universidad*. Ed. Paidós. Argentina.

Masero Moreno, I. (2015). El enfoque de las Matemáticas en la Economía y la Empresa para el desarrollo de competencias. Elaboración y contraste de una nueva herramienta metodológica. Tesis de Doctorado. Universidad de Sevilla.

Pochulu, M. y Rodriguez, M. (2015). *Educación Matemática*. Eduvim. Córdoba.

Sarmiento Escalona A. y Seijas Macías A. (2006): Matemáticas y Economía en la clase de Matemáticas. Actas XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro Internacional.

Schneebeerger, M. (2018). Enseñar, aprender y evaluar Matemática en carreras de ciencias económicas. *Gestando*, 20, 30-39.

Schneebeerger, M., Ponce, S., Battisti, M. y Domínguez, F. Y. (2019). La gestión de autoevaluaciones en Moodle: una experiencia con estudiantes de primer año de ciencias económicas. *Gestando*, 21, 27-33.

Imágenes del Concepto de los Estudiantes de Ciencias Económicas Respecto a las Inecuaciones Lineales con Valor Absoluto

Mosqueda Daniel Luis
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Nordeste (UNNE)
danielmosqueda50@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática.

Palabras Clave: Imagen del concepto, Valor absoluto, Inecuaciones, Inecuaciones con valor absoluto.

Resumen

El objetivo general de esta investigación consistió en explorar las imágenes que evocan los estudiantes universitarios cuando resuelven inecuaciones lineales con valor absoluto. El método consistió en proponer a 21 alumnos universitarios de ciencias económicas un cuestionario escrito con reactivos relacionados a las nociones de valor absoluto, inecuación e inecuación con valor absoluto. Posteriormente, se realizaron entrevistas semiestructuradas basadas en el cuestionario a siete estudiantes seleccionados. Las respuestas a los cuestionarios y las entrevistas fueron sometidas a un análisis de datos de tipo cualitativo, lo que permitió construir

una categorización de los procedimientos y las respuestas de los estudiantes. Se pudieron identificar las estrategias usuales más utilizadas y las dificultades más comunes en los alumnos cuando resuelven actividades en las que está involucrada una inecuación con valor absoluto. Éstas fueron comparadas con las ya identificadas en estudios relacionados con la temática en alumnos del nivel medio. En conclusión, los estudiantes tienen una imagen del concepto muy acotada de las inecuaciones con valor absoluto. Esto puede deberse a las tareas matemáticas a las que comúnmente se enfrentan en las clases; se recomienda el diseño de estrategias didácticas que involucren distintas definiciones de valor absoluto, a fin de que permitan al alumnado superar las dificultades identificadas y, en este sentido, reducir la brecha entre los objetos matemáticos involucrados y las imágenes de los estudiantes respecto a ellos.

1 Introducción

Las inecuaciones y el valor absoluto forman parte de los contenidos prioritarios de los diseños curriculares en el nivel medio y superior, por lo que su enseñanza y aprendizaje resulta fundamental. Diversos autores (e.g. Tsamir y Almog, 2001; Sackur, 2004; Tsamir, Tirosh y Tiano, 2004) se han centrado en identificar los errores y dificultades que presentan los alumnos del nivel medio cuando resuelven inecuaciones; otros autores como Rodríguez et al. (2018) y Elia et al. (2016), en las concepciones de los estudiantes del secundario que actúan como obstáculos a la hora de resolver problemas en los que interviene el valor absoluto. Algunos investigadores como Almog e Ilany (2012) analizaron los métodos de los estudiantes de secundaria cuando abordan inecuaciones con valor absoluto, sus errores comunes, conceptos erróneos y las posibles fuentes de estos errores. En la universidad, el uso de inecuaciones y valor absoluto está presente en muchas situaciones como en la definición e interpretación del límite funcional o en el cálculo de probabilidades. Estos conceptos son fuentes de errores y sus causas pueden ser diversas; es común definir al valor absoluto como una regla de asignación de valores no negativos a cualquier número real, a diferencia de cómo se presenta en la clase y en los libros de texto del nivel medio: distancia de un número al cero o como un número sin signo. Basarse únicamente en esta definición aritmética da lugar a que el estudiante no comprenda afirmaciones en las que interviene el valor absoluto (David, 2018). El objetivo general de este trabajo consiste en explorar las imágenes del concepto que evocan los estudiantes en ciencias económicas sobre las inecuaciones lineales con valor absoluto.

2 Antecedentes

Almog e Ilany (2012) identificaron errores en alumnos del nivel medio cuando resolvían inecuaciones con valor absoluto: errores en los conectores lógicos, eliminación de las barras de valor absoluto, considerar únicamente soluciones enteras, tratar las inecuaciones como ecuaciones, falta de distinción entre positivo y negativo o entre no negativo y positivo. Y que presentan ciertas creencias erróneas: creencia de que la expresión dentro de las barras del valor absoluto es siempre positiva, la creencia de que el valor absoluto es siempre positivo, la creencia de que el valor absoluto es siempre positivo. En relación con la noción de valor absoluto, Elia et al. (2016) detectaron concepciones como:

a) *Número sin signo*. Tiene justificación en un contexto aritmético, lo que origina dificultades en la manipulación de ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto, que requiere de un pensamiento algebraico (Chiarugi et.. 1990).

b) *Distancia al cero*. Origina respuestas incorrectas como $-5 > x > 5$, $-5 > -x > 5$ o $-5 < x < 5$ en la inecuación $|x| > 5$.

c) *Definición formal*. Es decir como función. Para los estudiantes, es más fácil comprender el valor absoluto visualizándolo como la distancia desde cero en la recta numérica que utilizar símbolos (función).

La problemática de los estudiantes en el aprendizaje de las inecuaciones en el nivel escolar no desaparece en el ámbito universitario (Halmaghi, 2011). En la universidad, el uso de valor absoluto está asociado inicialmente a la resolución de inecuaciones, en las que muchas veces su uso cuando es necesario y los estudiantes no pueden discriminar qué propiedad utilizar. Chiarugi et al. (1990) manifiestan que el valor absoluto se introduce sin motivaciones válidas, situaciones que no dejan comprender su significado y utilidad. Ante la inecuación $|x-a| < \delta$, posiblemente el estudiante no pueda asociar los valores que verifican la inecuación con los valores de la recta numérica que se encuentran a una distancia de a *a* menor que δ (David, 2018). Algunos autores critican la definición usual de valor absoluto como función porque resulta difícil de entender para aquellos con dificultades respecto a las funciones definidas por partes (Gagatsis y Thomaidis, 1994). Para Sierpinska et al. (2011) la definición de valor absoluto como raíz cuadrada evita estas dificultades, pero requiere la enseñanza de desigualdades cuadráticas que muchas veces provocan otros conflictos o no forman parte de los planes de estudios actuales.

3 Marco Conceptual

3.1 Definiciones de valor absoluto

Para Spiegel (1992, p. 2) "el valor absoluto de un número es el correspondiente al número prescindiendo del signo que le afecte. El valor absoluto se representa encerrando el número entre dos barras verticales". En Noriega (2013) propone la siguiente definición:

$$|a| = \begin{cases} a \text{ si } a \geq 0 \\ -a \text{ si } a < 0 \end{cases}$$

Este autor menciona que el módulo tiene una interpretación en la recta real: es la distancia que hay entre a y 0. Y que en términos de raíz cuadrada, el valor absoluto tiene la siguiente caracterización: $|a| = \sqrt{a^2}, \forall a \in \mathbf{R}$. Esta definición se lo puede ver como la composición de dos funciones: $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}_0^+ / f(x) = x^2$ y $g: \mathbf{R}_0^+ \to \mathbf{R}_0^+ / g(x) = \sqrt{x}$. Por otro lado, en la figura 1, se ha considerado por separado a las funciones y se observa que representan la misma función.

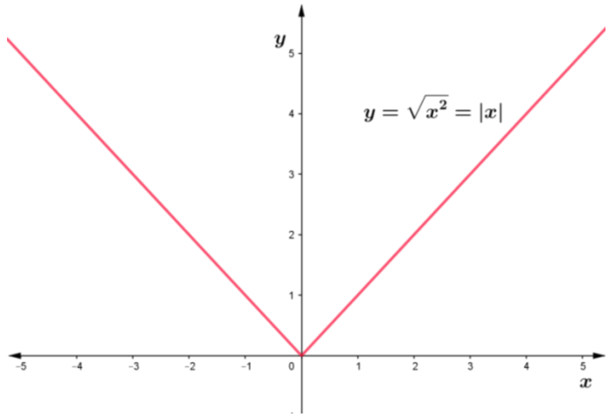


Figura 1. Gráfica de la función valor absoluto.

Sadosky y Guber (2010) definen al valor absoluto o módulo de un número real como el número real considerado con signo positivo. Como el módulo o valor absoluto de un número real x es siempre positivo, Gregoret et al. (2013) afirman que existe la posibilidad de expresarlo como:

$$|x| = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x \leq 0 \end{cases} \text{ o bien } |x| = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x < 0 \end{cases} \text{ o también } |x| = \begin{cases} x \text{ si } x > 0 \\ -x \text{ si } x \leq 0 \end{cases}$$

Stewart et al. (2012) definen al valor absoluto, denotado por $|a|$, como la distancia de a a 0 en la recta de números reales. La distancia es siempre positiva o cero, de modo que). Así la distancia del –3 al 0, *d*(–3, 0), es 3 por lo que $|-3| = 3$, $d(5,0) = |5| = 5$ (ver figura 2).

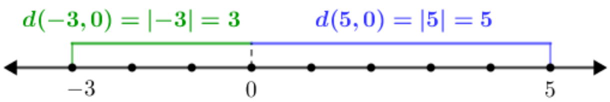


Figura 2. Definición de valor absoluto como distancia al cero.

Algo similar se encuentra en Courant y Robbins (1947): "*La distancia de un punto A del origen, considerada como positiva, se llama valor absoluto de A y se indica con el símbolo* $|\mathrm{A}|$. *Es decir, si es* $\mathrm{A} \geq 0$, *se tiene* $|\mathrm{A}| = \mathrm{A}$ *; y si es* $\mathrm{A} \leq 0$, *se tiene* $|\mathrm{A}| = -\mathrm{A}$ " (p. 65). Otra forma de definir al valor absoluto es como una función por partes o a trozos $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}_{\geq 0 0}$ que denotaremos por $r \rightarrow |r|$ (Gentile, 1976)

$$|r| = \begin{cases} r \text{ si } r \in \mathbf{R}_{\geq 0 0} \\ -r \text{ si } r < 0 \end{cases}$$

Rey Pastor et al. (1963) afirman que el valor absoluto de un número real *x* puede definirse como el mayor de los números *x* y *–x* cuando *x* no es cero, y es igual a ambos cuando *x* es cero. Eesto es lo que propone Grafe (1985) cuando define al valor absoluto utilizando la función máximo:

$$|x| = \textit{máx}\ \{x, -x\}$$

3.2 Imagen Conceptual

Cuando un sujeto observa o escucha el nombre de un concepto, esto resulta un estímulo para su memoria y evoca algo. Por lo general, no es la definición del concepto, incluso en el caso de que el concepto tenga una definición. La *imagen del concepto* es "algo" no verbal asociado en la mente del sujeto con el nombre del concepto (Vinner, 1991); incluye todas las imágenes mentales, las propiedades y procesos asociados al concepto. Se construye a través de experiencias de todo tipo y se ve modificada cuando el individuo se enfrenta a nuevas situaciones y madura, es decir dispone de la capacidad de afrontar a tales situaciones. Ante cierto estímulo, solo se activa y se desarrolla una porción de la imagen del concepto, que no necesariamente forma un todo coherente; la porción de la imagen del concepto que se activa en un contexto dado se denomina *imagen del concepto evocada.* Para un individuo, adquirir un concepto significa formar una imagen del concepto; saber de memoria la definición de un concepto no garantiza el entenderlo. Sin embargo, la *definición de un concepto matemático* es una secuencia de palabras utilizadas para explicar con precisión ese concepto, fruto de la evolución histórica (Tall y Vinner, 1981, Azcárate y Camacho, 2003). Como expresa Vinner (1983), la definición de un concepto es una definición verbal que explica con precisión el concepto de forma no circular. Puede ser aprendido por un individuo de manera rutinaria o significativamente. La definición del concepto abarca tanto la definición formal como también, una reconstrucción personal por parte del alumno de una definición. Para Vinner (1991), la estructura cognitiva de un sujeto está compuesta por dos celdas (imagen del concepto y definición del concepto). La figura 3 se refiere al largo proceso que conlleva la formación de un concepto matemático, una constante interacción entre las celdas de la definición del concepto y la imagen del concepto. Sin embargo, en la figura 4 se muestra lo que pareciera que esperan los profesores de diferentes niveles: que la imagen del concepto se forme a partir de la definición del concepto y que será controlada completamente por ésta.

Figura 3. Interacción entre la definición del concepto y la imagen conceptual (Vinner, 1991)

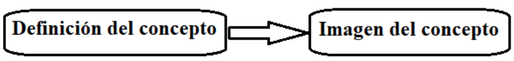


Figura 4. Crecimiento cognitivo de un concepto formal (Vinner, 1991)

Ante una tarea matemática, el docente espera que la definición del concepto se active en el alumno y las imágenes del concepto se presenten en un segundo plano no suele ocurrir (figura 5). Usualmente el estudiante no utiliza la celda de la definición del concepto, incluso si no está vacía, responde de acuerdo a su imagen del concepto (ver figura 6). Pero puede suceder que un alumno responda correctamente con la definición formal de un objeto, pero al mismo tiempo puede tener una imagen conceptual inapropiada de él (Tall & Vinner, 1981) o más aún, no tenerla siempre que algún significado no esté asociado con el nombre del concepto (Vinner, 1991).

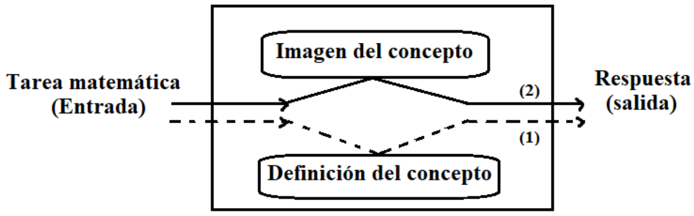


Figura 5. Modelo de actividad mental de los estudiantes esperado por los docentes, adaptado de Vinner y Hershkowitz (1980)

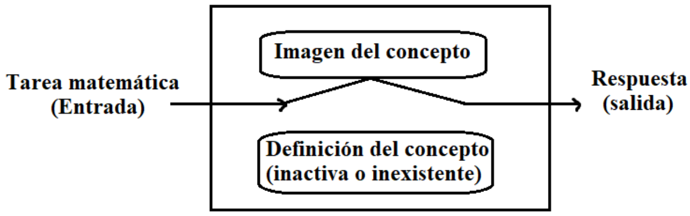


Figura 6. Modelo mental real de la mayoría de los estudiantes, adaptado de Vinner y Hershkowitz (1980)

4 Metodología

Se utilizaron dos instrumentos. El primero consistió en un cuestionario escrito con diversos reactivos, algunos de los cuales fueron tomados y adaptados de la literatura especializada, y otros son de elaboración propia. Dichos reactivos se relacionan con las nociones de valor absoluto, inecuación e inecuación con valor absoluto. Participaron 21 estudiantes de la asignatura Álgebra y Geometría Analítica de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste. Posteriormente se realizaron entrevistas semiestructuradas a siete estudiantes seleccionados basados en el cuestionario. La metodología es de tipo cualitativo, lo que permitió construir una categorización de los procedimientos y las respuestas de los estudiantes. La tabla 1 expone el conjunto solución de cada inecuación propuesta; se incluye el conjunto solución y su respectiva representación gráfica.

Tabla 1. Clasificación de las inecuaciones empleadas en el estudio según su conjunto solución.

Inecuación	Solución	Clasificación según su conjunto solución	Representación gráfica de la solución
a) $\|x\| > 4$	$x > 4$ o $< -4, x \in \mathbf{R}$	Infinitas soluciones	Intervalo no acotado
b) $\|x\| + 2 \leq 0$	S = $\varnothing$	La solución es el conjunto vacío	--------

c) $\lvert x\rvert \le 0$	$x = 0$	Una única solución	Un punto
d) $\lvert x\rvert \ge 0$	$x \in \mathbf{R}$	Infinitas soluciones	Recta real
e) $\lvert x-2\rvert < 1$	$x \in \mathbf{R}: 1 < x < 3$	Infinitas soluciones	Intervalo abierto
f) $\left\lvert 4x - \frac{1}{2}\right\rvert > 2{,}5$	$x < -\frac{1}{2}$ o $x > \frac{3}{4}, x \in \mathbf{R}$	Infinitas soluciones	Intervalo no acotado
g) $\lvert 2-3x\rvert \le 5$	$x \in \mathbf{R}: -1 \le x \le \frac{7}{3}$	Infinitas soluciones	Intervalo cerrado
h) $\lvert x-4\rvert < -2$	S = $\varnothing$	La solución es el conjunto vacío	--------
i) $\lvert x+3\rvert < -3\lvert x-1\rvert$	S = $\varnothing$	La solución es el conjunto vacío	--------

Todos estos ejercicios propuestos hicieron referencia a lo procedimental, es decir, al saber hacer. Pero, permitieron explorar parcialmente la imagen del concepto sobre las inecuaciones con valor absoluto que presentan los alumnos de ciencias económicas. Por lo que se añadieron las siguientes preguntas:

A) ¿Qué es el valor absoluto de un número real?, B) ¿Qué es una inecuación?, C) ¿Qué entiendes por inecuación con valor absoluto? Estos interrogantes permitieron conocer la definición de valor absoluto, inecuación e inecuación con valor absoluto que posee el estudiante respectivamente.

5 Resultados

Luego del análisis de las respuestas de los estudiantes al cuestionario escrito y a las entrevistas semiestructuradas, se presenta una categorización en procedimientos adecuados y no adecuados obtenidos a partir de la consigna 1 del cuestionario escrito. Mientras que en la consigna 2, las categorías están relacionadas con las definiciones de valor absoluto, inecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.

Las denominaciones de las categorías para la consigna 1 pueden observarse en la tabla 2; en la última columna se especifica el número de respuestas que le corresponde a cada una de ellas, por ejemplo “a) 15/21” indica que 15 de las 21 respuestas pertenecen a una determinada categoría para resolver la inecuación a). En la tabla 3, se exponen las categorías y subcategorías definidas para los tres interrogantes A), B) y C).

Tabla 2. Categorías definidas en la consigna 1 del cuestionario escrito.

Procedimientos Algorítmicos	Categorías	Inecuación/ respuestas
Adecuados	1. Aplicación de propiedades del valor absoluto.	a) 15 /21 b) 17/21 c) 12/21 d) 13/21
	2. Valor absoluto como cantidad no negativa.	g) y h) 2/21 i) 1/21
	3. Asignar valores a *x*.	e) 2/21
No adecuados	1. Eliminación de las barras de valor absoluto.	a), b), c), e), h) e i) 3/21 d) 2/21 f) y g) 5/21
	2. Considerar para el conjunto solución el mismo sentido de la desigualdad con valor absoluto.	a) y c) 1/21
	3. Uso indiscrimiando de la disyunción y la operación unión.	a) 2/21 c) 6/21 e) y h) 1/21 f) 2/21
	4. Escribir un número real como intervalo.	8/21
	5. Generalizar propiedades del valor absoluto para números no positivos.	15/21
	6. Considerar válida la linealidad del valor absoluto.	g) 4/21
	7. No existencia de solución	4/ 21
	8. No resuelven	e), i) 4/21
	9. Otros.	3/21

Tabla 3. Categorías definidas para la consigna 2 del cuestionario escrito.

Definiciones	Categorías	Subcategorías

Valor absoluto	1. Un número sin signo.	
	2. Un número positivo.	
	3. Un número positivo o cero.	
	4. Distancia.	Incluyen el 0.
		No incluyen el 0.
	5. Regla de asignación de un número según sea positivo, negativo o cero.	
Inecuaciones	1. Desigualdad.	
	2. Desigualdad entre expresiones algebraicas.	Contiene al menos una incógnita.
		Figura la letra *x*.
	3. Desigualdad entre conjuntos numéricos.	Siempre tiene solución.
		Puntos en la recta numérica – como un intervalo real.
	4. Restricción sobre cierto dominio.	
Inecuaciones con valor absoluto	1. Desigualdad en la que la variable está afectada por el valor absoluto.	*a*. Asociada a métodos o propiedades para resolverla. *b*. Distancia entre *x* y 0. *c*. La variable es positiva o no tiene signo.
	2. La incógnita es el valor absoluto de *x*.	
	3. Como un subconjunto no vacío de números reales.	*a*. Es un intervalo. *b*. Números que corresponden a la recta numérica.
	4. Como una inecuación en general.	

En resumen, se puede observar que predomina como imagen una definición aritmética del valor absoluto para la mayoría de los estudiantes. Para algunos de ellos, siempre es posible encontrar una solución no vacía de una inecuación con valor absoluto (soluciones compatibles) y resolver una inecuación con valor absoluto consiste en llevar a cabo tres pasos bien definidos:

a) Identificar el sentido de la desigualdad, es decir si el número real dado es mayor (o mayor igual) menor (o menor igual) que el valor absoluto de una expresión algebraica.

b) Aplicar una de las propiedades del valor absoluto equivalentes a las desigualdades, cualquiera sea el valor del número real *k*.

c) Una vez determinada la solución, deben expresarla como un intervalo, que muchas veces no encuentran su razón de ser.

6 Conclusiones y trabajos futuros

Este estudio permitió conocer las definiciones e imágenes que evocan un grupo de estudiantes de ciencias económicas cuando resuelven inecuaciones lineales con valor absoluto, y que no son totalmente correctas. La investigación permitió reconocer, por un lado, las falencias que presentan los estudiantes en relación con el uso de las definiciones formales y por otro, aquellas imágenes que forman en su mente a partir de los ejemplos y actividades que propone el docente en sus clases. En futuras investigaciones se podrían analizar el tratamiento de las inecuaciones con valor absoluto en los libros de textos universitarios, compararlos y observar en ellos la emergencia o no de distintas imágenes de las inecuaciones con valor absoluto. Por otro lado, se podría afianzar en las clases la resolución de las inecuaciones con valor absoluto utilizando el método gráfico en la que a cada miembro de la inecuación es una función, que a su vez, en algunos casos podría considerarse como una manera de comprobar el conjunto solución.

Referencias

- Almog, N., & Ilany, B. (2012). Absolute value inequalities: high school students' solutions and misconceptions. *Educational Studies in Mathematics, 81*(3), 347-364. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9404-z
- Azcárate, C. y Camacho, M. (2003). Sobre la investigación en didáctica del análisis matemático. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, *10*(2), 135-149.
- Chiarugi, I., Fracassina, G., & Furinghetti, F. (1990). Learning difficulties behind the notion of absolute value. In G. Booker, P. Cobb, & T. N. de Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the 14th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 231-238). International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Courant, R. y Robbins, H. (1979). *¿Qué es la matemática? Una exposición elemental de sus ideas y métodos* (5.ª ed., L. Bravo Gala, trad.). Aguilar. (Original publicado en 1955).
- David, E. (2018). *Peter's evoked concept images for absolute value inequalities in calculus contexts*. A. Weinberg, C. Rasmussen, J. Rabin, M. Wawro, & S. Brown (Eds.), *21st Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 949-956). SIGMAA.

- Elia, I., Özel, S., Gagatsis, A., Panaoura, A., & Yetkiner Özel, Z.E. (2016). Students mathematical work on absolute value: focusing on conceptions, errors and obstacles. *ZDM Mathematics Education*, *48*(6), 895-907. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0780-1
- Gagatsis, A., & Thomaidis, I. (1994). Une étude multidimensionnelle du concept de valeur absolue. In M. Artigue, G. Régis, L. Colette, T. Patricia, & Balacheff N. (Eds.), *Vingt Ans de Didactique de Mathématiques en France* (pp. 343-348). La Pensée Sauvage.
- Gentile, E. (1976). *Notas de álgebra I*. (2.ª ed.). Eudeba. (Original publicado en 1973).
- Grafe Arias, J. (1985). *Matemáticas universitarias. Para estudiantes de ciencias económicas y empresariales*. McGrawHill.
- Gregoret, A., Albione, M., y Núñez, A. (2013). *Cálculo diferencial e integral en una variable* (1.ª ed., T.1). Cengage Learning.
- Halmaghi, E. (2011). *Undergraduate students' conceptions of inequalities* [Tesis doctoral]. Universidad de Bucarest.
- Noriega, R. (2013). *Cálculo diferencial e integral* (3.ª ed.). Editorial Docencia. (Original publicado en 1979).
- Rey Pastor, J. Pi Calleja, P. y Trejo C. (1963). *Análisis matemático*. (7.ª ed., vol. 1). Kapelusz. (Original publicado en 1952)
- Rodríguez, S. D., Almouloud, S. A., y Guerra, F. U. (2018). Mapeo de las concepciones de alumnos: análisis cohesitivo en una situación didáctica sobre el valor absoluto. *Horizontes - Revista de Educação*, *6*(12), 62-92.
- Sackur, C. (2004). Problems related to the use of graphs in solving inequalities. In M. J. Høines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 148-152). Bergen University College.
- Sadosky, M. y Guber, R. (2010). *Elementos de cálculo diferencial e integral*. (23.ª ed.). Alsina. (Original publicado en 1956).
- Sierpinska, A., Bobos, G., & Pruncut, A. (2011). Teaching absolute value inequalities to mature students. *Educational Studies in Mathematics*, *78*(3), 275-305. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9325-2
- Spiegel, M. (1992). *Álgebra superior*. (2.ª ed., L. Gutiérrez Diez, A. Gutiérrez Vázquez, trad.). McGraw-Hill. (Original publicado en 1991).
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(2), 151-169. https://doi.org/10.1007/BF00305619
- Tsamir, P. & Almog, N. (2001). Students' strategies and difficulties: the case of algebraic inequalities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *32*(4), 513-524. https://doi.org/10.1080/00207390110038277
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Tiano, S. (2004). *"New errors" and "old errors": the case of quadratic inequalities*. Høines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 155-158). Bergen University College.

- Vinner, S. (1983): Concept definition, concept image and the notion of function, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14*(3), 293-305. http://dx.doi.org/10.1080/0020739830140305
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall D. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Kluwer. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_5
- Vinner, S. & Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometrical concepts. In R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 177-184). University of California, Lawrence Hall of Science.

Una Experiencia de Evaluación en la Virtualidad

Autores: De Rosa, Elisa; Ross, Sonia P.; Veliz, Margarita
Facultad de Ciencias Económicas (UNT)
E-mail: ederosa@face.unt.edu.ar; sross@ face.unt.edu.ar ; mveliz@face.unt.edu.ar

Eje temático: Educación matemática

Palabras clave: virtualidad, evaluación, aula virtual

Resumen

En la asignatura Matemática II de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT, a raíz de la pandemia protagonizada por el Covid-19, se asumió la modalidad no presencial a través del campus virtual que brinda la universidad.

Durante el primer cuatrimestre de 2021 y, teniendo en cuenta la experiencia de lo actuado en 2020, se trabajó en el redictado de la materia fundamentalmente de forma asíncrona y las comunicaciones entre los distintos actores se desarrollaron principalmente a través del Aula Virtual, donde se generaron espacios para la enseñanza y la interacción entre profesores y alumnos, y alumnos entre sí, esto último a través de los foros de discusión.

En relación con los contenidos, semanalmente se publicaron los materiales pautados para esa semana, donde por lo general resultaron un texto que los estudiantes pudieron descargar y leer sin necesidad de conexión a Internet. Acompañaron a este material, además de una clase y una consulta virtual, una serie de recursos y materiales didácticos como ser actividades en Geogebra, H5p, presentaciones en Power Point de ejercicios resueltos o de imágenes de exámenes anteriores resueltos y corregidos para analizar, entre otros.

En cuanto a la evaluación, se trabajó con los alumnos que deseaban sólo regularizar la materia y con aquellos que manifestaron su voluntad de promocionarla. La primera fue mediante Cuestionarios, consistentes en preguntas aleatorias de un banco de preguntas previamente cargado (práctica) y la segunda, además del cuestionario de práctica, con preguntas teóricas. Los resultados logrados se muestran en este trabajo.

Introducción

A raíz de la pandemia protagonizada por el Covid-19,el empleo de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) se transformó en un tema prioritario. El hecho fue llevar esta tecnología en primer lugar a la docencia con la idea de elevar la eficiencia de la dirección del proceso docente en cuanto al saber hacer y en la búsqueda por aportar a la enseñanza una base más científica y hacer más productiva la educación.

En la asignatura Matemática II (Cálculo) de la Facultad de Ciencias Económicas, durante el primer cuatrimestre se trabajó en el re dictado de la materia en lo que se llamó *Taller de Matemática II,* en una experiencia principalmente a través del Aula Virtual, donde se generaron espacios para la enseñanza y la interacción entre profesores y estudiantes y estudiantes entre sí.

Se considera importante mencionar que la idea de "clase virtual", según López (2014)se entiende como una propuesta amplia, que incluye los recursos, intercambios, materiales, comunicaciones, actividades, textos, lecturas y reflexiones en su conjunto, que surgen a partir de la propuesta semanal que realiza el profesor en el aula virtual. En cuanto a la evaluación de los aprendizajes en la virtualidad, desde la Plataforma Moodle se trabajó con el diseño de actividades del tipo "Cuestionarios", un espacio de entrega de "Tareas", "Foros" de debates, entre otros. Además, se pudo también trabajar en instancias de encuentros sincrónicos utilizando videollamadas. Los diferentes recursos permiten al docente realizar devoluciones sobre cómo va el aprendizaje de sus alumnos, de modo que ellos accedan a un *feedback* permanente.

> "Pensar en estrategias de autoevaluación, de co-evaluación y/o de prácticos evaluativos (similares a los prácticos o evaluativos que uno hubiese tomado en el cursado presencial), con el propósito de trabajar en dinámicas de retroalimentación y feedback (devoluciones) por parte de los docentes. No entender estas entregas de trabajos como instancias de acreditación de saberes".Recomendaciones Secretaría Académica UNT (Parte I, Abril 2020, p.4).

En cuanto a la evaluación, la principal recomendación fue que, en este tiempo de aislamiento, sólo se desarrollen evaluaciones de proceso, tendientes a lograr un seguimiento del aprendizaje de los estudiantes.

FUNDAMENTACIÓN

Cuando nos referimos a la evaluación, la consideramos una parte indisociable del proceso de enseñanza y aprendizaje (Anijovich, 2019).

En el campo de la educación, el término "educación virtual"está adquiriendo protagonismo: *"…en la Educación Virtual el proceso de enseñanza-aprendizaje se establece en un 'asincronismo distance', es decir, los alumnos pueden estar localizados en diferente tiempo y en diferente lugar"* (Zúñiga-Zárate, 2000, p. 91).

En este contexto de la virtualidad, se identifica dos perspectivas importantes de la investigación sobre el tema de evaluación. Por una parte, la pedagógica y la didáctica y por otra, el uso de los recursos de las TIC, donde se documenta la interrelación alumno profesor.

Es importante destacar que tanto la comunicación sincrónica como la asincrónica, presentan una serie de ventajas según Cabero y Llorente (2007) para la interacción y la comunicación, y por tanto para la formación y el aprendizaje. Por ejemplo:

- favorece el aprendizaje constructivista, ya que facilita que los alumnos puedan leer y reflexionar con suficiente tranquilidad y sin premura, sobre la información que se presenta, y al revisarla se potencia la oportunidad de desarrollar un aprendizaje reflexivo;
- desarrolla la participación sobre un tema;
- genera discusiones sobre una temática;
- potencia una comunicación multimediática y multidireccional;
- aclara dudas y resuelve problemas;
- establece relaciones afectivas entre las personas al crear un espacio social para el intercambio de información y el desarrollo de relaciones afectivas;
- intercambia opiniones, informaciones, etc.;
- intercambia bibliografía y objetos de aprendizaje de interés para todos los participantes.

DESARROLLO

La metodología de estudio y trabajo estuvo basada en cuatro pilares fundamentales:

1- Los docentes - guías: Entendiendo que enseñar es crear condiciones, acercar contextos o facilitar tareas y recursos, para que los alumnos desarrollen su proceso de aprendizaje. El rol del docente en la virtualidad es fundamental, ya sea ayudando en la apropiación de los materiales de estudio, como en la permanente asistencia en el aprendizaje de sus alumnos.

2- El cronograma de trabajo: El cronograma es un documento que permite advertir el desarrollo del curso en líneas generales, al estructurar el curso en tiempos determinados (por días o semanas). Allí se muestran los temas a abordar, las actividades y los materiales y actividades planificados para cada instancia. Se marca de manera especial las fechas de exámenes parciales, horarios de consulta, etc.

3- Los docentes generadores de materiales de estudio y actividades didácticas: Como parte de toda propuesta didáctica se cuenta con materiales de estudio y actividades que permiten el acercamiento a los contenidos propuestos por los responsables de la asignatura. Tanto materiales como actividades pensadas para cada unidad de aprendizaje son accesibles a través de Internet.

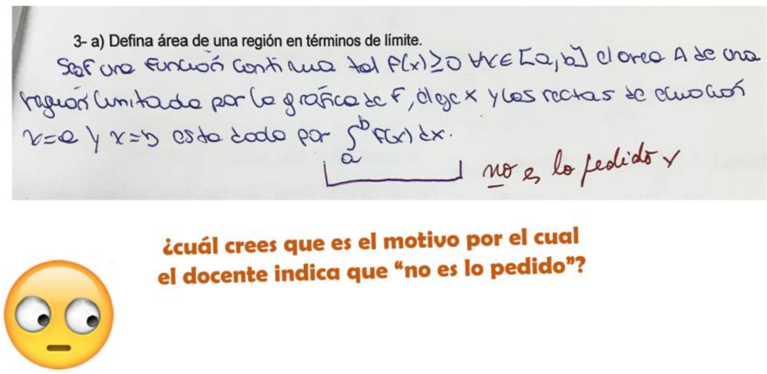
4- El soporte: aula virtual en entorno con acceso a través de Internet.

También, se incorpora preguntas de respuesta cerrada al finalizar las unidades didácticas o los módulos. Se trata de preguntas de respuesta previsible, es decir, que se pueden contestar sin dificultad a partir de los contenidos de los materiales didácticos.

METODOLOGÍA

Uno de los recursos que se usaron para contribuir a la reflexión de los alumnos en su estudio, fue el de buscar en parciales de años anteriores, ejercicios teóricos, en donde se había cometido errores conceptuales o bien estaban mal resueltos. Estos ejercicios se presentaron a los alumnos en *Power Point* para que pudieran ver cuáles son algunos de los errores que se cometen. Se presentan imágenes sobre el tema Integrales, con las correcciones que marca el docente, donde el alumno debería ser capaz de analizar la corrección impuesta por el docente en su momento, y dar a su vez, la respuesta correcta a la consigna del examen.

Figura 1: imagen presentada a los alumnos sobre el tema Integrales - Fuente: Cátedra Matemática II – Año 2021



Como punto de partida, para el diseño de la evaluación en la modalidad virtual, se realizó un análisis de los resultados obtenidos en la modalidad de evaluación empleada en el Taller de Matemática II del primer cuatrimestre del año 2020, tanto en lo pertinente a las calificaciones obtenidas por los estudiantes como así también a las bondades y dificultades observadas en esa oportunidad y manifestadas por los alumnos en la encuesta al finalizar ese cursado.

Es así que se diseñó una evaluación mixta, por etapas, consistiendo en 2 partes para quienes quisieran promocionar la materia. Los estudiantes que quisieran optar solo por regularizar la asignatura, sólo debían tomar la primera parte de la evaluación.

Parte 1. Cuestionario Práctico.

Consistió en la resolución de un cuestionario en la plataforma del aula virtual. Es una evaluación de contenidos prácticos independiente del alumno, con control sincrónico del docente, mediante el uso de la herramienta de videoconferencias que ofrece *Google Meet.*

Ante situaciones detectadas en la experiencia de los docentes durante el año anterior (año 2020), este control sincrónico fue grabado por los docentes a cargo de cada sala de reunión virtual.

Las indicaciones para los estudiantes fueron habilitadas en el aula virtual con anterioridad al horario de inicio.

Figura 2: Presentación de toda la Información que se pone a disposición de los alumnos antes de los parciales,(3er parcial, en este caso particular), 1° cuatrimestre, Taller Matemática II, año 2021 - Fuente: Cátedra Matemática II – Año 2021

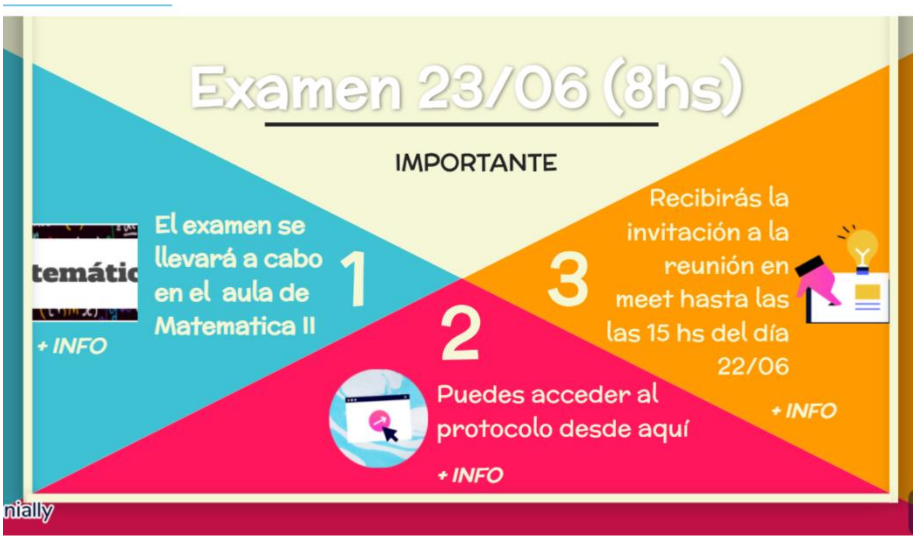


Figura 3: Información que se les da a los alumnos antes de los parciales, 1° cuatrimestre, Taller Matemática II, año 2021 - Fuente: Cátedra Matemática II – Año 2021

MODALIDAD PARA RENDIR PARCIALES: PARA ALUMNOS

1) Conectarse a las 17.45hs a una videoconferencia en el link que se le envíe por mail durante la mañana del día del examen y que se encontrará publicado al lado de su nombre, en el archivo "Links para parcial".
2) Tener disponible su DNI, lapicera azul o negra y 4 o 5 hojas en blanco que deben tener escrito el nombre completo, número de DNI y firma, en la parte superior de cada hoja que utilice para su examen.
3) El docente encargado de la video-conferencia le impartirá las indicaciones del examen, que comenzará a las 18hs. Horario después del cual, no se admitirán nuevos alumnos en la conferencia.
4) Esta primera parte consistirá en la resolución de un cuestionario en la plataforma del aula virtual, que se abrirá a las 18hs (margen de tolerancia: 10 minutos) y se cerrará a las 18.55hs (tocar "enviar intento" antes de ese horario). El alumno dispondrá de 55 minutos para realizar el mismo.

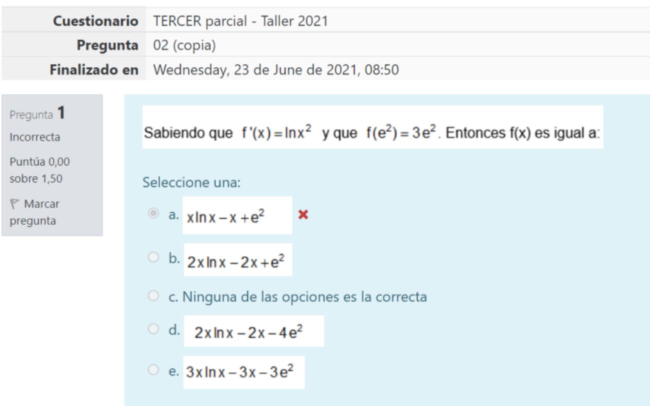
Fuente: Cátedra Matemática II – Año 2021

Los cuestionarios tuvieron como fuente un banco de preguntas que se seleccionaban de manera aleatoria para cada estudiante, resultando en una evaluación de seis preguntas del tipo Verdadero o Falso (donde se requería la justificación), para completar con la respuesta al enunciado o de *Multiple Choice*.

Al finalizar el cuestionario, los estudiantes debían subir al Aula Virtual, en un espacio preparado a ese efecto, un archivo PDF confeccionado mediante el uso de alguna aplicación del teléfono, siendo la sugerida por la cátedra la App llamada "*CamScanner*". En este archivo debían quedar expuestas las resoluciones de las consignas propuestas en el cuestionario y que dieron origen a las respuestas marcadas en el mismo y la imagen de su DNI físico, que mostraron al docente encargado de su reunión de *Google Meet* al momento de iniciar la misma.

Para ello, se confeccionó un tutorial para los estudiantes sobre el uso de esta aplicación y se fijó un link para la "Entrega de resolución práctica", configurado con una temporalidad de 15 minutos posteriores a la finalización del cuestionario. Pasado ese tiempo, si el estudiante no realizaba la entrega del archivo, se consideró nula su participación en el cuestionario. Cabe aclarar que la temporalización en este caso, fue mayor que la brindada en el año anterior, basados en la experiencia obtenida y en el control sincrónico que se encontraba realizándose al momento de la confección de los archivos.

Figura 4: Presentación del cuestionario - Fuente: Cátedra Matemática II – Año 2021



Parte 2. Evaluación teórica.

Se evaluaron contenidos teóricos con control regulado por parte del plantel docente, mediante video llamada por *Google Meet*, en la cual el docente guía marcó los tiempos de cada uno de los ejercicios que se iban mostrando en pantalla al alumnado.

Para controlar y grabar esta segunda parte, se dividió a los estudiantes en grupos de no más de 10 o 12 personas, donde cada grupo tenía para rendir un temario diferente del que se estaba mostrando en los otros grupos.

Para acceder a la promoción, que era optativa, los alumnos debían inscribirse antes, en un espacio asignado. De esta forma se tenía el listado de alumnos para dicho momento.

Figura 5: Información que se les da a los alumnos que desean promocionar (antes del parcial, 1° cuatrimestre, Taller Matemática II, año 2021)

PARA QUIENES DESEAN PROMOCIONAR LA MATERIA

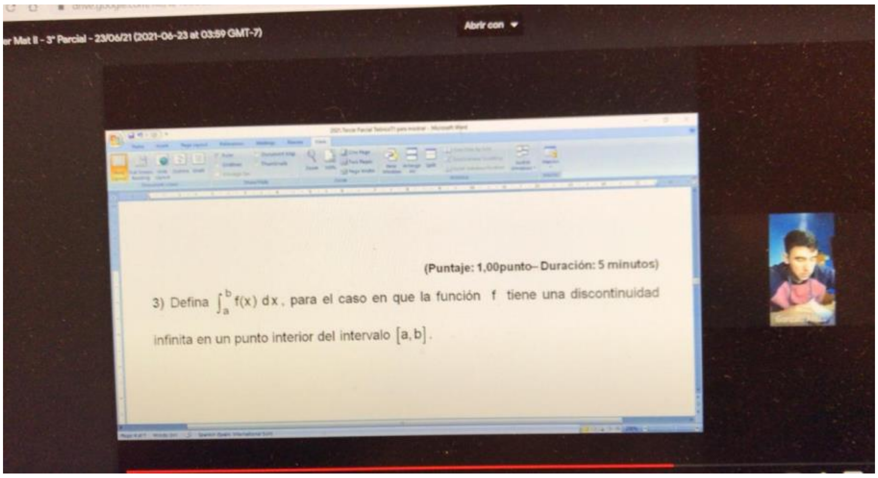
- **Deben haberse anotado en el link "¿quieres intentar promocionar la materia?", disponible en el Aula Virtual.**
- **Al finalizar el examen práctico (Cuestionario), continuará con el examen teórico.**
- **El docente encargado de la reunión impartirá las indicaciones correspondientes, para el desarrollo de la parte teórica.**
- **La resolución del examen teórico se debe realizar de manera ordenada en las hojas, ya que una vez finalizado el mismo, el alumno procederá a subir, en el link "Entrega de resolución parte teórica" (se encuentra a continuación del link del cuestionario), la resolución de los enunciados en archivo PDF (creado con alguna aplicación del teléfono, como por ejemplo CamScanner). Cada hoja de este archivo debe contener el DNI físico, como así también, tener escrito el nombre completo, número de DNI y firma, en la parte superior de cada hoja que utilice para su examen.**

Esta evaluación se programó para el mismo día que participaban del cuestionario, minutos después del envío del cuestionario práctico (PDF)en el mismo link de invitación por e-mail a los alumnos que fueron asignados por grupos.

Para el desarrollo de la primera y segunda parte, se controló la identidad de los alumnos, y atendiendo a la seguridad, se revisaron documentos y firma en la parte superior de las hojas utilizadas, pidiendo a los alumnos que tengan el celular o computadora de tal manera que puedan ser identificados por el docente y vistas sus manos y hoja de examen.

Para el desarrollo de esta evaluación, el docente mostró a los alumnos cada uno de los ejercicios con el tiempo asignado para resolverlo, como se puede apreciar en la Figura 6.

Figura 6: Examen teórico correspondiente a la segunda parte del tercer parcial - Fuente: Cátedra Matemática II – Año 2021



Al terminar la video llamada, los estudiantes debían subir el archivo PDF confeccionado a partir de sus resoluciones de las consignas de la segunda parte, subido en el espacio asignado en el aula virtual como “Entrega de resolución segunda parte”.

Los estudiantes no debían abandonar la video conferencia hasta que el docente no diera esa indicación.

RESULTADOS

- La situación final de los estudiantes, comparado con el año anterior, se resume en la siguiente tabla.

Tabla Nº 1:

Condición final del alumno	Año 2020	Año 2021
Libre	52%	48%
Promocionado	4%	5%
Regular	44%	47%
Total general	**N=71**	**N =98**

Fuente: Cátedra Matemática II – Años2020 y 2021

Al observar los resultados obtenidos en el re dictado virtual del primer cuatrimestre 2020 y los que resultaron del re dictado virtual del año 2021, se denotan porcentajes donde no hay demasiada variabilidad. Pero es interesante notar que casi la mitad de los alumnos lograron regularizar la materia ambos años en la modalidad virtual.

- La situación final de los estudiantes en condición de “Libre” puede desglosarse en la siguiente tabla:

Tabla Nº2:

Condición finaldel alumno	Año 2020	Año 2021
Libre sin parcial rendido	37%	18%
Libre por inasistencia con parcial rendido	7%	15%
Libre por parcial rendido y aplazado	8%	14%
Total alumnos	N=71	N=98

Fuente: Cátedra Matemática II – Años 2020 y 2021

Lo que se puede destacar es que los alumnos en condición de “Libres”, lograron esa condición más adelante en 2021 que en 2020, es decir después de rendir parciales. Se podría conjeturar que el motivo obedece a que tanto los alumnos como los docentes estaban más habituados a la modalidad virtual.

- Al finalizar el cursado, se aplicó una encuesta a los estudiantes que, si bien no explicitaba preguntas específicas en relación a la evaluación, contenía un segmento de opinión libre. En este segmento, algunos estudiantes manifestaron que la metodología para el escaneo y presentación de los archivos PDF fue recepcionada de manera positiva, salvando las dificultades con los instructivos puestos a su disposición.

CONCLUSIONES

La experiencia en la virtualidad lograda por los docentes de la cátedra en el año 2020, hizo que se detectaran tempranamente en el dictado del Taller del primer cuatrimestre de 2021, las necesidades del escenario marcado por la pandemia. Esto se vio reflejado en soluciones prácticas y concretas para la respuesta a una meta puntual: la evaluación de los contenidos enseñados. Es por esta situación que la cátedra finalizó el cursado del primer cuatrimestre en tiempo y forma, con resultados de recuperaciones hasta el mes de julio.

Referencias

- Anijovich, R. (2019). Orientaciones para la Formación Docente y el Trabajo en el aula: Retroalimentación Formativa. Recuperado de: https://www.summaedu.org/wpcontent/uploads/2019/07/RETROALIMENTACION-FORMATIVA_2019_apaisado.pdf
- Cabero, J.; Llorente, M. (2007). La interacción en el aprendizaje en Red: Uso de herramientas, Elementos de Análisis y Posibilidades Educativas. RIED v.10, 97-123. AIESAD.
- Elbert, A.; Gergich, M.; Imperatore, I. y López, S. (2013). *Por dónde empezar: estrategias comunicacionales y didácticas de la clase inaugural universitaria en la modalidad virtual asincrónica*. En Actas de la I Jornadas Nacionales y III Jornadas sobre Experiencia e Investigación en Educación a Distancia y Tecnología Educativa en la UNC. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba.
- García Aretio, L. (coord.) (2007). *De la educación a distancia a la educaciónvirtual*. Barcelona: Ariel.
- López, S. (2014). *Estrategias de enseñanza: hacia la narrativa digital transmedia en el aula virtual*. Tesis de Maestría UNED. Madrid.
- Medina, M. (2016*). La socialización en los estudiantes universitarios de la Universidad Nacional de Quilmes.* En Sepúlveda, P. (comp.). *Trayectorias reales en tiempos virtuales. Estudiantes y docentes universitarios desde una mirada inclusiva*, 75–91. Buenos Aires: Colección Ideas de Educación Virtual. Universidad Nacional de Quilmes.
- Secretaría Académica (UNT) (2020). Recomendaciones para los procesos de evaluación en entornos virtuales. (Parte I).
- UNESCO (2020). Diez recomendaciones para estudiar a distancia durante la emergencia del coronavirus COVID-19. Recuperado de: https://news.un.org/es/story/2020/03/1471342
- Zúñiga-Zárate, A. G. (2000). *Uso de Internet en el Entorno Educativo: Modelos, Rendimiento y Evolución*. Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

La Participación Activa de los Estudiantes en el Aprendizaje del Cálculo con Modalidad Virtual

Rodriguez Areal, Elsa - Fernández, Aída - De Rosa, Elisa

Fac. de Ciencias Económicas, UNT – Fac. de Ciencias Económicas, UNT – Fac. de Ciencias Económicas, UNT

eareal@face.unt.edu.ar - afernandez@face.unt.edu.ar - ederosa@face.unt.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Enseñanza virtual, Recursos tecnológicos, Matemática

Resumen

Las tecnologías digitales se han instalado en la universidad y su utilización, como apoyo a la enseñanza, va incrementándose cada vez con mayor notoriedad.

Se sabe que estas nuevas herramientas propician mejoras en los niveles educativos, producto de los cambios que generan en los procesos y estrategias didácticas-pedagógicas implementadas por los docentes, brindan experiencias de aprendizaje más creativas y diversas y favorecen un aprendizaje independiente y permanente.

En marzo del año 2020, la Organización Mundial de la Salud estableció que el brote de Covid-19 se había convertido en pandemia global. Desde ese momento la población mundial vivió una de las situaciones más críticas en la historia de la humanidad. El aislamiento forzoso, el distanciamiento social y la paralización de actividades, afectó tremendamente la vida cotidiana, y, obviamente, el normal desarrollo de las actividades educativas.
En este contexto, durante el primer cuatrimestre 2021, se dictó el Taller de Matemática II (Cálculo Diferencial e Integral) con modalidad virtual. Se organizaron los contenidos de la asignatura y se subieron las herramientas, especialmente preparadas, al Aula Virtual (videos, juegos, foros, etc.), empleando la plataforma *Moodle* 3.0.
El objetivo del presente trabajo es describir la experiencia realizada y mostrar las producciones de los alumnos, realizadas para dar respuesta a las diferentes tareas propuestas por los docentes, durante el desarrollo del mencionado Taller.
El compromiso fue atender los requerimientos de esta nueva generación de estudiantes, atravesados por la situación sanitaria, y garantizar la calidad del proceso de enseñanza aprendizaje del Cálculo, promoviendo un espacio educativo diferente.

1 Introducción

En las últimas décadas, a través de numerosos trabajos de investigación, se llegó a un triste diagnóstico: la ineficacia del sistema educativo, el agotamiento de la forma escolar tradicional presencial y, sobre todo, el fracaso de la pedagogía de la clase simultánea, la lección magistral, la memorización y el ejercicio repetitivo. Para hacer frente a este panorama desalentador de la escolarización hicieron su aparición las nuevas tecnologías, como herramientas de apoyo para propiciar un cambio educativo, ya que permiten crear entornos de aprendizaje personalizados, movilizar a alumnos y docentes, generar métodos más relevantes y actualizados y, fundamentalmente, llevar a cabo la Enseñanza Virtual.

Fue así como, buscando favorecer la inclusión digital de amplios sectores de la sociedad, varios países latinoamericanos pusieron en marcha programas de distribución masiva de computadoras y desplegaron algunas estrategias de formación docente y renovación curricular en esta línea.

Cuando este cambio educativo se encontraba ya en pleno desarrollo ocurrió que, en marzo del año 2020, la Organización Mundial de la Salud estableció que el brote de Covid-19 se había convertido en pandemia global. El aislamiento forzoso, el distanciamiento social y la paralización de actividades, afectó tremendamente la vida cotidiana. La educación universitaria no fue ajena a este cimbronazo y tuvo que hacer frente a esta situación.

Aparece aquí la denominada Educación Remota de Emergencia (ERE) que, a diferencia de las experiencias planificadas y diseñadas de antemano para desarrollarse de manera virtual (Educación Virtual), representa un cambio temporal en la manera en que se imparte la enseñanza a un modo de enseñanza alternativo, debido a circunstancias de crisis. Tal como sostienen Hodges, Moore, Lockee, Trust y Bond (2020), la ERE implica el empleo de soluciones de enseñanza totalmente remotas para la educación que, de no ser por las circunstancias de aislamiento, se impartirían presencialmente o como cursos combinados o híbridos, y que volverán a ese formato una vez que el riesgo sanitario por la pandemia haya disminuido. El objetivo principal de la ERE es, entonces, proporcionar acceso temporal a la instrucción y a los apoyos instructivos de una manera rápida y fácil de instalar durante una emergencia o crisis.

La Cátedra Matemática II, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán, viene trabajando ininterrumpidamente en diferentes proyectos de investigación relacionados con la Educación Virtual y el empleo de las nuevas tecnologías. El último de estos proyectos, "La virtualización de la Matemática en carreras de Ciencias Económicas", aprobado y financiado por la Secretaría de Ciencia, Arte e Innovación Tecnológica de la Universidad Nacional de Tucumán para el período 2018 – 2021, implicó que sus integrantes estudiaran y establecieran las estrategias didácticas a implementar, analizaran, seleccionaran y diseñaran los diferentes materiales del Aula Virtual con los que se lograría el objetivo en él planteado: un cursado en modalidad virtual, para el denominado Taller de Matemática II.

Inmersos en este contexto, durante el primer cuatrimestre 2021, se dictó este Taller, en el que se desarrollaron conceptos del Cálculo Diferencial e Integral, con modalidad virtual. Se organizaron los contenidos de la asignatura y se subieron las herramientas especialmente preparadas al Aula Virtual (videos, juegos, cuestionarios, foros, etc.), empleando la plataforma *Moodle* 3.0.

Este trabajo tiene por objetivo describir la experiencia llevada a cabo y mostrar las producciones de los alumnos, realizadas para dar respuesta a las diferentes tareas propuestas por los docentes, durante el desarrollo del mencionado Taller.

Las actividades que se ofrecieron posibilitaron la función reguladora de la actividad del estudiante por parte del profesor y, a la vez, la autorregulación por parte del propio alumno. Los resultados logrados alientan a seguir en esta línea, realizando ajustes en post de la calidad educativa, la que debe ser monitoreada en forma continua y sostenida.

2 Marco teórico

La Educación a Distancia se remonta a muchos años atrás, cuando los cursos se dictaban por correspondencia postal, luego por radio, después por televisión, hasta llegar a la denominada Educación Virtual, producto del surgimiento de Internet. El requerimiento de presencialidad que imponían estos modelos de educación fue disminuyendo progresivamente y el canal de comunicación entre profesores y alumnos fue evolucionando conjuntamente con el desarrollo de las nuevas tecnologías, hasta arribar a la posibilidad de realizar el dictado cien por ciento de manera virtual. Como sostiene Meléndez Tamayo (2013):

> La presencia de las nuevas tecnologías en las aulas ya no tiene vuelta atrás. Si hasta hace unos años las autoridades y los docentes podían pensar que los medios digitales debían restringirse a algunas horas por semana o a algunos campos de conocimiento, hoy es difícil, si no imposible, ponerle límites a su participación en los procesos de enseñanza/aprendizaje (p. 11).

La Educación Virtual ha producido un cambio radical en el planteamiento de las estrategias didácticas, tanto de la enseñanza como del aprendizaje y ha modificado el rol de profesores y alumnos. El docente es el planificador de estos nuevos entornos de aprendizaje y el tutor que guía ese aprendizaje. El estudiante es el hacedor y controlador de su propio aprendizaje. Y las herramientas digitales son las que posibilitan la creación de estos nuevos entornos y las facilitadoras del aprendizaje y del proceso cognitivo.

El diseño de un curso *online* requiere de una cuidadosa planificación del proyecto educativo: se deben plantear y seleccionar los objetivos a lograr, elegir los contenidos a desarrollar y las estrategias y actividades de aprendizaje, escoger las herramientas tecnológicas más apropiadas, en un todo de acuerdo con el modelo didáctico asumido, así como también diseñar mecanismos de evaluación acordes a las actuaciones anteriores. No se trata de trasladar lo presencial a la virtualidad.

En la actualidad, la Educación Virtual tiene como objetivo desarrollar una propuesta educativa que propicie la equidad, facilitando el acceso a la educación a personas que por razones laborales, geográficas, culturales o económicas no pueden acceder a ella en las mismas condiciones que los demás, sostiene Moore (2013) (citado por Sangrà, 2020, p. 28). Pero, tal como sigue diciendo Sangrà (2020), por mucho que los expertos en la materia expliquen y recomienden desarrollar modelos de Educación Virtual basándose en beneficios sociales, individuales, de aprendizaje y de preparación para una sociedad digitalizada, las grandes decisiones que han hecho adelantar su implementación siempre han sido ajenas al propio debate educativo y han tenido sus orígenes en situaciones límite. De ahí que resulte importante distinguir entonces, la Enseñanza Virtual de la denominada Educación Remota de Emergencia (ERE).

La ERE surgió como consecuencia de la crisis mundial desatada en marzo 2020, con la aparición del virus Covid-19. Las instituciones educativas ante esta difícil situación y con la idea de dar continuidad al período lectivo en curso tuvieron que, en muy poco tiempo, adaptar sus métodos, para poder seguir impartiendo clases a todos sus alumnos. El objetivo principal de este tipo de educación fue, entonces, trasladar los cursos ya preparados para desarrollarse con modalidad presencial, a las aulas virtuales, a distancia y en línea, con una capacitación docente también en la emergencia. Cabe la aclaración: no hubo aquí, entonces, una planificación del proyecto educativo.

A diferencia de la ERE, en la Educación Virtual, el diseño de un curso *online* requiere, como ya se dijo, de una minuciosa preparación. Y requiere, además, de nuevas habilidades, por parte del docente, quien debe convertirse en gestor de contenidos en línea, ser un mediador de los temas que se aborden en la asignatura, estableciendo estrategias de enseñanza y de empleo de los recursos educativos que mantengan motivado al alumno, promoviendo la colaboración y construcción de conocimientos. Esto conlleva a que ambos actores, profesores y estudiantes, desarrollen nuevas competencias que les permitan desempeñarse de manera adecuada en esta modalidad de enseñanza y así lograr los objetivos propuestos (Camacho Zúñiga, Alemán y Sandoval Díaz, 2015).

Según Velásquez Arboleda (2019), además de las competencias de un docente presencial, el virtual debe tener:

- Amplio dominio de las herramientas informáticas: la navegación, la transferencia de archivos, el uso de correo electrónico, el manejo de aulas virtuales, etc.
- Capacidad de comunicación por medios escritos, conocimiento y manejo del lenguaje *Web*.
- Dedicación. En el mundo presencial un docente se compromete con un horario; en el mundo virtual el profesor se compromete a sacar adelante un proceso de educación con sus alumnos.
- Capacidad para crear discusiones en torno a un tema, más que la capacidad de transmitir conocimiento.

Borges (2007) afirma que un estudiante virtual debe saber:

- Organizar su tiempo adecuadamente, compatibilizándolo con sus obligaciones laborales y familiares.
- Construir su propio conocimiento a partir del material de estudio y de la relación con los compañeros y el profesor: aprender de sus compañeros y profesor, y aprender con ellos también.
- Mostrar motivación y autodisciplina, y conservarlas durante el curso.
- Utilizar, si es necesario, los canales de petición de ayuda que la institución pone a su disposición.
- Ayudar a los compañeros, colaborar con ellos y mantener una buena atmósfera en el aula virtual.
- Tener una actitud proactiva y ser autónomos.

Por otro lado, y según lo reflejan diferentes investigaciones, uno de los puntos claves en la Educación Virtual, es el desarrollo de los recursos o materiales didácticos que se emplean en la enseñanza, en los cuales deben estar plasmados los contenidos y las estrategias didácticas. Estos recursos o medios didácticos representan la columna vertebral de cualquier sistema con modalidad virtual. Los mismos deben ser programados con anticipación, adecuados, abiertos y flexibles; interactivos y significativos. Los medios y materiales didácticos han sido pensados, tradicionalmente, como simples transmisores de contenidos que debían recibir y adquirir los alumnos. Pero en la actualidad éstos deben pensarse como herramientas estructuradoras de la actividad del alumno y de la construcción del conocimiento por parte de este, tal como sostiene Imperatore (2009). Queda claro entonces que, en este momento, los materiales educativos son objetos de la cultura y que para cumplir una función didáctica dentro de una propuesta pedagógica deben, tal como sostiene Odetti (2016) "cumplir alguna de las siguientes funciones: ser organizador teórico de la información, constituirse en una herramienta de diseño y poseer de estructura completa" (p. 31).

En síntesis, al decir de Sabulsky (2009), la Enseñanza Virtual debe apostar a una educación que pueda verse enriquecida por la multiplicidad de recursos multimedia que nos ofrece el entorno cultural, que aproveche los avances de la tecnología para ampliar las formas de intercambio que son la base del diálogo didáctico y que incluya materiales educativos que nos acerquen el pensamiento de nuestro profesor.

3 La experiencia

Esta experiencia se llevó a cabo en el primer cuatrimestre de 2021, durante el dictado del Taller de Matemática II para recursantes de la materia que cumplieran con las siguientes condiciones:

- Tener aprobada la asignatura Matemática I.
- Haber cursado la asignatura Matemática II en el segundo cuatrimestre de 2020, sin haberla regularizado.

- Haber rendido los 3 (tres) exámenes parciales de la asignatura o su correspondiente recuperación, durante el cursado regular del segundo cuatrimestre del año 2020.

De los interesados, 98 (noventa y ocho) estudiantes cumplieron los requisitos exigidos y, por tanto, se encontraron en condiciones de cursar el Taller propuesto. El objetivo principal del mismo fue propiciar una participación activa del alumnado, dejando atrás el rol del docente dueño único y mero transmisor de los conocimientos, fomentando la autorregulación del aprendizaje en los participantes.

Para tal fin, las actividades se desarrollaron semanalmente, con dos encuentros sincrónicos dirigidos por el docente, los días lunes y miércoles, y con tareas que los alumnos debían desarrollar. Los objetivos de estos dos encuentros eran diferentes: para la clase de los días lunes se empleó la denominada Guía Didáctica, en la que los estudiantes encontraron, además de los conceptos fundamentales para el desarrollo del tema semanal, las indicaciones con las pautas para la resolución de las actividades que ellos debían realizar, para luego subirlas al foro de participación especialmente creado en el Aula Virtual; mientras que en la clase de los días miércoles el docente procuraba evacuar las dudas o inconvenientes que pudieran haber surgido en los estudiantes, al momento de enfrentarse con la realización de las actividades propuestas.

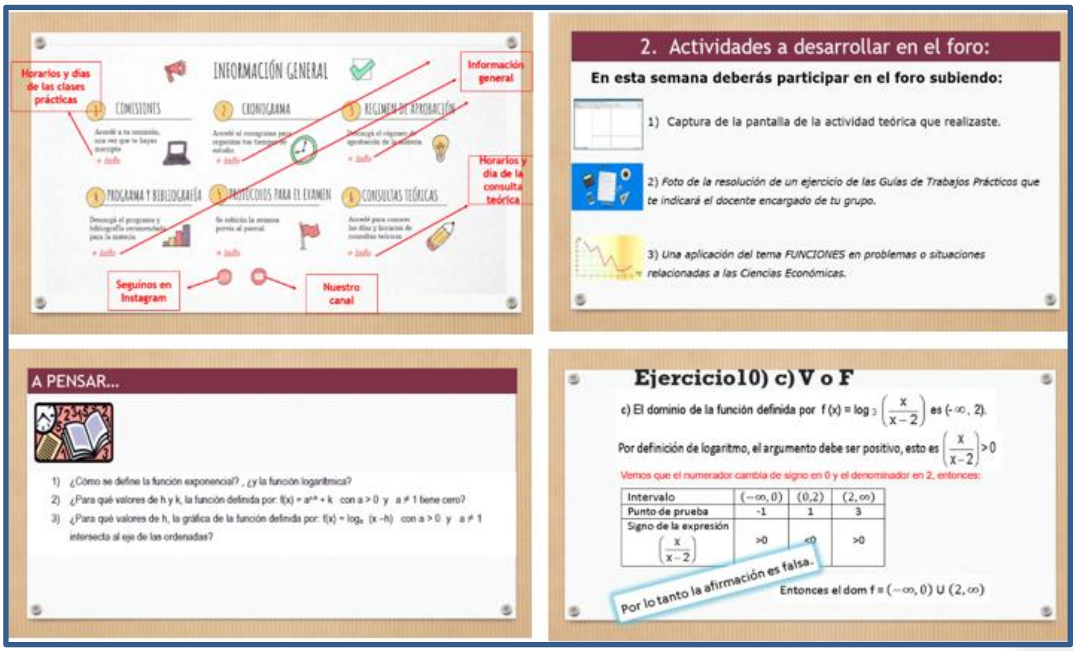


Figura 1. Capturas de imágenes de las clases de los días lunes - Taller de Matemática II - Año 2021.

Estas tareas que los alumnos debían realizar fueron referidas, tanto a contenidos teóricos, como a contenidos prácticos. Las consignas planteadas intentaron motivar y propiciar la participación del estudiante en su proceso de aprendizaje quien, para cumplir con ellas, debía trasformar o adaptar un recurso tecnológico ya empleado por el docente (a modo de ejemplo) o crear una versión personal de un nuevo recurso propuesto por el profesor, referido al tema semanal. Esto implicó, como ya se dijo, la participación permanente del alumno, que además debió compartir lo realizado en el foro y en donde recibió una devolución, por parte del docente a cargo.

Para trabajar los conceptos teóricos se propuso, entre otros, los siguientes recursos:

- Recurso GeoGebra, con el que debían interactuar para responder preguntas y subir las capturas de pantalla al foro de participación.

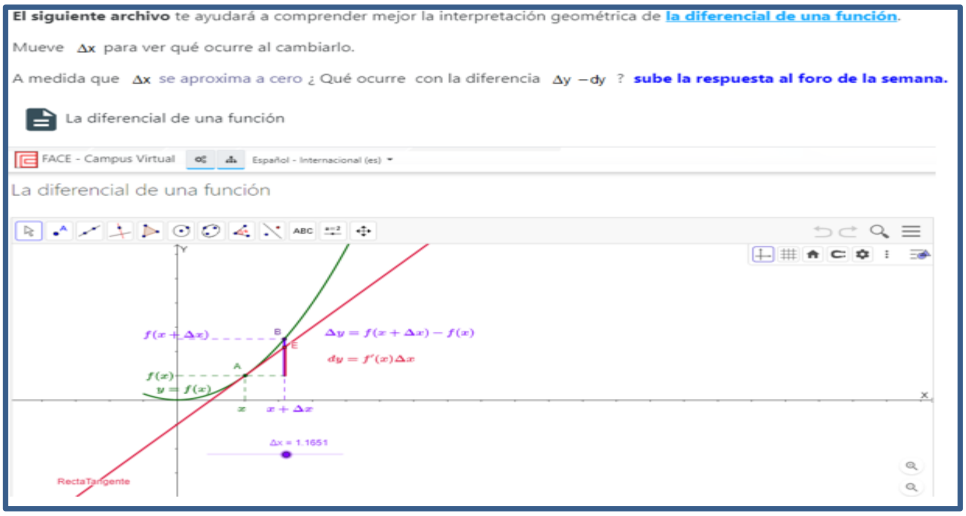


Figura 2. Consigna referida a diferencial de una función - Taller de Matemática II - Año 2021.

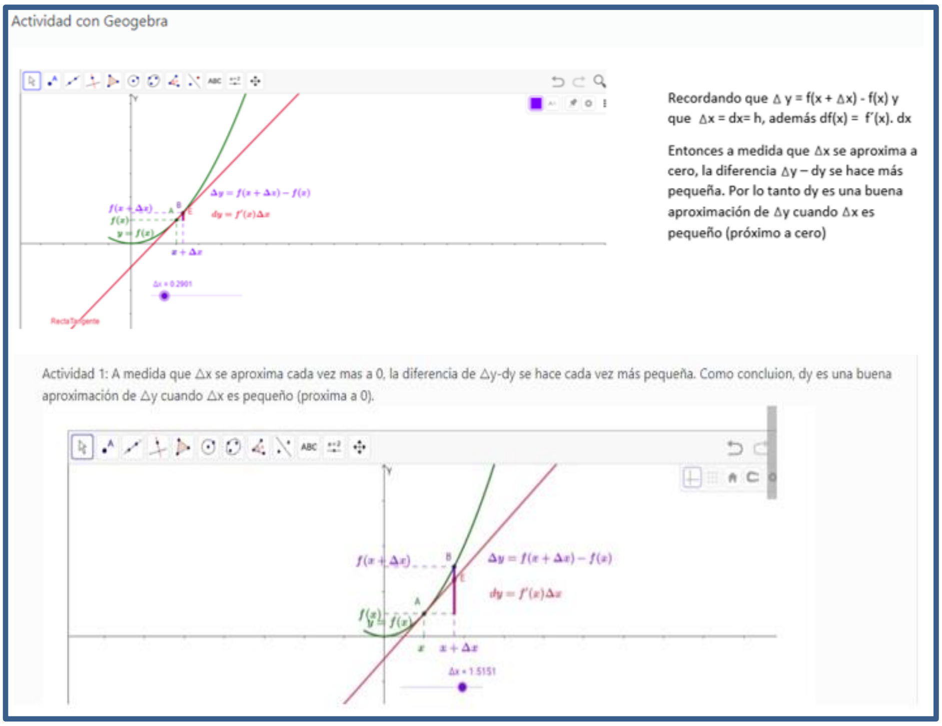


Figura 3. Participación de los alumnos para la consigna referida a Diferencial - Taller de Matemática II - Año 2021.

- *Power Point*, que contenían fotos de algunas preguntas de exámenes de años anteriores, incluyendo la respuesta dada por el estudiante en ese momento y la corrección realizada, oportunamente, por el docente. En este caso, se solicitó a los alumnos participantes del Taller, el análisis del error cometido o la reflexión a la que conducía alguna pregunta disparadora escrita en la corrección, por el docente.

- Imágenes de demostraciones o resoluciones de diferentes conceptos de la asignatura, que contenían algún error, con el fin de que los alumnos lo detectaran y corrigieran, subiendo las capturas correspondientes al foro de participación de la semana.

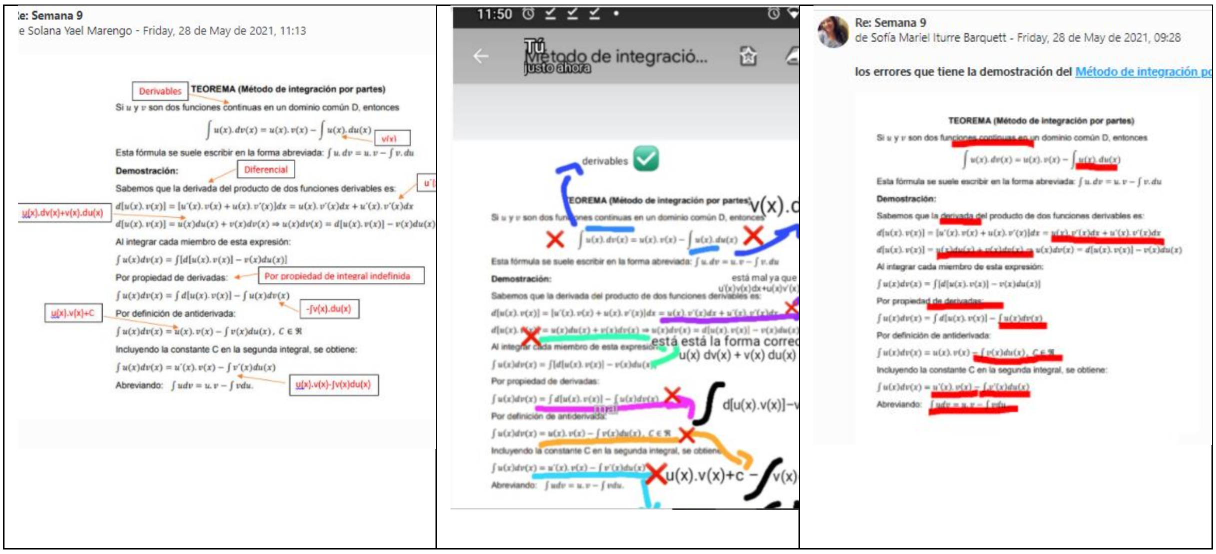


Figura 4. Participación de los alumnos - Taller de Matemática II - Año 2021.

Para trabajar los conceptos prácticos, se propusieron, entre otros recursos:

- Confeccionar videos propios con la resolución de algún ejercicio indicado por el docente.
- Subir una foto de la resolución de algún ejercicio, indicado por el docente, o elegido por el propio estudiante.
- Compartir en el foro alguna aplicación a las Ciencias Económicas de los contenidos conceptuales de la semana.

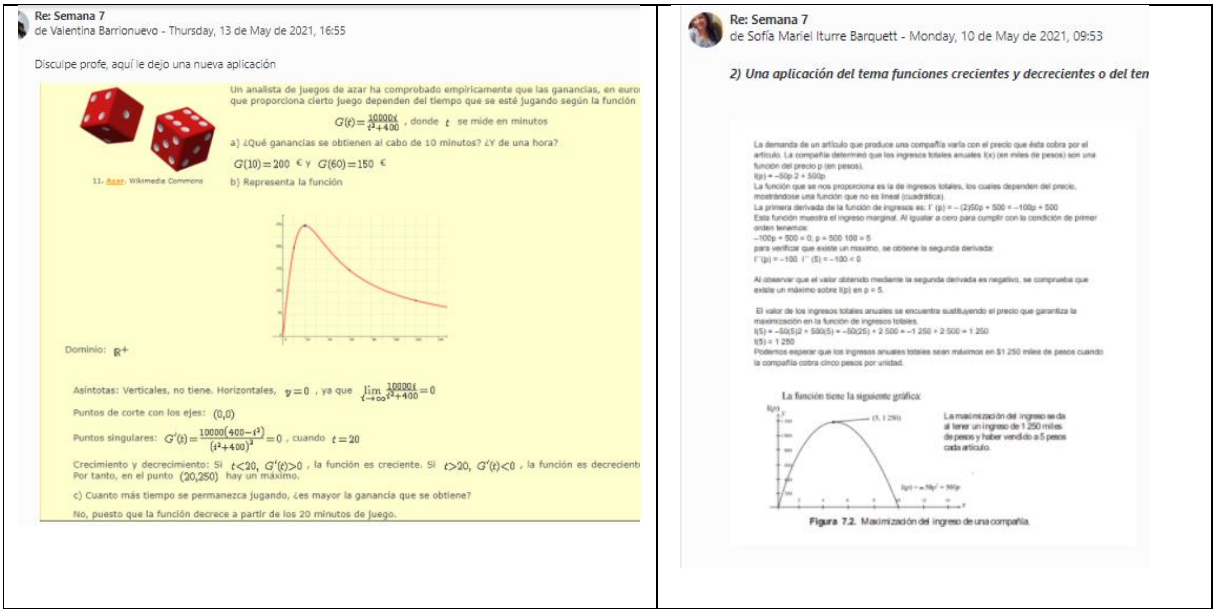


Figura 5. Participación de los alumnos - Taller de Matemática II - Año 2021.

- Buscar imágenes de internet relacionadas con la temática de la semana.
- Buscar videos de *Youtube*, que respetaran la notación que se utiliza en la Cátedra.

- Compartir en el foro memes de tinte académico, relacionados con la temática en estudio.

Figura 6. Participación de los alumnos - Taller de Matemática II - Año 2021.

Los docentes, además de monitorear la participación en el foro y hacer las correcciones pertinentes de las tareas, realizaron un seguimiento semanal de la participación de los estudiantes. Esto último debido a que los alumnos tenían como condición, para mantenerse activos en el cursado, una participación obligatoria en el 75% de las actividades propuestas. De este control semanal surgieron participantes que quedaron en la condición de "Libre por inactividad", al no cumplir con los requisitos fijados. De los 98 (noventa y ocho) alumnos que cursaron la asignatura, 32 (treinta y dos) estudiantes finalizaron el dictado con la condición de Libre, y de éstos, el 60% finalizó en esta condición de "Libre por inactividad", por no haber cumplido con las consignas propuestas en al menos 4 (cuatro) semanas (tiempo aproximado del dictado de contenidos para cada Parcial). En el cuadro siguiente se muestra la evolución, en porcientos, de la participación total de los estudiantes a lo largo de las semanas de cursado del Taller.

Tabla 1: Evolución de la participación semanal de los estudiantes en las actividades propuestas, en porciento. (n=98)

Semana	Cantidad de actividades	% participación
1	4	74%
2	3	84%
3	4	81%
4	4	79%
5	3	69%
6	2	66%
7	4	73%
8	4	63%
9	3	61%
10	4	59%
11	4	62%
12	3	54%

Fuente: elaboración propia a partir de planilla de seguimiento de la Cátedra Matemática II. Año 2021.

Durante las primeras semanas de cursado se observan los porcentajes más altos de participación general del alumnado, mientras que a medida que se avanzó en el dictado del Taller, estos porcentajes se vieron influenciados por los estudiantes que quedaron en la condición de "Libre por inactividad".

Al finalizar el dictado, se solicitó a los participantes que completaran una encuesta de opinión sobre el Taller. Respondieron la misma 50 (cincuenta) alumnos. Entre las preguntas realizadas, se les solicitó que manifestaran su grado de concordancia con la frase "El período de tiempo en que las actividades y materiales estuvieron disponibles, para participar, fue adecuado", obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 2: Resultados obtenidos a la consigna: "Marque la opinión que le merece la siguiente afirmación: El período de tiempo en que las actividades y materiales estuvieron disponibles, para participar, fue adecuado" (n=50)

	Cantidad	**%**
En desacuerdo	7	14%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	6	12%
De acuerdo	18	36%
Totalmente de acuerdo	19	38%
	50	**100%**

Fuente: elaboración propia a partir de Encuesta. Cátedra Matemática II. Año 2021.

Puede apreciarse que, en su mayoría (el 74%), los estudiantes manifestaron que el tiempo con el que contaron para realizar las actividades propuestas, fue el adecuado.

Esta encuesta contenía también un espacio de opinión abierta, en la que los estudiantes podían escribir sus opiniones respecto de lo que consideraban que se podría modificar para mejorar el dictado de la asignatura. Entre las opiniones recogidas, se exponen a continuación las referidas a la producción (tareas) del estudiante:

a) "Me resultaron útiles todas las actividades propuestas y los medios de comunicación para poder sacar dudas."
b) "La manera en la que se lleva a cabo el cursado especial es muy buena y organizada. A su vez nos ayuda a ir al día con los temas y entender todo."
c) "Me pareció mucho más llevadero este tipo de cursada".
d) "Que la participación en el foro no sea tan rigurosa".
e) "La verdad, me encantó. Nos daban todas las herramientas para hacer solos. Mejor que el cursado presencial".
f) "Que las actividades semanales no sean obligatorias para la regularización o promoción."
g) "La cantidad de actividades semanales, para el estudio de la materia, es muy necesario y ayuda mucho, pero al mismo tiempo, resulta muy pesado seguir la materia completamente porque estamos cursando otras materias".

4 Conclusiones

De lo realizado se puede concluir que se logró el objetivo planteado en el proyecto de investigación: se realizó el dictado de la asignatura con modalidad virtual. Además, se consiguió una acción reflexiva por parte de los estudiantes del Taller, quienes participaron activamente en su formación logrando desarrollar las competencias solicitadas, utilizando el aula virtual no solo como un repositorio de material, sino que interactuaron satisfactoriamente con los recursos tecnológicos presentados para crear, investigar y publicar sus producciones.

Referencias bibliográficas

- Borges, F. (2007). El estudiante de entornos virtuales. Una primera aproximación. En: Federico Borges (coord.). El estudiante de entornos virtuales [dossier en línea]. Digithum. N.º 9. UOC. ISSN 1575-2275. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2304100
- Camacho Zúñiga, M.; Alemán, L. y Sandoval Díaz, G. (2015). *Estrategias de aprendizajes para Entornos Virtuales*. Área de Tecnología Educativa y Producción de Recursos Didácticos. Universidad Técnica Nacional de Puerto Rico.
- Hodges, Ch.; Moore, S.; Lockee, B.; Trust, T. y Bond, A. (2020). La diferencia entre la enseñanza remota de emergencia y el aprendizaje en línea. *EDUCAUSE Review*. Recuperado de: https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency-remote-teaching-and-online-learning
- Imperatore, A. (2009) "Cambios en la concepción y usos acerca de los materiales didácticos para la educación superior en entornos virtuales" en Comunicación y educación en entornos virtuales de aprendizaje. Perspectivas teórico-metodológicas. Sara Pérez y Adriana Imperatore (comp.). Buenos Aires, Universidad Nacional de Quilmes.
- Meléndez Tamayo, C. (2013). Plataformas Virtuales como recurso para la enseñanza en la universidad: análisis, evaluación y propuesta de integración de Moodle con herramientas de la Web 2.0. Tesis doctoral. Facultad de Educación. Universidad Complutense de Madrid. Madrid. España. Recuperado de https://eprints.ucm.es/id/eprint/20466/1/T34367.pdf
- Odetti, V. (2016). *Materiales didácticos hipermediales: lecciones aprendidas y desafíos pendientes*. En Báez Sus, M.; García, J. M. (comp.) Educación y tecnologías en perspectiva. Montevideo, Uruguay. FLACSO : Uruguay.
- Sabulsky, G. (2009) Materiales educativos que recuperen el hacer y el pensar del profesor, en Comunicación y educación en entornos virtuales de aprendizaje. Perspectivas teórico-metodológicas. Sara Pérez y Adriana Imperatore compiladoras. Universidad Nacional de Quilmes.
- Sangrà, A., Badia, A., Cabrera Lanzo, N., Espasa Roca, A., Fernández Ferrer, M., Guàrdia, L., & Romeu Fontanillas, T. (2020). Decálogo para la mejora de la docencia online. Recuperado de: http://openaccess.uoc.edu/webapps/o2/bitstream/10609/122307/1/9788491807766_no_venal.pdf
- Velásquez Arboleda, O. (2019). El nuevo rol del docente virtual para entornos virtuales de aprendizaje. "El caso CEIPA". *Lupa Empresarial*. Edición 01 – Digital. Recuperado de: https://revistas.ceipa.edu.co/index,php/lupa/article/view/401

Influencia de la Vulnerabilidad Educativa en la Condición Académica de los Alumnos de Matemática en Época de Pandemia

Juárez, Maria de los Ángeles – Mena, Analía Patricia – Golbach, Marta Susana
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán, Argentina
36angelita@gmail.com – menaanalia@gmail.com – mgolbach@tucbbs.com.a

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Vulnerabilidad Educativa, Condición Académica, Matemática, Grupo de Riesgo, Pandemia.

Resumen

La Educación es un derecho humano fundamental para el desarrollo de sociedades justas, democráticas y solidarias, en un marco de igualdad de oportunidades según la UNESCO (2020). Frente a la difícil situación generada por la pandemia de COVID-19, la educación en todos los niveles se vio muy afectada, ante la forzosa situación de adaptar y reencauzar sus propuestas de enseñanza a formatos de modo virtual, lo que trajo aparejado múltiples problemáticas de nuevas facetas. El presente trabajo, elaborado en el marco del Proyecto de Investigación "Modelo de Enseñanza *B-Learning*. Diseño y Experimentación de Estrategias Metodológicas con Materiales Didácticos para el Aprendizaje Autorregulado", tiene como propósito recabar información acerca de la vulnerabilidad educativa de los estudiantes de primer año que cursaron en el periodo lectivo 2020, la asignatura Matemática I en la FACE de la U.N.T durante el confinamiento social, y analizar su incidencia en la Condición Académica de los mismos.

Para captar información, se construyó un instrumento que permitió, a partir de un método cuantitativo, identificar tres grupos sociales de riesgo. Conocer esta relación proporciona una herramienta válida para la planificación y elección de estrategias adecuadas para la enseñanza totalmente virtual en grupos de alumnos de mayor riesgo.

Los resultados de este trabajo permitirán la revisión de nuestras prácticas docentes dictadas de manera virtual condicionadas por la pandemia mundial y constituirán un primer paso para futuras investigaciones en este sentido.

1 Introducción

Desde que se comenzó a transitar la difícil situación generada por la pandemia de COVID-19, en el contexto de la virtualidad, se procuró sostener la educación en todos sus niveles a pesar que los edificios educativos permanecían cerrados. Al respecto Vicentini, Isabel (2020), considera que se vivenció el aprendizaje compartido y mediados por TIC de donde surgieron múltiples desafíos, no solo por las exigencias tecnológicas sino también por el sentido pedagógico de sus usos, sus posibilidades y limitaciones formativas. En el nivel Superior la tarea pedagógica se realizó a medida que se transitaba y experimentaba la prolongación del aislamiento, se ajustaron algunas estrategias, tomando en cuenta tres ejes que atravesaron el trabajo en el contexto virtual: la temporalidad, la espacialidad y la comunicación.

Según lo expresa el autor Pizarro, Roberto (2001:11) el concepto de vulnerabilidad social tiene dos componentes explicativos: la inseguridad e indefensión que experimentan las comunidades en sus condiciones de vida como consecuencia del impacto provocado por algún evento económico-social. Y por otra parte, el manejo de recursos y las estrategias que utilizan las comunidades para enfrentar los efectos de ese evento. Hoy está más que demostrado que el principal instrumento para ese cambio es la educación.

La crisis económica provocada por la pandemia y el cierre de los establecimientos educativos, trajo irremediablemente consecuencias negativas sobre los aprendizajes de los alumnos. La suspensión de las clases presenciales en todos los niveles educativos durante el aislamiento es un hecho sin precedentes a nivel mundial, sin embargo, experiencias previas en la región dan cuenta que shocks negativos en los ingresos familiares aumentan la probabilidad de abandonar los estudios, especialmente en los sectores más vulnerables (Cardini et al, 2020).

En la Facultad de Ciencias Económicas (FACE) de la Universidad Nacional de Tucumán (UNT), se imparten las carreras de Contador Público Nacional, Administración de Empresas y Licenciatura en Economía. Matemática I es una asignatura de primer año, común a las tres carreras mencionadas.

Ante la imprevista llegada y el gran avance que tuvo la pandemia, los docentes de la asignatura Matemática I, nos vimos obligados a adaptar nuestra metodología de enseñanza y aprendizaje en un plazo de tiempo muy corto. Nos enfrentamos a un gran desafío: dar clases y evaluar de manera virtual a 1659 estudiantes de primer año que también debían sortear, junto a sus familias, cambios de hábitos y nuevas situaciones de aprendizaje. No obstante jugó a nuestro favor el hecho que algunos de los docentes de la Cátedra tenemos experiencia en enseñanza virtual, dado que participamos en proyectos en esta línea de investigación de hace algunos años.

Sin embargo trajo aparejado muchos problemas entre otros altos índices de deserción y ausentismo lo que provoco una reducción en el número de alumnos, ya que finalmente quedaron 1032 alumnos que realizaron el cursado total de la asignatura. El presente trabajo, elaborado en el marco del Proyecto de Investigación "Modelo de enseñanza *B-Learning*. Diseño y Experimentación de Estrategias Metodológicas con Materiales Didácticos para el Aprendizaje Autorregulado" tuvo como propósito recabar información acerca de la Vulnerabilidad Educativa de los estudiantes que participaron en este tipo de enseñanza y analizar si ésta tuvo incidencia en el desempeño académico de los mismos. Por tal motivo, se seleccionaron un conjunto de variables que permitieron, a partir de un método cuantitativo, conocer el perfil social de la población y determinar así los grupos de riesgo en el marco de la pandemia.

2 Desarrollo

El concepto de "vulnerabilidad" es una noción compleja y multidimensional, que puede afectar a individuos, grupos y comunidades con diversa intensidad y de manera más o menos permanente en aquellos aspectos que conforman su bienestar y desarrollo pleno (Gairín, J., Rodríguez-Gómez, D. Y Castro, D, 2012). Es de interés en esta investigación, analizar las implicancias en el ámbito de la Educación Superior.

Investigadores europeos como Gairín y Suárez (2014:39-58), consideran 5 ejes de desigualdad social: socioeconómica y urbana-rural, género, étnica y racial, discapacidad, edad como criterios para definir colectivos en situación de Vulnerabilidad en la Educación Superior. Además, según el Informe Eurydice (2011:24), considera también que estudiantes procedentes de familias con bajos ingresos o familias donde los padres no poseen estudios secundarios o superiores, o estudiantes con hijos, o que viven en situación de ruralidad generan dificultades para el acceso y permanencia en las instituciones de Educación Superior.

En el presente estudio, se propusieron dos dimensiones de la variable vulnerabilidad: a) La familiar y b) La personal. Elaborándose luego para cada dimensión indicadores de vulnerabilidad.

En lo que respecta a los entornos virtuales de aprendizaje Salinas, J., de Benito Crosetti, B.y Pérez Garcías, A. (2018), afirman que resultan un espacio inmejorable para promover la alfabetización digital necesaria para el empleo adecuado y competente de las herramientas tecnológicas, ya que permiten afrontar la formación de las tres dimensiones básicas que la conforman: el conocimiento y uso instrumental de aplicaciones informáticas; la adquisición de habilidades cognitivas para el manejo de información hipertextual y multimedia; y el desarrollo de una actitud crítica y reflexiva para valorar tanto la información, como las herramientas tecnológicas disponibles.

La asignatura Matemática I, realizó la virtualización de todas las actividades de enseñanza y aprendizaje en el entorno de la plataforma interactiva Moodle 3.0, además de utilizar diversas herramientas digitales tales como WhatsApp, Instagram, Correo electrónico, Google Classroom, Google Meet y Zoom. Se adaptaron estrategias de enseñanza, roles de docentes y alumnos, recursos y evaluaciones, procurando garantizar tanto la continuidad como la calidad de éste proceso de formación de los alumnos.

Cada docente se convirtió en tutor de un grupo asignado y en el Aula Virtual, los estudiantes disponían de los contenidos teóricos y prácticos de cada unidad temática en formato digital, videos tutoriales con ejercicios resueltos de la Guía de Trabajos Prácticos y de los contenidos teóricos. Además de Guías Didácticas con orientaciones para facilitar el estudio y aprendizaje de las diferentes unidades, incluyendo el cronograma a seguir de los temas a desarrollar, los materiales didácticos a emplear, indicaciones acerca de las tareas virtuales propuestas, etc. Se incluyeron recursos tales como Foros de consultas, Guía de Trabajos Prácticos, Mapas Conceptuales, un Sistema de 6 Autoevaluaciones Virtuales que el alumno debía realizar al finalizar un grupo de unidades temáticas siendo la tercera y la última integradora de las dos anteriores, entre otros. El objetivo fue, no sólo que el alumno pudiera ir ejercitando las diferentes competencias de cada unidad de la asignatura sino también utilizar el Aula Virtual como herramienta para el aprendizaje.

3 Metodología

La investigación realizada fue no experimental, descriptiva, de corte transversal y la población bajo estudio estuvo compuesta por los 1032 alumnos de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán, que finalizaron el cursado de la asignatura Matemática I, en el ciclo lectivo 2020. Se trabajó con una muestra de 706 alumnos seleccionados según contestaron una encuesta que se aplicó al finalizar el cursado de la asignatura y de los Rendimientos Académicos obtenidos por los mismos en un Sistema de Autoevaluaciones Virtuales. Los objetivos de la investigación fueron:

- Indagar sobre el Perfil Social de los estudiantes de primer año que cursaron en el periodo lectivo 2020 en el marco de la pandemia, la asignatura Matemática I en la FACE de la U.N.T.
- Analizar la incidencia de la Vulnerabilidad Educativa en la Condición Académica de los alumnos de Matemática I.

Para cumplir con los objetivos mencionados, se seleccionaron 15 (quince) variables, las que permitieron medir el perfil social del grupo, y en consecuencia la Vulnerabilidad Educativa bajo las condiciones de confinamiento social. Las variables bajo estudio fueron:

Vulnerabilidad Educativa, junto con catorce subdimensiones consideradas:

Estado civil del alumno, Tipo de escuela donde egresó, Reside con los padres, Hijos a cargo, Situación laboral del alumno, Cantidad de horas semanales que el alumno trabaja, Conexión a internet en el lugar de residencia, Situación laboral del padre, Máximo nivel educativo alcanzado por el padre, Actividad laboral principal del padre, Situación laboral de la madre, Máximo nivel educativo alcanzado por la madre, Su grupo familiar es propietario de una pc o notebook celular o tablet, Su residencia posee un lugar adecuado para clases o exámenes on line.

A esta variable se la construyó mediante la suma de los puntajes obtenidos en la ponderación realizada a cada una de las variables de acuerdo a la importancia que se supone tuvieron en la determinación de los grupos de riesgo, usando dos valores: 0,33 y 0,66 según sean variables de menor o de mayor riesgo respectivamente.

-*Condición Académica:* Aprobación de la asignatura Matemática I realizada de manera totalmente virtual, al alumno se le asignó la condición de Libre, Regular o Promocionado según el Rendimiento académico obtenido en los parciales.

Se realizó el análisis cualitativo y cuantitativo para observar, estadísticamente, la variabilidad de las respuestas. Para el procesamiento de la información se utilizó planilla *Excel* y software estadístico SPSS.

4 Resultados

Para analizar el Perfil Social se estudiaron 706 alumnos con edades entre 17 y 28 años con edad mediana de 18 años, una cantidad menor que los ingresantes anuales, ya que fueron quienes contestaron las encuestas en su totalidad. Siendo el 58% mujeres, 97% solteros, el 82% manifestó que no trabaja, y el 87% reside con sus padres. De los datos recolectados, se observó que el 65% de los alumnos encuestados provienen de colegios privados. El Gráfico 1 muestra que la mayoría de los alumnos no trabaja, mientras que del total de alumnos que si lo hacen (18,3%), el 64,2% de este grupo lo hace menos de 20 hs. a la semana.

Gráfico 1: Distribución porcentual de los alumnos de la muestra según las horas semanales de trabajo

Se indagó también si los alumnos tenían familiares a cargo, puesto que esta situación generaría una carga adicional que influiría negativamente no sólo en el aspecto económico sino también en la dedicación al estudio y por ende en el Rendimiento Académico. Se observa, en el Gráfico 2, casi el total de población estudiantil no tiene hijos a cargo. Entendiendo entonces que esta variable no debería afectar su rendimiento académico.

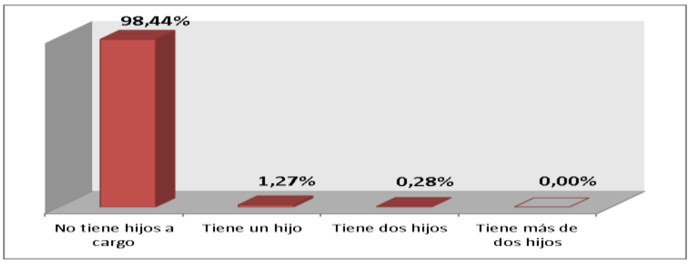


Gráfico 2: Distribución porcentual de los alumnos de la muestra según los hijos a su cargo

Se determinó además que el 89,38% de los padres varones, de los alumnos investigados, trabaja y un porcentaje menor (60,1%), de madres también lo hace.

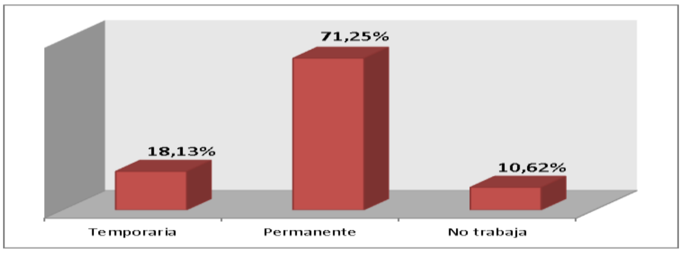
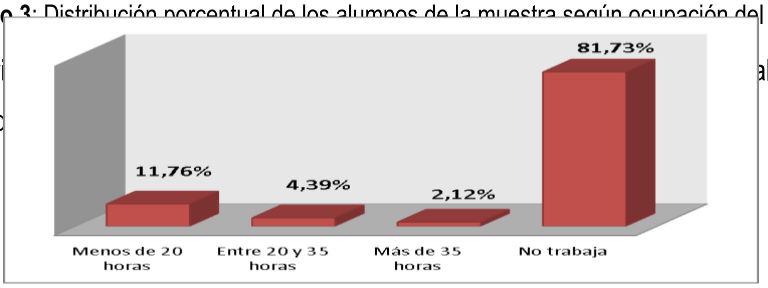


Gráfico 3: Distribución porcentual de los alumnos de la muestra según ocupación del padre

Respecto de la activi… …al, en el Gráfico 4 se muestran los resultac…



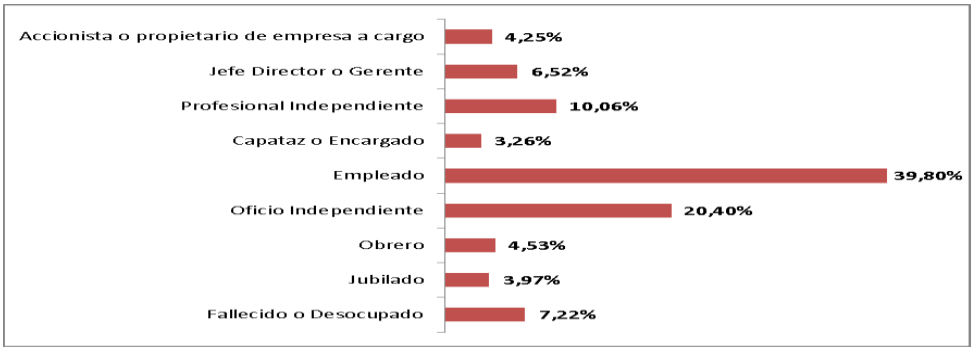


Gráfico 4: Distribución porcentual de los alumnos de la muestra según la actividad principal del padre

Al investigar acerca de los últimos estudios cursados por los padres de los alumnos, se observa, en el Gráfico 5, que el 27% de los padres completo estudios superiores y alrededor del 40%, completó los estudios secundarios.

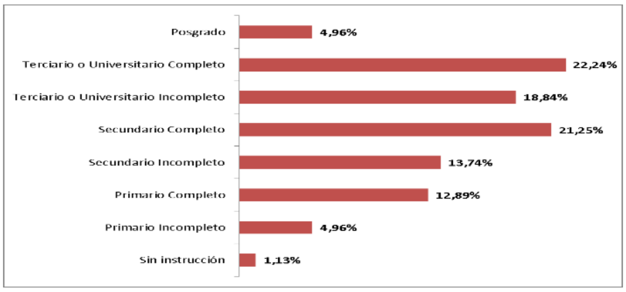


Grafico 5: Distribución porcentual de los alumnos de la muestra alumnos según el nivel de estudios del padre

Al realizar el mismo análisis sobre estudios cursados para el grupo de las madres, se observa, en el Gráfico 6, que el 38% de las madres completo estudios superiores y alrededor del 32%, completó los estudios secundarios.

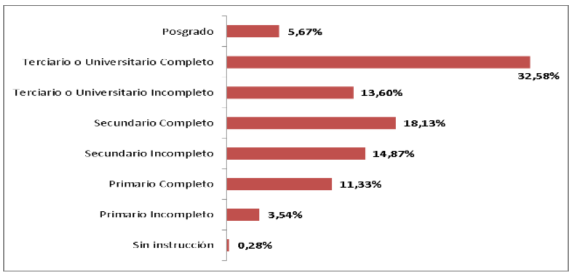


Gráfico 6: Distribución porcentual de los alumnos de la muestra según el nivel de estudios de la madre

Se investigó también acerca de la conexión a internet en el lugar de residencia de los alumnos encontrándose que el 61,90 % de ellos dispone de muy buena señal. Y que el 15,7% tiene poca señal o ninguna. (Ver Gráfico 7)

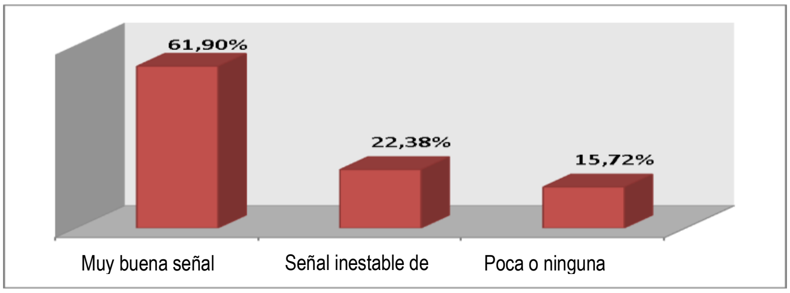


Gráfico 7: Distribución porcentual de los alumnos de la muestra según la conexión a internet

Al terminar el cursado de la asignatura, se asigna a los alumnos la Condición Académica, según el Rendimiento Académico que obtuvieron en los parciales. La Tabla 1 muestra que, del total de alumnos que disponen de muy buena señal alrededor del 72% regularizó o promocionó la materia. Siendo bastante elevado (74,1%) el porcentaje de alumnos que desaprobaron la asignatura teniendo poca o ninguna señal de internet.

Tabla 1: Distribución porcentual de frecuencias de la variable de acuerdo a la conexión a internet que posee y según la Condición Académica de los Alumnos

	Condición Académica		
Zona de residencia	**Libre**	**Regular**	**Promocionado**
Muy buena señal de internet	39,6%	32,0%	28,4%
Señal inestable de internet	50,1%	32,6%	17,3%
Poca o ninguna señal de internet	74,1%	20,2%	5,7%

Se indagó si la escuela de procedencia del nivel secundario de los alumnos, tenía alguna relación con la Condición Académica.

Tabla 2: Distribución porcentual de frecuencias de la variable Tipo de escuela donde egresó según la Condición Académica de los alumnos en Matemática I

	CONCICIÓN ACADÉMICA		
TIPO DE ESCUELA DONDE EGRESÓ	**Libre**	**Regular**	**Promociona**
Escuela dependiente de la UNT	19,0%	19,0%	61,9%
Otra escuela pública	54,5%	28,6%	17,0%

Colegio privado religioso	32,8%	33,1%	34,1%
Colegio privado no religioso	40,4%	31,6%	28,1%

Descriptivamente, se observa en la Tabla 2 que el 61,9% de los alumnos que provienen de escuelas dependientes de la UNT, promocionaron la asignatura Matemática I y aproximadamente la mitad de los que provienen de escuelas púbicas quedaron en la condición de libres.

Se compararon las proporciones de alumnos según el tipo de escuela de procedencia condicionando el estado académico. El test χ^2 indica al 5% de significación que están relacionados. Para captar información acerca de la vulnerabilidad educativa de los alumnos, situación que podría dificultar la dedicación al estudio, se construyó un instrumento de evaluación que permitió, a partir de un método cuantitativo, identificar a tres grupos sociales de riesgo: Grupo riesgo bajo (GRB), Grupo riesgo medio (GRM) y Grupo riesgo alto (GRA). La intención fue identificar los grupos que requieran mayor atención en la enseñanza, pero sin descuidar las necesidades del resto. Para ello, se ponderó cada una de las variables de acuerdo a la importancia que se supone tuvieron en la determinación de los grupos de riesgo, usando dos valores: 0,33 y 0,66 según sean variables de menor o de mayor riesgo respectivamente (Hisse, 1998). Reconociéndose como variables de mayor peso: estado civil del alumno, reside con los padres, tipo de escuela donde egresó, hijos a cargo, situación laboral del alumno, horas semanales de trabajo, conexión a internet y la disposición de pc o notebook, celular o tablet. Se presenta, en las Tablas 3 y 4 cada una de las variables con sus categorías, a las que se les asignó un puntaje creciente de menor a mayor riesgo y ponderación considerada en cada caso. Su cuantificación posibilitó identificar a cada grupo social de acuerdo a una tipología que surgió de un estudio exploratorio y correlacional, realizado previamente por la cátedra.

Tabla 3: Instrumento de medición con las variables sociales ponderadas para la determinación de los grupos de bajo, medio y alto riesgo.

Variable	Categoría	Puntaje	Ponderación	RB	RM	RA
Estado Civil	Soltero	1	0,66	X		
	Casado o en pareja	2	1,32		X	X
Reside con los padres	Si reside	1	0,66	X		
	No reside	2	1,32		X	X
Tipo de escuela donde egresó	Escuela dependiente de la U.N.T.	1	0,66	X		
	Colegio Privado Religioso	2	1,32	X		
	Colegio Privado No Religioso	3	1,98		X	

	Otra escuela pública	4	2,64			X
Hijos a cargo	No tiene	1	0,66	X		
	Tiene 1	2	1,32		X	
	Tiene 2	3	1,98			X
	Tiene más de 2	4	2,64			X
Situación laboral del alumno	No Trabaja	1	0,66	X		
	Temporario	2	1,32		X	
	Permanente	2	1,98			X
Horas semanales de trabajo	No Trabaja	1	0,66	X		
	Menos de 20 hs	2	1,32		X	
	Entre 20 y 35 hs	3	1,98			X
	Más de 35 hs	4	2,64			X
Lugar de residencia Con conexión a Internet	Muy buena señal	1	0,66	X		
	Señal inestable	2	1,32		X	
	Poca o ninguna señal	3	1,98			X
Situación laboral del padre	Permanente	1	0,33	X		
	Temporario	2	0,66		X	X
	No trabaja	3	0,99			X
Máximo Nivel educativo del padre	Posgrado	1	0,33	X		
	Terciario o Universitario completo	2	0,66	X		
	Terciario o Universitario incompletos	3	0,99	X		
	Secundario Completo	4	1,32	X		
	Secundario Incompleto	5	1,65		X	
	Primario completo	6	1,98		X	X
	Primario Incompleto	7	2,31			X
	Sin instrucción	8	2,64			X
Actividad Laboral del padre	Accionista, propietario o a cargo de empresa	1	0,33	X		
	Jefe, Director o Gerente	2	0,66	X		
	Profesional independiente	3	0,99	X		
	Capataz o encargado	4	1,32	X		

	Empleado	5	1,65	X	X	
	Oficio independiente	6	1,98	X	X	
	Obrero	7	2,31		X	
	Jubilado	8	2,64		X	X
	Fallecido o desocupado	9	2,97			X
Situación Laboral de la madre	Permanente	1	0,33	X		
	Temporaria	2	0,66		X	X
	No Trabaja	3	0,99			X

Tabla 4: Instrumento de medición con las variables sociales ponderadas para la determinación de los grupos de bajo, medio y alto riesgo

Variable	Categoría	Puntaje	Ponderación	RB	RM	RA
Máximo Nivel educativo de la madre	Posgrado	1	0,33	X		
	Terciario o Universitario completo	2	0,66	X		
	Terciario o Universitario incompletos	3	0,99	X		
	Secundario Completo	4	1,32	X		
	Secundario Incompleto	5	1,65		X	
	Primario completo	6	1,98		X	X
	Primario Incompleto	7	2,31			X
	Sin instrucción	8	2,64			X
Su grupo familiar posee una pc o nootbok, celular o tablet	Si posee	1	0,33	X		
	No posee	2	0,66		X	X
Su grupo familiar dispone de un lugar adecuado para estudiar o rendir on line	Si posee de un lugar adecuado para clases o exámenes on line	1	0,33	X	X	
	No posee	2	0,66		X	X

Considerando la ponderación asignada a cada categoría y los resultados de un análisis estadístico previo, se determinaron los valores mínimo y máximo esperados para cada grupo social: GRB (Grupo de Riesgo Bajo): [6,27 , 11, 22] ; GRM (Grupo de Riesgo Medio): [11,23 , 19, 14]; GRA (Grupo de Riesgo Alto): [19,15 , 26,07].

De la distribución de frecuencias de la variable Vulnerabilidad Educativa, se obtuvo un puntaje mínimo de 8,91 y un puntaje máximo de 20,79. En la Tabla 5, se observan los grupos de riesgo identificados y cantidad de alumnos que lo componen.

Tabla 5: Distribución de frecuencias de la variable Vulnerabilidad Educativa según los grupos de riesgo

Vulnerabilidad Educativa	Intervalo	N° de Alumnos	% de Alumnos
Grupo de Riesgo Bajo	[6,27 , 11, 22]	154	21,8
Grupo de Riesgo Medio	[11,23 , 19, 14]	549	77,8
Grupo de Riesgo Alto	[19,15 , 26,07]	3	0,4

Del análisis de los resultados se concluye que el porcentaje de alumnos que se encuentra en una situación de riesgo social alto, situación que podría dificultar el aprendizaje, es pequeño. Sin embargo, alrededor del 80% de los alumnos se encuentra en una situación de vulnerabilidad media, lo que implicaría que el rendimiento académico de los mismos, podría estar influenciado por situaciones sociales de relevancia. Se comparó la Condición Académica del Alumno con la variable Vulnerabilidad Educativa. La Tabla 6 muestra los resultados obtenidos.

Tabla 6: Distribución porcentual de frecuencias de la variable Condición Académica, según la Vulnerabilidad Educativa de los alumnos de Matemática I.

Condición Académica	Vulnerabilidad Educativa		
	GRB	GRM	GRA
Libre	9,7%	90,0%	0,3%
Regular	22,5%	76,6%	0,9%
Promocionado	38,9%	61,1%	0,0%

Se observa que el 90% de los alumnos libres, se acumulan en la categoría Grupo de Riesgo Medio (GRM), presentándonos que *su desempeño académico se ve afectado por su situación social.* Mientras que alrededor del 40% de alumnos promocionados, lo hacen en la categoría Grupo de Riesgo Bajo.

Se compararon las proporciones de alumnos según la Condición Académica condicionando la Vulnerabilidad Académica. El test χ^2 indica al 5% de significación que la condición académica de los alumnos estudiados y su nivel de vulnerabilidad están relacionados.

5 Conclusiones

La clasificación de los alumnos en los distintos grupos de riesgo permitirá identificar a los estudiantes que requieran mayor atención en la enseñanza, pero sin descuidar las necesidades del resto de la población estudiantil dada las condiciones difíciles de la pandemia.

Tener un conocimiento de la relación entre la condición académica de los alumnos y los elementos que determinan grupos de riesgo posibilita la planificación y la toma de decisiones para organizar las actividades en el ciclo lectivo. La medición de riesgo, no es un mecanismo simple ya que la determinación de las variables y los límites de inclusión en cada grupo es crucial.

Para lograr el éxito en una futura implementación de esta modalidad de enseñanza, será conveniente realizar un triple esfuerzo. Desde lo institucional, disponiendo de recursos y generando espacios de apoyo y capacitación para el personal docente. Desde el claustro docente, rompiendo cualquier síntoma de resistencia al cambio, y utilizar estrategias para formar a nuestros estudiantes en competencias para el aprendizaje autónomo y autorregulado. Y finalmente desde los alumnos, en la disposición de aprender a trabajar en ambientes virtuales.

Consideramos que en este trabajo se presenta un primer paso de futuras investigaciones en este sentido.

Referencias

Cardini A et al (2020). Educar en Pandemia: entre el aislamiento y la distancia social. https://publications.iadb.org/publications/spanish/document/Educar-en-pandemia-Entre-el-aislamiento-y-la-distancia-social.pd. Consultado 12/11/20

Eurydice (2011). La modernización de la educación superior en Europa. Bruselas: EACEA. Pp 24. http://eacea.ec.europa.eu/Education/eurydice/documents/thematic_reports/131ES.pdf. Consultado 23/06/21

Gairín, J. y Suárez, C. I. (2014). La vulnerabilidad en Educación Superior. En Gairín J.; Rodríguez-Gómez, D. & Castro Ceacero, D. (Coord.) Éxito académico de colectivos vulnerables en entornos de riesgo en Latinoamérica (39-58). Madrid: Wolters Kluwer. G. pp.39-58. http://accelera.uab.cat/documents_edo/biblio/ACCEDES%20II_2014.pdf. Consultado 03/07/21

Gairín, J., Rodríguez, D. y Castro, D. (2012). Éxito académico de colectivos vulnerables en entornos de riesgo en Latinoamérica, Editorial Wolters Kluwer, Madrid, España. http://journals.openedition.org/polis/12235. Consultado 06/07/21

Pizarro, Roberto (2001) La vulnerabilidad social y sus desafíos: una mirada desde América Latina. Serie 6. Estudios estadísticos y prospectivos. División de Estadística y Proyecciones Económicas. Naciones Unidas.

Santiago de chile 2001. CEPAL ELAC.pp.11-14. http://unesdoc.unesco.org/images/0018/001849/184967s.pdf Consultado 12/07/21

Salinas Ibáñez, J., de Benito Crosetti, B., & Pérez Garcías, A. (2018). Blended learning, más allá de la clase presencial. RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia. http://revistas.uned.es/index.php/ried/article/view/18859. Consultado 20/07/21

UNESCO (2020). COVID-19 y educación superior: De los efectos inmediatos al día después. https://www.iesalc.unesco.org/wp-content/uploads/2020/05/COVID-19-ES-130520.pdf. Consultado 26/07/21

Vicentini, I. (2020). La educación superior en tiempos de COVID-19. Aportes de la Segunda Reunión del Dialogo Virtual con Rectores de Universidades Líderes de América Latina. https://publications.iadb.org/publications/spanish/document/La-educacion-superior-en-tiempos-de-COVID-19-Aportes-de-la-Segunda-Reunion-del-Di%C3%A1logo-Virtual-con-Rectores-de-Universidades-Lideres-de-America-Latina.pdf. Consultado 25/06/21

Materiales Didácticos Digitales ¿Cuáles Prefieren los Estudiantes? Análisis en Dos Materias del Área Matemática

Autino, Beatriz del Carmen- Digión, Marisa Angélica- Soruco, Olga Silvina
Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy
bettyautino@hotmail.com- marisadigion@gmail.com- ssoruco_97@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Materiales didácticos digitales, Aulas virtuales, Preferencia, Estudiantes

Resumen

Ante la situación de pandemia, una de las metas más anheladas a nivel educativo fue no perder el ciclo lectivo 2020. Si bien muchos docentes no estaban lo suficientemente preparados para afrontar el reto que imponía pasar de la presencialidad a la virtualidad, depositaron en los materiales didácticos digitales, la responsabilidad de mediar entre el conocimiento y los alumnos, con fines de aprendizaje.

Este trabajo tiene como objetivo socializar las conclusiones obtenidas de dos encuestas realizadas en el 2020, a estudiantes de la carrera de Contador de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. Se implementaron al finalizar cada cuatrimestre, en Matemática I y Matemática II. El propósito fue conocer la opinión de los alumnos respecto de los materiales didácticos digitales que se presentaron en las aulas virtuales. Se utilizaron cuestionarios con preguntas cerradas y abiertas. Las primeras, tratadas mediante el análisis estadístico descriptivo, indicaron que los estudiantes evalúan positivamente todos los materiales didácticos disponibles, sin mostrar una clara preferencia por uno de ellos. Mediante un abordaje cualitativo de las preguntas abiertas, surgió que los alumnos demuestran preferencia por los videos explicativos de los contenidos teóricos y de algunos ejercicios incluidos en las Guías de Trabajos Prácticos.

Los resultados obtenidos motivaron a los docentes a buscar alternativas superadoras para el ciclo lectivo 2021, entre ellas, mejorar la calidad e incrementar la cantidad de videos utilizados para el desarrollo de contenidos, y seleccionar nuevos temas para ser presentados en las clases on-line grabadas.

1 Introducción

La historia de la humanidad ha estado signada por hechos que han marcado, en su proceso de evolución, períodos de avance y de retroceso: el fuego, la escritura, las guerras de conquista, la imprenta, el descubrimiento de un nuevo mundo, los avances en las artes, la declaración de los derechos humanos, la era industrial, las guerras mundiales, los períodos de recesión económica, las pandemias y las vacunas, la llegada del hombre a la luna, la caída del muro de Berlín, las tragedias naturales, el avance de lo digital … Ya sea a nivel regional y/o mundial y, con diferentes grados de impacto, estos hechos -y muchos otros más-, tuvieron repercusión en la evolución de la raza humana.

La pandemia del COVID-19 fue decretada por lo Organización Mundial de la Salud el 11 de marzo del año 2020. Estuvo precedida por la ocurrencia de miles de casos mortales en más de cien países, a ese entonces. Ésta constituye un nuevo hito en la historia de la humanidad; marcó el inicio de una etapa; una etapa en donde el mundo entero cambió su forma y su ritmo de vida: la vorágine del día a día se convirtió en un estado de suspenso. En este contexto, lo único que avanzaba era el contagio viral y su influencia negativa sobre la existencia en la faz de la tierra.

Producto de tal hecho, el sistema educativo reaccionó como pudo. En la gran mayoría de los países, se cerraban instituciones educativas de todos los niveles; la República Argentina no fue la excepción. En el país, quedaron al descubierto una serie de problemáticas cuya previsión no había sido considerada ni dimensionada hasta ese momento. Quizás, una de las más críticas y relacionadas con la forma de transmitir los contenidos educativos, fue enfrentarse con la triste realidad de que una gran masa de docentes no estaba preparada para abandonar la enseñanza tradicional en un espacio físico llamado *aula*.

Con la mirada puesta en la no pérdida del ciclo lectivo y con escaso tiempo para la reflexión y la planificación, lo presencial comenzó a mutar a lo virtual. Los docentes salieron a afrontar esta situación con los conocimientos y con las herramientas de las que disponían tratando de pasar, en tiempo récord, de un nivel de alfabetización digital nulo/básico a otro superior, a los efectos de dar curso a su acción educativa. Acertada - o desacertadamente-; individual o institucionalmente; novatos o expertos en la tecnología digital, fueron planteando, a los miles de estudiantes de todo el país y de los distintos niveles educativos, modelos de enseñanza donde el peso recaía, mayormente, en los materiales didácticos que les proveían, esta vez, en formato digital. Entonces, se depositó en éstos, la gran responsabilidad de mediar entre el conocimiento y los alumnos, con fines de aprendizaje.

Desde entonces ha transcurrido un poco más de un año. Ahora si, con el conocimiento y el convencimiento de que los materiales didácticos digitales forman parte del proceso educativo y que son herramientas que se incorporan al mismo, debiendo estar articulados con los demás elementos que lo integran, cabe preguntarse a manera de reflexión: a los estudiantes ¿les ha sido útil esta forma de aprender?; ¿qué opiniones tienen respecto a los materiales didácticos digitales que se les ha ofrecido?; ¿qué valoración han realizado sobre los mismos?; ¿aprecian algunos materiales didácticos digitales por sobre otros? y … respeto al contacto, persona a persona y en tiempo real, ¿realizan alguna demanda sobre la necesidad de reestablecer dicho vínculo?

Se entiende que, las respuestas a estos interrogantes deben ser interpretadas -exclusivamente- en el particular contexto en el cual tiene lugar el acto educativo:

- Compartirlas, es necesario, porque aportan al conocimiento que se va generando respecto a la nueva modalidad educativa: llegar a los estudiantes utilizando la tecnología digital.

- Extrapolarlas a otros contextos, demandaría establecer similitudes en las condiciones disciplinares, didácticas y tecnológicas en el marco del cual dicho acto educativo tiene lugar.

2 Objetivos

En el presente trabajo se abordan y se analizan algunas líneas de reflexión que surgen de los interrogantes antes mencionados. En particular se proponen los siguientes objetivos:

- Establecer los materiales didácticos digitales utilizados por las cátedras de Matemática I y Matemática II en la carrera de Contador Público que se cursa en la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional de Jujuy (UNJu), durante el ciclo lectivo 2020.
- Determinar, de parte de los estudiantes, su preferencia por aquellos materiales didácticos digitales que más utilizaron y valoraron.
- Analizar las justificaciones que realizaron los estudiantes para establecer la valoración de los materiales didácticos digitales seleccionados.

3 Marco teórico

El desarrollo del proceso educativo requiere de la presencia de distintos recursos y medios; entre ellos están los materiales didácticos.

En todo enfoque constructivista los materiales didácticos desempeñan un rol preponderante: se utilizan para mediar entre el conocimiento y los alumnos, con fines de aprendizaje. No existe una única definición para identificar a este tipo de materiales; en el marco de este trabajo, se los concibe como *todo elemento que, en un contexto educativo determinado, es utilizado con una finalidad didáctica o para facilitar el desarrollo de las actividades formativas* (Guerrero Armas, 2019, p.1). Si se hace referencia a las funciones que cumplen los materiales didácticos, entre las más importantes se encuentran las siguientes:

- *Empaquetar y presentar didácticamente el contenido o conocimiento*
- *Facilitar las actividades de aprendizaje del estudiante*
- *Apoyar las tareas docentes de planificación y desarrollo de la enseñanza*
- *Evaluar los aprendizajes de los estudiantes* (Area Moreira, 2019, p.4)

Estos materiales, diseñados de forma que respondan a las funciones antes mencionadas, han ido evolucionando y modificándose a partir del auge de las nuevas tecnologías de la comunicación. Área Moreira expresa al respecto que: *La aparición de la revolución informática y de las telecomunicaciones ocurrida en estas últimas décadas está propiciando el surgimiento de una nueva generación de materiales didácticos de naturaleza digital* (op cit. p.5). A su vez Real Torres (2019) refiriéndose a García-Valcárcel (2016) asegura que estos recursos digitales surgen como un medio de expresión y creación a través de un nuevo lenguaje basado en la imagen, el sonido y la interactividad, tres elementos que refuerzan la comprensión, la creatividad y la motivación de los estudiantes.

Los materiales didácticos digitales *presentan rasgos o características bien diferenciados, tanto en su dimensión tecnológica como pedagógica, respecto de los materiales tradicionales o analógicos* (Área Moreira, 2019, p.5). Entre éstas se pueden distinguir las siguientes: tienen gran accesibilidad, facilitan la búsqueda de información, presentan distintos tipos de escenarios tanto figurativos como tridimensionales, permiten el uso de distintos tipos de lenguajes (textuales, icónicos, audiovisuales, gráficos, …), favorecen el uso autónomo por parte de los estudiantes y la interacción, facilitan la comunicación interpersonal y con ello la posibilidad del trabajo de tipo colaborativo en la red .

Zapata (2012) resalta que, gracias a los avances tecnológicos, se pueden producir materiales *integrando texto, imagen, audio, animación, video, voz grabada y elementos de software, almacenarlos en computadores o llevarlos a Internet para ser leídos desde un computador o un dispositivo móvil* (p.1). Todas las potencialidades que presentan los materiales didácticos digitales son de gran acogida por parte de la nueva generación de estudiantes; son jóvenes a los cuales la tecnología los atrae y hacen uso de ella con gran familiaridad.

Área Moreira clasifica a este tipo de materiales didácticos en cuatro grupos: *webs institucionales, webs de recursos y bases de datos, webs de teleformación y materiales didácticos en formato web.* (op cit. p.2). A su vez, dentro del último grupo, distingue: webs tutoriales, webs docentes y materiales didácticos en formato web. En este trabajo, interesa destacar a los materiales didácticos en formato web, que son:

webs de naturaleza didáctica ya que ofrecen un material diseñado y desarrollado específicamente para ser utilizado en un proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, pudiéramos indicar que estos sitios web son materiales curriculares en formato digital que utilizan la WWW como una estrategia de difusión y de acceso al mismo. Suelen ser elaborados por profesores para la enseñanza de su materia y/o asignatura (p.5).

Para el citado autor, las características más sobresalientes de este tipo de materiales, se pueden resumir en las siguientes: son elaborados con fines educativos; se adaptan a las características de los usuarios potenciales; tienen un formato multimedia; permiten el acceso a una enorme y variada cantidad de información, directamente o mediante enlaces a otros recursos de Internet; son flexibles e interactivos para el usuario; poseen información que está conectada hipertextualmente; combinan la información con la demanda de realización de actividades.

Es importante resaltar que los materiales didácticos digitales deben ser elaborados teniendo presente las características y demandas curriculares de cada nivel educativo para el cual están diseñados, como así también el área de conocimiento en el que se van a utilizar.

Si bien ya hace varios años la tecnología es un medio facilitador del proceso educativo, en forma optativa y generalmente como acompañamiento de la enseñanza presencial, en el actual tiempo de pandemia, es el proceso educativo el que depende enteramente de la tecnología.

No obstante, ante esta situación, es necesario poner en valor las ideas y las palabras de Moreira Teixeira y Zapata-Ros, en cuanto a que es muy frecuente que los docentes, con la intensión de evitar riesgos, y tal vez por la falta de capacitación adecuada, mayoritariamente se limitan a replicar sus experiencias tradicionales en el aula, brindando conferencias o clases en línea a través de sistemas de conferencias web, como Zoom, Meet, Microsoft Teams, entre otras; sin embargo, indican que:

esta simplificación excesiva de la metodología de enseñanza y aprendizaje a distancia y en línea ha dado como resultado un enfoque excesivamente basado en la entrega de contenidos, lo que devalúa el apoyo y la retroalimentación adecuadas de los aprendices, que son de suma importancia para asegurar el desempeño de los estudiantes. Lo mismo cabe señalar en relación con el uso predominante de la comunicación sincrónica en lugar de la asincrónica, que es más apropiada ya que promueve la flexibilidad del aprendizaje, la realimentación y la reflexión (2021, p. 2).

4 Desarrollo

En el ciclo lectivo 2020, en la FCE de la UNJu, las cátedras de las asignaturas de primer año tuvieron que afrontar el desafío de seleccionar aquellos materiales didácticos digitales que estimaban pertinentes para que los estudiantes, que recién se incorporaban a la vida universitaria, contaran con la suficiente motivación para aprender con ellos. Por otra parte, en esta selección, estuvo presente otro factor importante: las competencias digitales que, a ese momento, tenían los docentes que integraban dichos espacios curriculares.

La conjunción de las dos situaciones mencionadas, sumadas a la urgencia con la que los materiales debían ser diseñados y puestos a disposición de los estudiantes, demandó gran esfuerzo y mucho tiempo por parte de los docentes, que trabajaron en un contexto definido por situaciones sanitarias de aislamiento y distanciamiento social, ambas producto de la pandemia.

En particular, dos cátedras del Área Matemática a cargo del dictado de las asignaturas: Matemática I y Matemática II, insertas en el 1er. Año de la carrera de Contador Público que se cursa en la Institución, trabajaron denodadamente para poner en funcionamiento aulas virtuales en la plataforma digital de la Universidad Nacional de Jujuy. Éstas se plantearon a partir de varias premisas:

- No debían ser simples repositorios del material didáctico que habitualmente se utilizaban en la presencialidad.
- Tenían que contener actividades y recursos cuya configuración y uso fueran, por una parte, conocidos por los docentes y, por otra, de sencillo acceso por parte de los estudiantes.
- Era necesario generar en ellas espacios que motivaran a los alumnos a ser consultados.
- No se deseaba que la comunicación, que permitía este espacio institucional, fuera de tipo unidireccional (del docente al estudiante).

Tomando en consideración lo enunciado, ambas aulas virtuales incorporaron actividades y recursos comunes, entre las que se encontraban: Notas Teóricas, en formato pdf; videos con el desarrollo de los contenidos teóricos de cada unidad didáctica; Guías de Trabajos Prácticos en formato pdf; videos con el desarrollo de algunos ejercicios contenidos en las Guías de Trabajos Prácticos; y Autoevaluaciones al finalizar cada unidad.

Decisiones dentro de cada una de las cátedras, diferenció la comunicación educativa entre docentes y estudiantes: en Matemática I se habilitaron espacios de enseñanza y aprendizaje para el dictado de clases on-line; y en Matemática II, el proceso educativo se desarrolló en forma totalmente asincrónica.

Desde entonces ha transcurrido un poco más de un año. Ahora sí, con el conocimiento y el convencimiento de que los materiales didácticos digitales constituyen una parte fundamental del proceso educativo que se lleva a cabo de manera on-line, resulta necesario revisar y reflexionar sobre, de qué manera han impactado los mismos en el aprendizaje de los estudiantes.

Para ello se parte del procesamiento cuanti-cualitativo de encuestas realizadas a los alumnos cursantes de Matemática I y Matemática II. Al respecto, cabe aclarar que dichos grupos no estuvieron integrados, exactamente, por los mismos estudiantes; sí tuvieron alumnos en común (ingresantes en el ciclo lectivo 2020). Los cuestionarios de las encuestas se implementaron a la finalización del cursado de las asignaturas y, el objetivo de los mismos fue indagar sobre el uso y valoración que los estudiantes realizaban sobre los materiales didácticos digitales puestos en las respectivas aulas virtuales.

* Algunas estadísticas que surgen del procesamiento descriptivo de los datos recogidos en cada materia, considerando la utilidad de los materiales didácticos digitales comunes y la condición académica en la cual los estudiantes cursaban las materias, se consignan a continuación:

Tabla 1. Utilidad de las Notas Teóricas

Matemática I	Matemática II

Condición académica del alumno	Muy útil		Medianamente útil		Nada útil		Muy útil		Medianamente útil		Nada útil	
Ingresante	148	84,57%	26	14,86%	1	0,57%	73	70,19%	31	29,81%	0	0,00%
Recursante	48	87,27%	7	12,73%	0	0,00%	62	83,78%	12	16,22%	0	0,00%
Total	**196**	**85,22%**	**33**	**14,35%**	**1**	**0,43%**	**135**	**75,84%**	**43**	**24,16%**	**0**	**0,00%**

Tabla 2. Utilidad de los videos con el desarrollo de contenidos teóricos

	Matemática I						Matemática II					
Condición académica del alumno	Muy útil		Medianamente útil		Nada útil		Muy útil		Medianamente útil		Nada útil	
Ingresante	149	85,14%	24	13,71%	2	1,14%	53	50,96%	49	47,12%	2	1,92%
Recursante	50	90,91%	5	9,09%	0	0,00%	48	64,86%	25	33,78%	1	1,35%
Total	**199**	**86,52%**	**29**	**12,61%**	**2**	**0,87%**	**101**	**56,74%**	**74**	**41,57%**	**3**	**1,69%**

Tabla 3. Utilidad de la Guía de Trabajos Prácticos

	Matemática I						Matemática II					
Condición académica del alumno	Muy útil		Medianamente útil		Nada útil		Muy útil		Medianamente útil		Nada útil	
Ingresante	148	84,57%	26	14,86%	1	0,57%	21	20,19%	80	76,92%	3	2,88%
Recursante	52	94,55%	3	5,45%	0	0,00%	29	39,19%	45	60,81%	0	0,00%
Total	**200**	**86,96%**	**29**	**12,61%**	**1**	**0,43%**	**50**	**28,09%**	**125**	**70,22%**	**3**	**1,69%**

Tabla 4. Utilidad de los videos con el desarrollo de algunos ejercicios contenidos en la Guía de Trabajos Prácticos

	Matemática I						Matemática II					
Condición académica del alumno	Muy útil		Medianamente útil		Nada útil		Muy útil		Medianamente útil		Nada útil	
Ingresante	149	85,14%	25	14,29%	1	0,57%	64	61,54%	39	37,50%	1	0,96%
Recursante	48	87,27%	6	10,91%	1	1,82%	58	78,38%	16	21,62%	0	0,00%
Total	**197**	**85,65%**	**31**	**13,48%**	**2**	**0,87%**	**122**	**68,54%**	**55**	**30,90%**	**1**	**0,56%**

Tabla 5. Suficiencia del material de estudio proporcionado en el aula virtual

	Matemática I				Matemática II			
Condición académica del alumno	Si fue suficiente		No fue suficiente		Si fue suficiente		No fue suficiente	
Ingresante	173	98,86%	2	1,14%	90	86,54%	14	13,46%
Recursante	55	100,00%	0	0,00%	70	94,59%	4	5,41%
Total	**228**	**99,13%**	**2**	**0,87%**	**160**	**89,89%**	**18**	**10,11%**

De los valores consignados en las Tablas 1 a la 4, se desprende que la mayoría de los estudiantes valoran como “Muy útil” y/o “Medianamente útil” todos los materiales didácticos digitales considerados; y en todos los casos, menos de un 2% los consideró “Nada útil”.

En particular, de la comparación de los porcentajes correspondiente a la categoría “Muy útil”, dentro de cada una de las materias se observa que, en el caso de Matemática I, existe cierta homogeneidad en los porcentajes que indican la utilidad de los materiales considerados, que ronda en el 86,08%; y en el caso de Matemática II el rango de porcentajes es más amplio (28,09%; 68,64%).

Como dato adicional, de la Tabla 5 se determina que un alto porcentaje de alumnos consideró a dichos materiales como “Suficientes” para el estudio de las dos materias.

* Del análisis cualitativo que se realizó sobre las respuestas brindadas por los estudiantes a las preguntas abiertas de las encuestas, se determinó la clara preferencia de los mismos por los videos con el desarrollo de contenidos teóricos y por los videos en los cuales se explicaban ejercicios incluidos en las Guías de Trabajos Prácticos.

A manera de categorías emergentes, surgieron como motivos por los cuales mostraban dicha preferencia, los siguientes:

- La posibilidad de utilizarlos para estudiar en cualquier tiempo y lugar, superando problemas de horarios laborales, temas de salud, situaciones familiares particulares, entre otros.

- La disponibilidad permanente de los mismos a los efectos de consultarlos las veces necesarias.

- La mejora en la comprensión y retención de los conocimientos.

- La disminución de los costos de dichos materiales (aunque el acceso a los mismos demanda de buena conectividad a la red y de dispositivos tecnológicos que permitan ingresar a la plataforma).

De manera adicional, resulta interesante compartir, la lectura que se realiza de las opiniones de los estudiantes en cuanto al tipo de demanda que hacen sobre la posibilidad de retomar el contacto, persona a persona y en tiempo real, y la preferencia sobre el tipo de dictado de las clases: presencial, virtual o combinadas. Al respecto, la mayoría de los estudiantes sostienen las siguientes ideas:

- Los encuentros sincrónicos son importantes porque posibilitan una comunicación en tiempo real entre el docente y los estudiantes.
- La combinación de dictado virtual, acompañado de algunas instancias presenciales sería ideal.

- Los encuentros en vivo por medio de alguna de las plataformas conocidas, ayudan a mejorar la motivación para estudiar, ya que obligan a estar conectado en un horario fijo y colaboran a una mayor concentración.

5 Conclusiones

Desde el inicio de la pandemia del COVID 19 hasta la fecha, es muy importante el aprendizaje que tuvo lugar, tanto en los docentes como en los estudiantes. El camino no fue sencillo y se debieron sortear muchos obstáculos para poder mutar desde una educación presencial a una totalmente virtual. Los materiales didácticos digitales son ahora una realidad y se ven plasmados en las aulas virtuales de las cátedras sitios que, en muchos casos, eran un ideal a alcanzar en algún momento y que la urgencia hizo que se conviertan en un espacio obligado de desarrollo del proceso educativo. Los estudiantes acompañaron este proceso de innovación forzado, valorando positivamente los materiales didácticos digitales que los docentes pusieron a su disposición. Esto último obliga a las cátedras a seguir mejorando; por una parte, renovando e incrementando aquellos materiales preferidos por los estudiantes (videos) y, por otra, incorporando nuevos materiales, por ejemplo clases grabadas on-line, actividades y recursos que incrementen y hagan más efectivas las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. ¡Este es ahora el nuevo desafío!

6 Referencias

- Área Moreira, M. (2003). De los webs educativos al material didáctico web. Artículo publicado en la revista *Comunicación y Pedagogía*, N°188, pgs. 32-38. Disponible en: https://docplayer.es/8030317-De-los-webs-educativos-al-material-didactico-web.html
- Área Moreira, M. (2019). Guía para la producción y uso de materiales didácticos digitales. Recomendaciones de buenas prácticas para productores, profesorado y familias. Disponible en:
- https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/16086/Manuel%20Area%20GU%C3%8DA%20PARA%20LA%20PRODUCCI%C3%93N%20Y%20USO%20DE%20MATERIALES%20DID%C3%81CTICOS%20DIGITALES.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- García-Valcárcel, A. (2016). Recursos digitales para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje. Disponible en: https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/131421/1/ Recursos%20digitales.pdf
- Guerrero Armas, A. (2009). Los materiales didácticos en el aula. Disponible en: https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd6415.pdf

Kessler, D. (2021). A más de un año del comienzo de la pandemia; ¿cuál ha sido el impacto social en América Latina. Conferencia en el Acto de Apertura del Pre-ASET- JUJUY 2021 (17de Junio). Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Jujuy.

- Moreira Teixeira, A y Zapata-Ros, M. (2021). Presentación del número especial de RED Transición de la educación convencional a la educación y al aprendizaje en línea, como consecuencia del COVID19. RED: *revista de educación a distancia*, N. 65. V. 21
- Real Torres, C. (2019). Materiales Didácticos Digitales: un recurso innovador en la docencia del siglo XXI. Revista *3C TIC.* Volumen 8. Nro 2. Edición 29. pgs 12-27. Disponible en: http://dx.doi.org/10.17993/3ctic.2019.82.12-27
- Zapata, M. (2012). Recursos educativos digitales: conceptos básicos. Disponible en: https://aprendeenlinea.udea.edu.co/boa/contenidos.php/d211b52ee1441a30b59ae008e2d31386/845/es

tilo/aHR0cDovL2FwcmVuZGVlbmxpbmVhLnVkZWEuZWR1LmNvL2VzdGlsb3MvYXp1bF9jb3Jwb3JhdGl2by5jc3M=/1/contenido/

Traspasando la Virtualidad: Necesidades y Emociones del Docente y del Estudiante

Padró, Silvia Inés – Facello, Carlos Sebastián
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
silvia.padro@uner.edu.ar – sebastian.facello@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Virtualidad, Emociones, Necesidades, Metodologías, Contenidos

Resumen

El año 2020 fue para todos nosotros un año lleno de temores, incertidumbre, dificultades, ansiedades, complicaciones y seguramente muchas emociones más. No ha quedado exento nadie, ni docentes ni alumnos, de verse traspasado por la situación de pandemia que aún hoy estamos transitando. Los docentes, acostumbrados a la presencialidad, nos vimos de pronto, de un día para otro, teniendo que convertirnos en expertos de la enseñanza virtual.

Cambiar los materiales de estudio, utilizar todas las herramientas del campus, buscar nuevas metodologías de enseñanza, analizar las diferentes formas de evaluación, cambiar los conceptos arraigados de evaluación que teníamos. Todo esto nos pasó y lo fuimos enfrentando como equipo de trabajo a medida que transcurría lo que pensábamos sería el único cuatrimestre de dictado virtual.

Pero en un momento comprendimos que no éramos los únicos que estábamos afectados, nuestros estudiantes también sumaron ese desconcierto e incertidumbre a su cursado. Muchos chicos no conocen aún hoy las aulas de nuestra Facultad, mucho menos a sus compañeros. Fue entonces que decidimos realizar este trabajo, el que consiste en una encuesta a los estudiantes para visualizar sus emociones y sentimientos, como así también las opiniones respecto del cursado de las asignaturas afectadas.

Introducción

El año 2020 nos sorprendió a todos, el mundo en su totalidad se vio de golpe convulsionado y confundido. Hacía muchos años desde que la gripe española (1918) había dejado a su paso cerca de 50 millones de muertos en el mundo. Hubo otros virus, la gripe A (1957) y sus variantes posteriores, que también pusieron en alerta al mundo, pero nunca ocasionaron una devastación tal como la española, ocasionando aproximadamente un millón de muertos en el mundo cada una de ellas.

Esta nueva pandemia, COVID-19, en el momento que escribimos este trabajo contabiliza 2 millones y medio de fallecidos en el mundo. El sistema sanitario mundial está en alerta aún, habiendo ya pasado un año del comienzo y a unos meses de poder establecer la efectividad de la vacunación.

La pandemia ha traído muchos problemas de diferente índole además de los de orden sanitario, entre ellos económicos, sociales, psicológicos, educativos, etc.

La educación tradicional se ve afectada

La educación universitaria durante todo el año 2020 se realizó en forma virtual, al igual que la primaria y secundaria. El pensamiento popular es que somos los que menos problemas debíamos enfrentar en este tipo de modalidad, pues nuestros estudiantes son mayores, conocen de redes y pueden organizarse para realizar un autoaprendizaje. Además, muchas universidades ya tienen este tipo de modalidad como oferta para la totalidad o casi totalidad de las carreras, de manera que las plataformas, Moodle y otras, tienen todo los que un docente universitario necesita para entablar consultas, dar clases, tomar prácticos, exámenes y mucho más.

Finalizando el año se comenzaron a escuchar profesionales de otras áreas como pedagogía, psicología, e incluso especialistas en educación, los que dieron la alerta sobre diferentes problemáticas que estaban cursando tanto niños como adolescentes y jóvenes como resultado de este año virtual. Problemas que traspasan la adquisición de nuevos conocimientos, y van a aspectos personales, psicológicos, sociales, aspectos que incumben a la persona en su totalidad, ya que somos seres integrales, que no podemos separar los diferentes aspectos que nos definen como personas: físico, mental y espiritual (dentro de este último aspecto incluimos los valores adquiridos que determinan la moral y el actuar de las personas)

Nosotros, como docentes de jóvenes que cursan su primer o segundo año en la Universidad, nos vimos impelidos a traspasar la problemática propia de la virtualidad. Al igual que la mayoría de los docentes tuvimos un primer momento de reconversión de la asignatura a esta nueva modalidad, al cual le siguió la búsqueda de más y mejores metodologías de enseñanza, que en el entorno virtual nos pudieran dar mejores resultados. Cambiamos formas de enseñar y de evaluar, nos reinventamos desde nuestra realidad, con el objetivo puesto en hacerle más amable el aprendizaje a nuestros estudiantes.

Tuvimos los temores propios de este cambio, temor a la copia, a la falta de conocimiento del campus, del entorno, de las herramientas.

Pero a medida que avanzaba el año, nos dimos cuenta que partimos de una premisa que no era del todo válida, el pensar que las limitaciones y problemas eran más nuestros que de los estudiantes. Pensar que los jóvenes que son de la era digital no tendrían problemas en adaptarse a este nuevo formato, y mucho menos en hacer uso de todas las herramientas que podíamos disponer. Darnos cuenta que llegamos con nuestras clases a lugares donde el internet no siempre funciona bien, donde una tormenta podía estropear un examen, o donde la enfermedad haya limitado la presencia y voluntad del estudiante. Comenzamos a escucharlos a ellos y la realidad cambió.

¿Han pensado lo profundo que caló en los jóvenes esta pandemia? ¿Se han puesto a pensar en que muchos de ellos tenían planes de recibirse en tal o cual fecha, de rendir tales o cuales materias y todos esos planes se desmoronaron en cuestión de horas o días? Superar un obstáculo es mucho más simple para quienes ya tenemos algunos años más transitando en esta vida y ya hemos superado más de uno. Estos jóvenes digitales, nuestros alumnos, la tuvieron complicada, mucho. Algunos decidieron no seguir, tomarse un año hasta que la tan ansiada “normalidad” volviera, otros hicieron frente y avanzar tanto como pudieran.

Desde la cátedra de Cálculo aplicado a las Ciencias Económicas queremos compartir con la comunidad los resultados de una encuesta realizada a los estudiantes de nuestra materia que realizaron el cursado en forma digital durante el año 2020. En la encuesta nos interesaba conocer la opinión de ellos acerca del material, de la metodología, del tiempo dedicado, etc. Pero también nos interesó saber su realidad, sus emociones y pensamientos acerca de este complicado año que vivimos. Se darán a conocer también, en este trabajo, los resultados de una encuesta similar llevada a cabo por la titular de la cátedra en la Universidad Adventista del Plata a alumnos que cursan la misma asignatura y por lo tanto tienen edades similares.

Creemos que es muy rico el resultado hallado, porque nos acerca a la comprensión desde su percepción de esta problemática.

Metodología y desarrollo

La encuesta se realizó por mail a todos los estudiantes de las cátedras de Cálculo aplicado a las Ciencias Económicas y Análisis Matemático I y II de las Facultades de Ciencias Económicas de UNER y UAP respectivamente. Es notable, en primer lugar, el nivel de participación del alumnado, con los cuales se habló previamente en clases sincrónicas de las asignaturas y se les explicó los objetivos de la misma.

Al acceder a la encuesta el estudiante daba su consentimiento para que los datos recogidos puedan ser utilizados para realizar un informe y publicación. La misma era anónima.

Si bien las cátedras mencionadas ya tenían su lugar asignado en el campus virtual de ambas universidades, el mismo se ocupaba para dar información, realizar algún trabajo práctico extra áulico o para darles acceso a material en formato virtual, libros y apuntes.

Por eso entre las preguntas de la encuesta está una primera parte destinada a determinar la opinión de los estudiantes respecto del manejo del material subido al campus y las clases realizadas en formato virtual.

1- Estudiantes de UNER

Respondieron la encuesta el 61% de los estudiantes que cursaron la asignatura en el segundo cuatrimestre del año 2020. De ese total, el 73% cursaba la asignatura por primera vez.

En primer lugar, es importante incentivar la asistencia del estudiantado a la asignatura no sólo en su formato sincrónico sino también a través del campus para resolver toda la ejercitación que no puede desarrollarse en clase. Por eso se les preguntó acerca de su frecuencia en el campus y su autoevaluación respecto de la misma. Los resultados se ven reflejados en los siguientes gráficos:

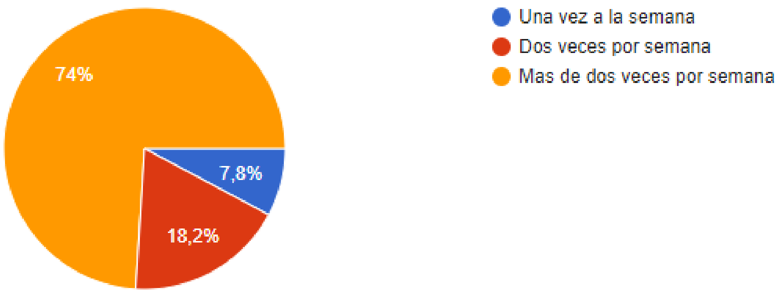


Gráfico 1: Distribución de alumnos según el acceso al campus

Podemos ver que un gran número de estudiantes (74%) afirma ingresar al campus más de dos veces semanales.

Se los solicitó, también, que autoevaluaran la motivación que sentían para acceder al campus y seguir las clases virtuales, esto dio lugar al siguiente gráfico:

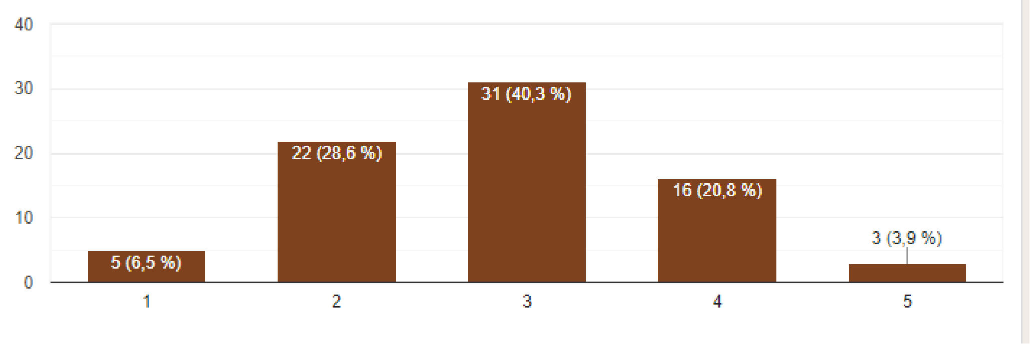


Gráfico 2: Distribución según la motivación en la virtualidad

Al realizar la autoevaluación donde la escala va de 1 a 5 indicando que se sintieron desde nada motivados a muy motivados a participar, el nivel 3 es el que más estudiantes (40%) definen como nivel de motivación.

Sólo el 26% de los estudiantes afirman que la motivación no tiene que ver con la virtualidad, sino con otras causas. Por lo que consideramos que este cambio de formato en la educación fue altamente vinculante a la motivación de los estudiantes para seguir adelante con la asignatura.

Se les preguntó también si los docentes podíamos colaborar en esa motivación, y aquí la casi totalidad (96%) respondieron "si" o "tal vez".

Lo más notable fue cuando se dejó abierto un espacio para que nos sugirieran cómo podíamos colaborar, y entre las respuestas más populares se encontraron tres, "incentivar la asistencia poniendo un mínimo obligatorio"; "aumentar el número de horas de clases sincrónicas por meet" y "realizar semanalmente trabajos prácticos a través del campus"

Cuando se les pidió su opinión sobre el material subido al campus, las respuestas fueron según lo que puede apreciarse en el siguiente gráfico:

Gráfico 3: Distribución de opiniones sobre la organización de cátedra virtual

Estos resultados nos llevan a la determinación de incorporar más ejercitación resuelta y de esta forma tendremos un gran número de alumnos que estarían considerando adecuado y completo el material.

Respecto de la evaluación que hicieron los estudiantes de las clases, tanto teóricos como prácticas, llevadas a cabo por meet, cerca del 80% de los estudiantes las calificaron con 4 o 5 en una escala de 1 a 5 entendiendo que 1 es mala y 5 excelente.

2. **Estudiantes de UAP**

En cuanto a la participación, el nivel fue similar, pues respondieron la encuesta el 66% de los estudiantes.

Existieron algunas diferencias en cuanto al ingreso al campus y a la consideración del contenido del mismo en la asignatura. La gran mayoría (84%) manifestó ingresar dos veces por semana, y un porcentaje similar (86%) evaluó de adecuado el contenido.

También se notó diferencia en la autoevaluación respecto de su motivación para la participación virtual, pues entre los niveles 4 y 5 de "motivado" y "muy motivado" se situó más del 60% de los estudiantes.

La calificación de las clases fue superior, pues un 69% de las respuestas calificó con 5 (excelente) el desarrollo sincrónico de las clases virtuales.

Estas diferencias vertidas hasta aquí pueden ser asignadas a equipos de cátedras diferentes o formas de trabajo diferente en ambas instituciones, como así también, y creo que es la causa principal, al número de alumnos en cada clase, ya que en UNER las mismas son de un mínimo de 60 estudiantes, llegando en algunos casos a 90, mientras que en UAP, los grupos no exceden los 30 alumnos.

Cuando decidimos indagar un poco más allá del material o las clases les propusimos una serie de frases con las que les preguntábamos con cuál se sentían más identificados. Esto tenía el sentido de conocer la predisposición del estudiantado a partir de su propia experiencia o sentimientos, los cuales pueden verse afectados obviamente desde lo personal y social. Las respuestas las veremos en forma comparativa en ambos grupos de estudiantes:

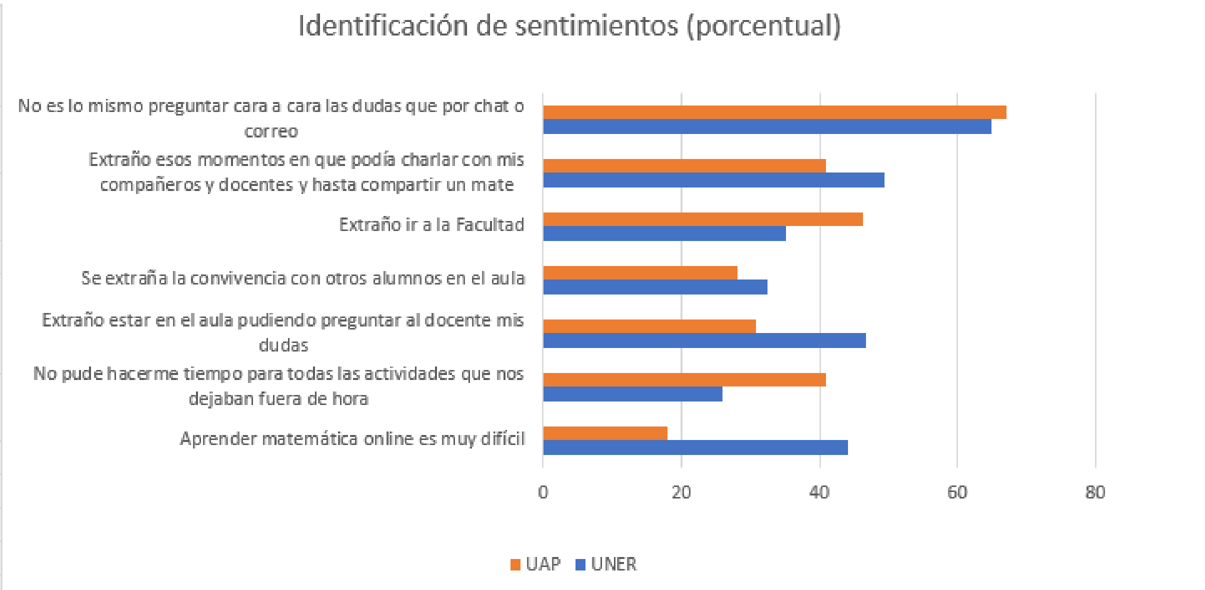


Gráfico 4: Identificación de sentimientos. Comparación UNER - UAP

Como puede comenzar a apreciarse, las respuestas más populares tienen que ver con las necesidades sociales y de relacionamiento que nuestros jóvenes tienen, tanto con sus pares como con sus docentes. Hay una gran paridad de opinión, sólo dos preguntas pueden considerarse realmente diferentes las respuestas, que son las dos últimas, las que tienen que ver con la apreciación de la cantidad de actividades que todos los docentes les dejaban semanalmente y la dificultad de aprender matemática en forma online, lo cual puede responder a las realidades diferentes de ambas universidades.

Las emociones que expresaron tener ante esta situación tan atípica de pandemia, en forma comparativa, son:

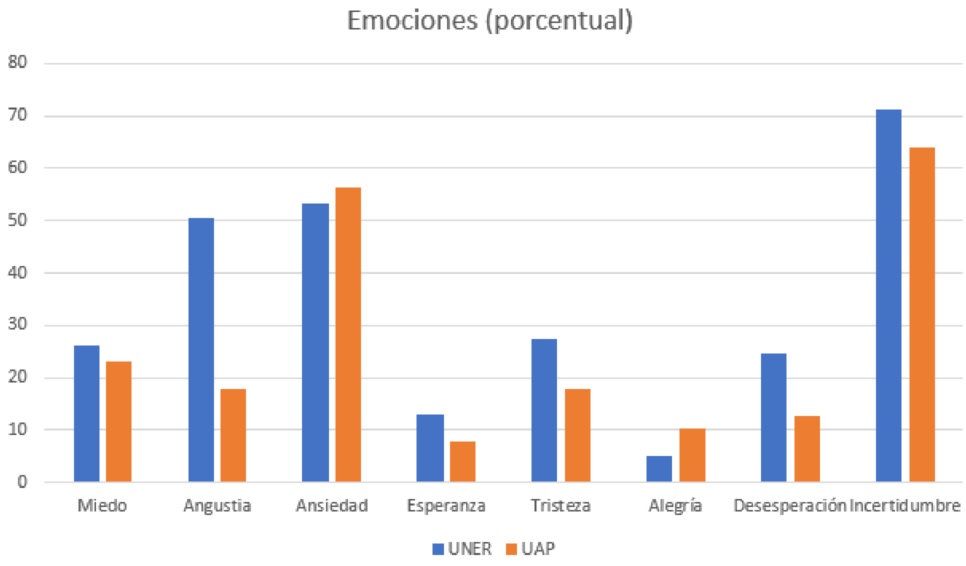


Gráfico 5: Identificación de emociones. Comparación UNER - UAP

Nuestros alumnos en su gran mayoría expresan emociones de incertidumbre, ansiedad, angustia y miedo ante la situación que se vive en forma mundial, notamos diferencias en los porcentajes de alumnos que indicaron "angustia" y "desesperación" siendo notablemente inferiores los porcentajes relativos a UAP.

La angustia que ellos describen en su origen etimológico viene de la palabra "estrecho" y tiene que ver con la opresión que se siente en el pecho durante ese estado emocional. Antes que esa estrechez aparezca en el pecho, aparece en la mente. La mente se nos cierra cuando no vemos la salida y caemos en pensamientos fatalistas.

Esta realidad es algo que no podemos dejar de tener en cuenta, ya que las emociones influyen directamente en el desarrollo de la persona y tanto más aún cuando se trata de jóvenes en plena formación de su personalidad. Claro está que la influencia llega hasta su vinculación con el proceso de enseñanza-aprendizaje.

3. Efectos de una pandemia en la sociedad

En todo el mundo se están llevando a cabo estudios para determinar cómo la pandemia de COVID – 19 está afectando social y mentalmente a la población. Rosenberg, Mendoza y Tabatabaei-Jafarie señalan que "expertos de todas las regiones han estimado un aumento de la angustia psicológica, la ansiedad y la depresión en sus áreas de influencia y países"8. En Perú, Huarcaya-Victoria seala que "de acuerdo con la evidencia revisada, se ha demostrado que durante la fase inicial de la pandemia de COVID – 19 fue común la presencia de ansiedad, depresión y reacción al estrés en la población general"9. En Argentina, mientras tanto, un equipo de investigadoras aplicó una encuesta de la OMS adaptada al contexto local y halló que la población encuestada siente incertidumbre, miedo y angustia.10

Para generalizar las investigaciones realizadas podemos citar un trabajo llevado a cabo por un equipo mundial de especialistas en salud mental publicado en la revista científica The Lancet Psychiatry que señala "La mayoría de las encuestas del público en general muestran un aumento de los síntomas de depresión, ansiedad y estrés relacionados con COVID-19, como resultado de factores estresantes psicosociales como alteración de la vida,

[8] https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7452826/ . Accesado el 18 Febrero 2021
[9] https://rpmesp.ins.gob.pe/index.php/rpmesp/article/view/5419. Accesado el 30 Diciembre 2020
[10] https://scielosp.org/pdf/csc/2020.v25suppl1/2447-2456/es. Accesado el 12 Febrero 2021

miedo a la enfermedad o miedo a los efectos económicos negativos”. Otros trastornos que se mencionan en esta publicación son trastornos de adaptación y dolor en los niños, aumento del consumo de alcohol y drogas y violencia doméstica.11

4. Conclusiones

Esta encuesta surgió como una necesidad de la cátedra de respuestas en cuanto al accionar de la misma. Teníamos muchas dudas sobre nuestra metodología, nuestros materiales y las decisiones tomadas sobre el material, la intensidad y duración de los encuentros sincrónicos. Pero cuando el cursado comenzó las dudas fueron trasponiendo lo netamente vinculado al proceso de enseñanza y se fueron depositando en los alumnos, sus posibilidades de acceso a las clases y el campus, sus necesidades y diferentes realidades.

Como se describió oportunamente, los jóvenes de la era digital, se vieron golpeados por esta obligación de comunicarse el 100% del tiempo en forma virtual, encontrándose con emociones negativas como el miedo, angustia e incertidumbre, al igual que la población adulta en el mundo entero.

Estamos a poco de comenzar un nuevo año lectivo en esta modalidad. Creemos que es tiempo de traspasar el problema que significó para muchos de los docentes la virtualidad, y tratar de integrar la enseñanza con algunos “tips” que colaboren con nuestra postura y la de los estudiantes ante esta situación. Estos meses de descanso nos ayudan a reordenar no sólo los materiales, sino nuestros pensamientos y emociones y proyectar un nuevo año con nuevas expectativas, que nos lleven a crecer como profesionales y a colaborar en el crecimiento intelectual y personal de nuestros estudiantes.

Ninguno de nosotros sabe exactamente cómo va a seguir esta situación. Ni las mentes más brillantes en este momento dan un pronóstico certero. En tanto sabemos que seguimos cuidando nuestra salud con barbijo, alcohol y distancia. Pero, al contrario de lo que se publicita, que esa distancia sea sólo física, no nos distanciemos socialmente de nadie, mucho menos de nuestros alumnos. Somos seres sociales y esta pandemia ha afectado esa área de nuestra vida. Por esa razón surgen todas estas respuestas de nuestros jóvenes. Ya tuvimos un año para acomodar metodologías y materiales, es momento de reversionar la relación docente-alumno en tiempos de pandemia. Todo un desafío y estamos dispuestos a tomarlo y hacerlo nuestro.

5. Bibliografía

- Huarcaya-Victoria, J (2020) Consideraciones sobre la salud mental en la pandemia de COVID-19. Revista peruana de medicina experiemental y salud pública, pp 327 – 334
- Johnson M.C., Saletti-Cuesta L. y Tumas N. (2020) Emociones, preocupaciones y reflexiones frente a la pandemia de COVID-19 en la Argentina. Ciênc, Saúde colectiva, vol 25, .pp 2447-2456
- Moreno, C. et al (2020) Cómo debería cambiar la atención de la salud mental como consecuencia de la pandemia de COVID-19. The Lancet Psychiatry, Vol 7, N° 9, pp 813-824
- Rosenberg S., Mendoza J y Tabatabaei-Jafarie H. (2020) Experiencias internacionales del período activo de COVID-19. Cuidado de la Salud Mental. Elsevier Public Health Emergency Collection, pp 503-509

[11] https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2215036620303072#bib33. Accesado el 12 Febrero 2021

Análisis Matemático II, Migración del Aula Presencial al Aula Virtual

May, Gladys Carmen – Olguin, R .Karina – Lequin Vargas Yamila- Simunovich, Roberto J
Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de San Luis
gcmay@.hotmail.com.ar, olguinrk@gmail.com, , yamilalequinvargas@yahoo.es,
simunovichirj@email.unsl.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras claves: Evaluación continua, Entornos virtuales, Dimensiones pedagógicas

Resumen

La pandemia ha afectado al mundo en todos los sentidos, la educación no fue exenta de esta situación, es por lo que, en el campo de la educación superior, los entornos virtuales en este año y el año pasado fueron una alternativa viable para el desarrollo de la enseñanza y evaluación de los aprendizajes de los estudiantes en las distintas asignaturas que cursaron de su carrera.
Los docentes hemos tenido que replantearnos nuestras prácticas pedagógicas y didácticas para acompañar las diversas trayectorias de los estudiantes. Nos obligó a repensar nuestras prácticas, la única certeza que tenemos es que nunca dejamos de aprender. y lo que antes era una certeza ahora es una pregunta.
Asumiendo el rol de orientadores, los profesores tratamos de evaluar el proceso de aprendizaje del estudiante a través de un seguimiento continuo de su trabajo en la virtualidad, porque pensamos que la evaluación continua acompañada de métodos de evaluación y retroalimentación adecuados nos permite corregir a tiempo los problemas que surgen en el proceso de aprendizaje y motiva a los estudiantes a trabajar diariamente los contenidos de la asignatura evitando la pasividad en las clases y estudiar únicamente para instancias finales.
Este trabajo es de tipo exploratorio, compartiremos los resultados de nuestra experiencia en la enseñanza y evaluación de la asignatura Análisis Matemático II de manera virtual en esta época de pandemia con ciertas dudas en la manera de evaluar en la virtualidad.

1. Introducción

Si bien la pandemia, nos llevó a replantéanos nuestras prácticas áulicas no fue una tarea fácil y simple, más allá que hoy por hoy contamos con tecnología o dispositivos electrónicos que quizás nos facilita a la hora de dar clase, tuvimos que adaptarnos a esta situación y buscar las diversas metodologías y estrategias para continuar con nuestras clases áulicas.

En este contexto de pandemia que propició un nuevo paradigma en la Educación, la incorporación de aulas virtuales y uso de herramientas tecnológicas en las prácticas de enseñanza fue indispensable. Constituyendo una nueva oportunidad para enriquecer las experiencias docentes tradicionales que se llevaban a cabo hasta el momento en el marco de la presencialidad. Debemos tener en cuenta además que las clases dictadas en la virtualidad no se dieron en un marco de carreras esencialmente virtuales como tal sino adaptadas a un contexto extraordinario.

También los docentes y estudiantes hemos tenido que adaptarnos a una realidad, *las aulas universitarias online*, haciendo un esfuerzo para adaptarnos a las distintas plataformas educativas, con la finalidad de contactarnos con nuestros alumnos, de hacernos presentes en la virtualidad e impartir la docencia asignada de la mejor manera posible.

Sabemos que la educación mediada por entornos virtuales está centrada en el alumno, orientada al aprendizaje activo y esto exige que los docentes adquieran nuevas competencias comunicativas no verbales y un enfoque innovador del aprendizaje que le permita acompañar a sus alumnos en el complejo proceso de adquirir conocimiento y coincidiendo con (Mestre Gómez y otros ,2006) al utilizar entornos virtuales crece la necesidad en los docentes de que dominen las herramientas informáticas y de comunicación para poder desenvolverse y los cursos o clases de modalidad total o parcialmente presencial producen una importante demanda en los docentes para desempeñar sus funciones en esos escenarios.

Como no existía experiencia previa se buscaron herramientas más sencillas que estuvieran nuestro alcance para poder trabajar.

La asignatura Análisis Matemático II (segundo año) que se dicta para las carreras de Contador Público y Licenciatura en Administración se desarrollaba en forma presencial, se tuvo que adaptar(migrar) a la virtualidad. Para ello utilizamos la plataforma Moodle, (proporcionada por la UNSL) tabletas graficadoras para dar teoría y práctica, se usó la aplicación Geogebra 3D para visualizar distintos conceptos de la asignatura.

2. Desarrollo

Durante el período de cursada de la asignatura Análisis Matemático II, los estudiantes son evaluados periódicamente mediante los llamados "parcialitos", los mismos tienen como fin afianzar el aprendizaje y preparar al alumno en los conceptos básicos de teoría, y de esta manera incentivarlos a estudiar para el parcial. El parcialito se toma en todas las clases al finalizar la teoría y la resolución del mismo, se da en el mismo día antes de comenzar la clase práctica

Estos "parcialitos" consisten en la formulación de tres actividades de verdadero/falso o de opciones múltiples, referentes al tema que el docente ha explicado en la clase anterior. (A modo de ejemplo, vemos la figura 1) El "parcialito" apuesta a fijar contenidos conceptuales y no tanto a los procedimientos ya que el concepto le va a permitir al alumno crear y lo procedimientos lleva al alumno tal vez a la repetición.

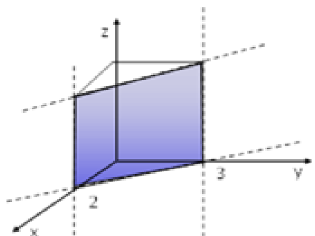
Parcialito 3 19/04/21 (Planos)

Alumno:...

Dadas las siguientes afirmaciones decir si son verdaderas (V) o falsas (F)

a) El plano **$2x - 3y + 6z = 6 - 3y$** es un plano paralelo al eje y.

b) Dada la gráfica del plano, el punto (4,- 3,0) pertenece a dicho plano:



Se traslado el formato de dictado en las aulas presenciales a las aulas virtuales con algunos cambios, lo único que no se modifico fue el examen final que se decidió fuese presencial. Para el dictado de clases se respetaron los horarios de la presencialidad.

Las condiciones para aprobar los estudiantes la asignatura Análisis Matemático II según el programa presentado y aprobado por las comisiones de carreras de Contador Público Nacional y Licenciatura en Administración de la FCEJS son las siguientes:

VIII - Régimen de Aprobación

RÉGIMEN DE ALUMNOS REGULARES
Si las clases son presenciales
Al finalizar el curso, el estudiante debe tener un 80% de asistencia a las clases teóricas y prácticas, con un porcentaje de aprobación del 80% o más en cada uno de los dos parciales (o su recuperación) y como mínimo el 80% de los “parcialitos” aprobados (o su recuperación), se dará como promocionada la asignatura y la calificación final será el promedio de las notas obtenidas en los parciales.
Si el estudiante tiene el 80% de asistencia a las clases teóricas y prácticas, con un porcentaje de aprobación del 60% o más en cada uno de los dos parciales (o su recuperación) y como mínimo el 60% de los “parcialitos” aprobados, deberá rendir un examen final oral para aprobar la asignatura.
Cada evaluación parcial tendrá su recuperación, según lo prevé la O.C.S. N° 32/2014 Cada parcial consta dos partes, una teórica y otra práctica, con un puntaje de 30% y 70% respectivamente.

En la forma virtual:

XIII - Imprevistos

Si continúa las clases en la modalidad virtual hasta final de cuatrimestre, las medidas que adoptaremos debido a la situación de público conocimiento para el dictado de la asignatura son:

1. El estudiante que participe de las evaluaciones diagnóstico (80%) y la presentación de los ejercicios obligatorios se considerara que está concursando regularmente en forma virtual la asignatura. (apruebe o no dichas evaluaciones diagnósticos).

2. Tendrán dos evaluaciones parciales en forma online. Un primer parcial de las 3 primeras unidades y un segundo parcial con las unidades restantes, para aprobar dichos parciales, es necesario obtener 60 puntos. Cada evaluación parcial tendrá su recuperación, según lo prevé la O.C.S. N° 32/2014. **Si se pudiera, la cátedra preferiría que las evaluaciones parciales sean presenciales, en horarios de clase y con las aulas asignadas para el dictado de la asignatura.**
3. El que apruebe los dos parciales se considera alumno regular de la asignatura para aprobar la asignatura deberá rendir un **examen final oral presencial.**
   Los ítems anteriores pueden estar sujetos a cambios de acuerdo con los acontecimientos
4. La presentación de las actividades debe ser legibles, recordar que es un documento.
5. La asignatura se desarrollará a través de la plataforma Moodle, para los encuentros virtuales con los alumnos se utilizará la plataforma Meet, también se utilizará los correos electrónicos. Para los encuentros se respetarían los horarios de clase que tenía la asignatura años anteriores. Si hay encuentros presenciales se podrían utilizar las aulas que se designen.

(extraído del programa presentado)

La plataforma MOODLE 3.0 y los emails fueron las herramientas utilizadas para la comunicación con los estudiantes.

La comunicación en esta plataforma u otra es posible por tener herramientas sincrónicas (comunicación en tiempo real) y asíncronas (comunicación en espacio y tiempo diferente). El correo electrónico hace posible que la comunicación individual y grupal. El foro de debate permite la comunicación asincrónica y plantear diferentes temas de debate que fomenten la comunicación y reflexión de los alumnos.
Coincidimos que: *El aula virtual proporciona un aprendizaje eficaz y eficiente, pero para esto debe diseñarse con el objetivo prioritario de facilitar la docencia y el e-learning por medio de la interacción con los materiales didácticos y con los distintos miembros implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Con relación al aprendizaje, se facilitará al alumno: el acceso a material didáctico dinámico e interactivo; el contacto con el resto de los compañeros del curso – profesores, tutores y estudiantes–; la realización de tareas de trabajo individual y en grupo que favorezcan el aprendizaje; la organización y la planificación del estudio y, la consulta de dudas y el intercambio de información. Por último, señalar que este medio deberá proporcionar a la práctica docente apoyo para: la adaptación de materiales didácticos a la Red, la dinamización del aula virtual, y el seguimiento de los alumnos y la intercomunicación.* (Mestre Gómez y otros 2006)

Analizando distintas dimensiones pedagógicas adaptadas a nuestra asignatura podemos describir lo siguiente:

Dimensión organizativa: se refiere al conjunto de elementos que permiten al estudiante la organización de su propio proceso de aprendizaje. En la misma plataforma se presentó la materia con su respectivo programa y presentación del cuerpo docente. Se detallaron los horarios de clases y los de consulta a través de Meet sincrónicos en días determinados y consultas asincrónicos en foros habilitados por unidad. Las clases se dividieron en teóricas y prácticas, las teóricas eran dirigidas para todos en un mismo Meet y para las clases prácticas se realizó una distribución de alumnos, en tres grupos o comisiones(40 alumnos por grupo) para mejorar el proceso de aprendizaje en grupos más pequeños.

Dimensión informativa: se refiere al conjunto de materiales que sirven al estudiante para acceder a los conocimientos que son objeto de estudio. Para cumplir con esta dimensión se trabajó con videos explicativos realizados por el mismo cuerpo docente, además de guías teóricas y prácticas adaptadas a la virtualidad, es decir con mayor detalle en las consignas de las actividades pedidas, relacionando conceptos claves de teoría y brindando ejercicios resueltos de ejemplo. Las clases eran grabadas y luego facilitadas a los alumnos para que pudieran acceder a ellas en el momento más oportuno.

Dimensión comunicativa: hace referencia al conjunto de recursos y acciones de interacción social entre estudiantes y el docente. Las herramientas más utilizadas fueron los foros, mensajería interna (e-mail) y Meet. El e-mail sirvió para resolver problemas más puntuales e individuales, donde el estudiante no desea exponerse ante el resto de sus compañeros o solo él está implicado. Por ejemplo, si tuvo algún inconveniente personal, no pudo entregar un trabajo, tiene dificultades de conexión, etc. Los foros se utilizaron para consultas de la resolución de guías prácticas, de esta manera una duda de uno de ellos podía ayudar a otros en una misma situación, fomentando además el intercambio de ideas.

Dimensión práctica: Incluye el conjunto de actividades de aprendizaje planificadas por el docente, que los estudiantes deben realizar en el aula virtual para construir conocimiento. Estas actividades estuvieron relacionadas con la resolución de guías prácticas: resolución de ejercicios y problemas. Por clase se elegían determinados ejercicios para resolver sincrónicamente, directamente relacionados con la teoría vista en el mismo día. La planificación y selección de actividades se hicieron para favorecer un proceso de aprendizaje constructivo. Se grababan estas clases prácticas y se subían a la plataforma.

Dimensión tutorial y evaluativa: hace referencia al rol que juega el docente dentro del aula virtual como guía del proceso de aprendizaje del estudiante. En esta época de pandemia nuestra mayor preocupación es como evaluamos para que refleje realmente el aprendizaje de los estudiantes

La evaluación es una actividad esencial del proceso educativo y en ocasiones llega a ser la más necesaria para completar el aprendizaje, además, uno de los propósitos de la evaluación es el de calificar el nivel de cumplimiento de los objetivos de aprendizaje propuestos en el programa que se realiza durante el cuatrimestre y se considera para la evaluación final del curso. Para calificar el nivel de cumplimiento de esos objetivos hicimos un seguimiento continuo a los estudiantes por medio de las siguientes actividades:

Todos los días de clase se tomaba un "parcialito" (ejemplo figura 1) al finalizar la teoría, la obligación era resolverlo, con límite de tiempo no más de 10 minutos, no importaba si lo aprobaba o no. Luego en el practico se resolvía lo para aclarar dudas. Además, al terminar cada unidad, le exigíamos la presentación de tareas obligatorias (ejemplo, figura 2) de esa unidad (las actividades constaban de ejercicios y problemas de aplicación referente a la unidad). Estas actividades presentadas, junto con los parcialitos daban la condición de que el estudiante cursaba regularmente en forma virtual a las clases.

TAREA OBLIGATORIA N°4

Actividad 1

a) Establecer la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones

b) Si es falso cámbiela por una proposición verdadera.

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C \qquad \int senx\ dx = cos\,x + C$$

$$\int e^n\ dx = \frac{e^{n+1}}{n+1} + C \qquad \int \frac{-senx}{cos\,x}\,\mathrm{senx}\ dx = tan\,x + C$$

Actividad 2: Resolver las siguientes integrales indefinidas

$$\int \frac{2x^4+3x^8}{x^3}\ dx = \qquad \int \sqrt[8]{e^x}\ dx = \qquad \int t^2\sqrt{t^3+5}\ dx = \qquad \int \frac{e^{-1/t}}{t^3}\,\mathrm{dt} =$$

Actividad 3: Si el costo marginal de cierta empresa a nivel de producción x, es ***C'(x) = 10 x*** y el costo de fabricar 30 unidades es de $5000 determinar el costo de fabricar 40 unidades.

Figura 2. Tarea Obligatoria

Actividad 4: Calcular el **área** encerrada por las siguientes curvas.

a) $y = x + 4$ $\quad x = 2$ $\quad y = 0$ $\quad y = \sqrt{x}$

b) $y = 2x - 4$ $\quad y = -x - 4$ $\quad y = \frac{1}{2}x + 2$

c) $x = y^2 - 4$ $\quad y = x - 2$

d) $y = 2x - 2$ $\quad y = 1 - x$ $\quad y = 2^x$ $\quad x = -1$

e) $y = -x^2 + 16$ $\quad y \geq x + 4$ $\quad y \geq -x + 4$

f) $y \leq 4$ $\quad y = \frac{4}{x}$ $\quad y \geq x - 3$ $\quad x \geq -1$

Actividad 6: Para las curvas de oferta $O(q) = q + 4$ y de demanda $D(q) = -\frac{1}{2}q^2 + 16$. Calcular el excedente de los consumidores y el excedente de los productores.

Actividad 7: Para las curvas de oferta $0(q) = \frac{1}{2}q^2 + 5$ y de demanda $d(q) = -q + 5$. Calcular el excedente de los consumidores y el excedente de los productores.

Figura 2. Tarea Obligatoria

Los parcialitos aunque no le exigiéramos su aprobación, al realizarlos nos daba un parámetro del avance o no en el aprendizaje de los distintos conceptos y también su compromiso de resolverlos. Vencida la fecha de presentación de las actividades obligatorias, le subíamos a la plataforma Moodle la solución para que ellos vieran cuales fueron sus certezas y errores. Estas dos actividades nos servían para hacer una evaluación continua sobre el aprendizaje de los estudiantes.

El objetivo de cada instancia o procesos de evaluación continua (parcialito, tareas obligatorias, parciales) es para fomentar la asimilación de contenidos y ser coherente con las tareas desarrolladas en la asignatura, además, los criterios de evaluación son anunciados anteriormente al igual que el puntaje asignado, también se proporcionan soluciones y/o comentarios individualizados para que el estudiante alcance los objetivos establecidos.

En cuanto a la toma de parciales se respetaban los grupos formados en las prácticas, para la realización de los mismos se les exigía que debían tener si o si cámara encendida, y ellos luego adjuntaban la resolución. Con esta modalidad solo se demoraba el tiempo de corregir los exámenes porque eran muchas imágenes que los alumnos adjuntaban, el uso de las tabletas graficadoras y adjuntar el parcial resuelto se lograba agilizar la corrección de los parciales.

Coincidiendo con muchos docentes, la evaluación virtual nos genera ciertas dudas, nos preguntamos: ¿será el alumno quién realmente realice el examen? ¿copiará? ¿realmente habremos evaluado lo que el alumno ha aprendido? ¿servirá para algo? Al tomar las evaluaciones parciales en forma online estamos "confiando" en la honestidad de los estudiantes. En los exámenes finales presenciales hemos observado que algunos alumnos que se destacaron en las evaluaciones parciales no respondieron de la misma manera en el examen final, por eso, para tener mayor certeza de su aprendizaje el *examen final se toma en forma presencial*.

Resumiendo, un poco nuestra experiencia, la evaluación continua a través de los *parcialitos* y de las *tareas obligatorias* nos ha dado más información sobre el aprendizaje de los alumnos que los propios parciales. Pensamos que se debe que al no tener el compromiso de aprobar sino de realizarlos, fueron honestos en resolver dichas actividades ya que esos les daban la asistencia a las clases virtuales.

3. Conclusiones

- El uso de las nuevas tecnologías en la Educación Superior hace necesario revisar las teorías y prácticas de la evaluación de los aprendizajes para verificar su pertinencia o confiabilidad o la necesidad de generar nuevos enfoques cambiando la forma tradicional. Algunos de los interrogantes que se nos presentan durante el desarrollo de los últimos cuatrimestres dictados es la forma en que debemos establecer o mejorar el vínculo con nuestros estudiantes a través del aula virtual, como mejorar esa interacción con los mismos y qué estrategias de enseñanza aplicar para acompañar, promover y mejorar sus aprendizajes.

- El uso de las nuevas tecnologías exige cambiar las estrategias docentes insistiendo más en el análisis de los conceptos y la interpretación de los resultados que en los procesos de cálculo requeridos para su obtención.
- Como evaluar correctamente a nuestros estudiantes. ¿Qué actividades o que situaciones conviene plantear a los alumnos para que puedan construir los conocimientos y capacidades deseados?

- Los docentes teníamos la idea que los nativos digitales serían más extrovertidos y participativos en la virtualidad, pero vemos que la comunicación no es tan fácil.
- En la virtualidad vemos que la evaluación continua se puede actualizar más rápidamente y la retroalimentación es permanente, no hace falta esperar a encontrarnos en forma presencial con el estudiante.
- La virtualidad permite que podamos adquirir conocimientos, competencias y capacidades de manera remota, dando una nueva visión al proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, la forma de evaluar en la virtualidad no ha evolucionado de la misma manera.
- Vemos que la virtualidad demanda una formación pedagógica, tecnológica, mucho tiempo y dedicación.

4. Referencias

Andreone A-Bollo D (2006). Plataformas educativas en Internet -Condicionantes tecnológicos culturales. Recuperado: http://www.cepi.us/posgrado/recursos/archivos/ebooks/06_3_Andreoni_Adriana_y_otros.pdf

Leliwa,S (2008).*Enseñar educación tecnológica en los escenarios actuales*. Argentina. ComunicarArte

May, G; Alaniz S; Morano D; Olguín K; Simunovich R.(2018). Q*ue aportan los “parcialitos” al aprendizaje de Análisis Matemático II.* Presentado en REPEM 2018

Méstre Gómez U, Fonseca Pérez J y Valdés Tamayo P.” Entornos virtuales de enseñanza aprendizaje “Editorial Universitaria, 2007. ISBN 978-959-16-0637-2

Olguin,R, May G, Simunovich R, Lequin Vargas Y .(2019)”*Cambios y consecuencias de la estructura de los parcialitos en Análisis Matemático II”.* Presentado en las XXXIV Jornadas de Docentes de Matemáticas en Carreras de Ciencias Económicas y Afines.

Olguín, R (2017).*TIC para hacer arte en la escuela Secuencia didáctica.* Trabajo final de la Especialización Docente de nivel Superior en Educación y TIC-Ministerio de Educación de la Nación.

Sanchez O (2014). La plataforma virtual como herramienta didáctica dinamiza la lectura y la escritura. Vol. 11, Núm. 1.Recuperado:http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/vinculos/article/view/8025/9897

Recuperado el 27 de Julio de 2021
https://www.evelia.unrc.edu.ar/ensenaryAprenderEnLaVirtualidad/2020/12/02/estrategias-de-ensenanza-en-la-virtualidad/

Enseñando Estadística en la Virtualidad Durante el ASPO-DISPO

Belcastro Nilda Esther – Bogoni Gladys
Delegación Comodoro Rivadavia Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
nildabfce@gmail.com – gladysbogoni@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Estadística, Rstudio, Estrategias de enseñanza, Estrategias didácticas, PLE

Resumen

El término "statistical literacy" que surgió de forma espontánea entre los estadísticos y educadores estadísticos en los últimos años, resalta el hecho de que la estadística se considera hoy como parte de la herencia cultural necesaria para el ciudadano educado. (Batanero, Díaz, Contreras y Arteaga, 2010).

Attwell (2007, 2010), Waters, (2008), Downes (2010), citados por Adell y Castañeda, (2010) entienden al PLE (entornos personales de aprendizaje) como una idea pedagógica, como una práctica de las personas para aprender valiéndose de la tecnología. Sobre todo, se entiende como una forma de ver el aprendizaje con la Internet, sus relaciones, dinámica y naturaleza.

Concebimos un PLE como el conjunto de herramientas, fuentes de información, conexiones y actividades que cada persona utiliza de forma asidua para aprender. (Attwell, et al, 2010).

Las investigaciones sobre la didáctica de la estadística son escasas, en comparación con otras ramas de las matemáticas. El presente trabajo pretende mostrar el proceso de enseñanza de estadística en la situación de ASPO-DISPO, y también el sentir y las voces de los actores de la educación superior desde dentro del proceso formativo, dado el impacto que se ha desencadenado a causa de la pandemia Covid-19. El objetivo fundamental

es evidenciar el sentir, los obstáculos, las competencias desarrolladas y los retos reales que ha producido el ajuste de clases presenciales a virtuales desde la voz de estudiantes y docentes.

1- Introducción

Los ambientes de aprendizaje basados en la web facilitan la aplicación del concepto de cognición situada cuando se pide a los estudiantes que apliquen sus conocimientos nuevos en sus propios ambientes. (Dorrego, 2002).

Pretendemos reconocer la inscripción de recursos virtuales en la enseñanza de la Estadística en la Facultad de Ciencias Económicas, delegación Comodoro Rivadavia, en la generación de prácticas educativas.

En nuestra propuesta de enseñanza de Estadística para el 2021 planteamos distintas estrategias didácticas de formación como el apoyo del entorno Rstudio, test de lecturas, autoevaluaciones, ejercicios prácticos tipo, foros de debate académico, videos, simulaciones, autoevaluaciones, actividades de formación práctica.

Presentamos una encuesta a nuestros estudiantes al finalizar el cursado solicitándoles su opinión sobre los obstáculos y las competencias desarrolladas en esta etapa.

2- Fundamentación

Los investigadores Gikandi, Morrow y Davis (2011) indican que la evaluación, ya sea formativa o sumativa, en contextos de aprendizaje en línea incluye características distintivas en comparación con los contextos presenciales, en particular debido a la naturaleza asíncrona de la interactividad entre los participantes. Por lo tanto, exige a los educadores repensar la pedagogía en ambientes virtuales, a fin de lograr estrategias efectivas de evaluación formativa.

Elena Cano (2018) analiza el escenario de novedades respecto a la incorporación de innovaciones en las prácticas evaluativas en la educación superior, que se producen en el contexto de acuerdos político-educativos que se plantean en el EEES (Espacio europeo de educación superior). Para ello, define a las innovaciones como "la traducción práctica de ideas en nuevos sistemas e interacciones sociales, cuyo propósito es la introducción y la continua actualización de mejoras en el proceso de aprendizaje de los estudiantes y en la calidad de la docencia universitaria…".

Ryan, Scott, Freeman y Patel (2002), citados por Dorrego (2002) plantean la evaluación de los aprendizajes como "un proceso mediante el cual los estudiantes ganan una comprensión de sus propias competencias y progreso, así como un proceso mediante el cual son calificados."

En cuanto al aprendizaje en línea, Weller (2000) señala en sus fundamentos al Constructivismo, al Aprendizaje basado en recursos, al Aprendizaje colaborativo, al Aprendizaje basado en problemas y al Aprendizaje situado.

Debido a la aparición del virus SARS-Cov-2, la enfermedad covid-19 que provocó la pandemia mundial actual, y la actual situación de ASPO-DISPO, tuvimos que pasar del dictado presencial con apoyo de un aula virtual, al dictado donde la virtualidad ha pasado a ocupar el 100% de la modalidad de nuestras clases, lo que implica un desafío como docentes para que nuestra propuesta pedagógica sea canalizada a través de tecnologías digitales.

2.1- Educación en línea

Iolanda García y otros (2011) buscaron estudiar los usos informales y espontáneos de las TIC que actúan como facilitadoras de aprendizaje en los estudiantes universitarios en diferentes contextos, con el fin de identificar el espacio de intersección entre aquellos usos con un propósito social y los más estrictamente académicos.

Los resultados mostraron la existencia de diferentes perfiles de uso de la tecnología y permitieron extraer patrones que conectan estos usos con el desarrollo de determinadas tareas académicas y procesos de aprendizaje. Si bien fuera de las aulas, los profesores y estudiantes se reconocen como usuarios habituales y expertos de internet con finalidad de comunicación, relación social y búsqueda de información; en el ámbito de las aulas universitarias los mismos reconocieron usos mucho más restrictivos y tradicionales.

Los datos obtenidos muestran como los estudiantes universitarios tienen un acceso frecuente y generalizado a las herramientas de internet. Una consideración importante es el tipo de usos tecnológicos más frecuentes en la formación, en el que se observa una clara predominancia de la utilización de los campus virtuales de las universidades y del uso de internet para realizar búsquedas de información. Sin embargo, un uso más creativo, o relacionado con la creación de conocimiento en la red, resulta mucho más escaso. Los recursos tecnológicos más utilizados por los profesores no necesariamente son los más valorados por los estudiantes y a la inversa.

El estudiante debe usar habilidades de pensamiento de alto nivel de aplicación, análisis, síntesis, y evaluación al escribir una reflexión del evento desarrollado (Dorrego, 2002).

En cuanto a las características de la educación en línea, Kearsley (2000), citado por Dorrego (2002) menciona a la Colaboración, la Conectividad, Centrada en el estudiante, Sin límites de lugar y tiempo, la Comunidad, la Exploración, el Conocimiento compartido, la Experiencia multisensorial y la Autenticidad.

Buscamos analizar el desarrollo de herramientas que permitan mejorar la enseñanza y el trabajo colaborativo en entornos virtuales de aprendizaje, entendiendo la necesidad de crear sistemas que favorezcan el proceso de aprendizaje a través de herramientas de base.

2.2 Estrategias de Enseñanza

“Es interesante animar …a escribir un informe sobre su análisis, ya que la habilidad para producir informes comprensivos y estructurados donde la información estadística se incorpore y presente adecuadamente para apoyar la argumentación será sin duda útil en su futura vida profesional, sea cual fuere y es un medio también para el aprendizaje de los procesadores de texto”. (Batanero, et al, 2010).

Propusimos dos actividades de formación práctica grupales con la entrega de un informe estadístico y con sus correspondientes defensas individuales orales por videoconferencia. La formulación de preguntas, la elección de modelos, los análisis, la interpretación y la síntesis de los resultados para la elaboración de informes son también componentes esenciales de las capacidades que queremos desarrollar en nuestros alumnos.

Weller (2002) considera la Evaluación del trabajo de grupo y afirma que en la calificación del trabajo grupal se debe considerar la contribución individual de cada estudiante. Para tener en cuenta lo mencionado incorporamos defensas individuales por videoconferencias utilizando zoom. Lo que, como comenta Weller, favorece los procesos metacognitivos.

El diálogo y debate asincrónico se planteó a través de los foros de discusión académica para algunas unidades de la asignatura, donde los alumnos además de incorporar su producción sobre el tema tratar también deben comentar la producción de un compañero.

Todo lo anterior representa un gran desafío pedagógico en estos momentos de aislamiento y distanciamiento social producto de la crisis del Covid-19.

2.3- Rstudio: entorno de R

Rstudio, interfaz de R, facilita un entorno visual sencillo, especialmente a usuarios poco experimentados. En esta etapa de ASPO-DISPO se convirtió en un gran aliado en la enseñanza de la Estadística. Posibilita optimizar un valioso tiempo en la resolución de cálculos numéricos y permite dedicar más tiempo a la interpretación, y enfatizar en los procesos de conceptualización, comprensión y aplicación.
Logramos utilizar la filosofía del desarrollo de software del Clean Code o *código limpio*, que facilita la escritura y lectura de código, permitiendo al estudiante familiarizarse rápidamente con estos códigos y logrando alcanzar la competencia de escribir en poco tiempo sus propias líneas de código en R, como así también manejarse con el entorno del Rstudio para el rápido y eficiente análisis de los datos.

Un uso característico del material en estadística estocástica es la simulación.

Utilizando las facilidades de R es que incorporamos *simulaciones* sobre intervalos de confianza y diseñamos actividades didácticas sobre las mismas.

2.4- Virtualidad (ventajas y desventajas)

La utilización de la virtualidad permite una serie de facilidades que no están disponibles para el estudiante en los ambientes tradicionales de la educación, entre otras el nivel de inmediatez, así como de interacciones; las posibilidades de acceso desde cualquier lugar y tiempo, y la capacidad de retorno de comentarios y de discusión que ayudan a la construcción del aprendizaje por el propio alumno (Dorrego, 2002).

En la era de la información, tan compleja, tan cambiante y en pandemia se trata de contribuir a desarrollar, con la tecnología que disponemos, una competencia básica: aprender a aprender. (Attwell, et al, 2010).

Se menciona a la "brecha digital" como el conjunto de obstáculos en el acceso y uso de las TIC, en cuanto a (i) la disponibilidad de recursos tecnológicos, (ii) la accesibilidad a los servicios y la calidad de éstos y (iii) las habilidades y conocimientos necesarios para el uso adecuado de las tecnologías.

Esta brecha digital afecta directamente tanto nuestro proyecto pedagógico, como los modos y posibilidades de aprender de los estudiantes, por eso es importante considerar este tipo de obstáculos que, si bien son preexistentes a la coyuntura actual, hoy marcan límites y dificultades más complejas.

3- Propuesta de Enseñanza

En esta propuesta de enseñanza 2021 se incorpora un *taller sobre Rstudio*, como apoyo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de conceptos básicos de la estadística, buscando que "la interacción con el lenguaje estadístico pueda mejorar la comprensión y proporcionar un conocimiento más detallado y en profundidad de los métodos" (Ledesma, Valero-Mora y Molina, 2010).

Desde 2016 incorporamos la utilización del R a las prácticas, optimizándolo año a año, y desde el 2018 incluyendo el entorno Rstudio.

Este *Taller de Rstudio*, verso sobre los códigos para la incorporación de datos, la lectura de bases de datos y algunos cálculos preliminares. Utilizamos la última versión del R, publicada unos días antes del inicio de la cursada 2021. En este taller incluimos actividades virtuales guiadas que permitieron el manejo sencillo del entorno.

Propusimos aplicaciones del mundo real a través de *actividades de formación práctica* sobre las unidades de Estadística Descriptiva, Correlación lineal Simple y Regresión Lineal Simple, que fueron reconocidas por los mismos estudiantes como un medio de aprendizaje, como mencionamos en la sección Estrategias de Enseñanza.

Creamos un *Cuestionario didáctico sobre Prueba de Hipótesis*, con la finalidad de afianzar en el estudiante los conceptos básicos sobre las hipótesis nula y alternativa, como así también poder practicar la correcta identificación de las mismas. Este cuestionario fue identificado como una buena herramienta por los estudiantes.

Los foros de debate académico son herramientas que habilitan el intercambio de opiniones y donde cada participante suma sus propias experiencias, argumenta y fundamenta sus respuestas, para lo cual deben realizar lecturas previas que le permitan sustentar teóricamente los aportes. Con su carácter asincrónico, dado por la característica de no simultaneidad en el tiempo del intercambio, promueven una dinámica de trabajo que demanda mayor dedicación y más tiempo. En la mayoría de la bibliografía, se los identifica como una muy buena estrategia didáctica, sin embargo, esto no fue reconocido por nuestros estudiantes.

Para los siguientes ítems, se consultó a 34 estudiantes sobre distintos aspectos de la asignatura, obteniendo respuesta de 30 estudiantes. Se muestran a continuación algunos resultados

3.1- Apoyo para Rstudio

Sobre el aporte del Rstudio a la unidad de la asignatura que le presento *mayor* dificultad el 55 % de ellos menciono a la Estadística Descriptiva y solo un 3% menciona a Estimación.
Sobre el aporte del Rstudio a la unidad de la asignatura que le presento *menor* dificultad se obtuvo un 45 % para Estadística Descriptiva y un 3 % para Correlación.

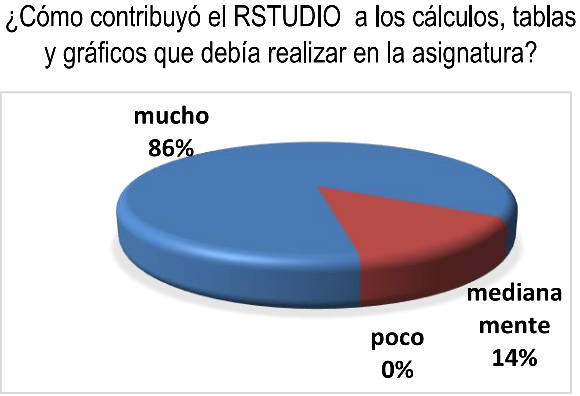
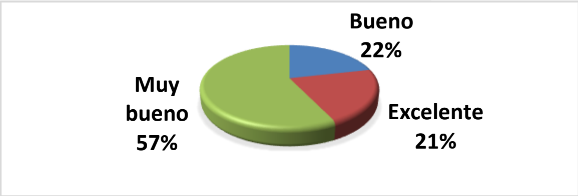


Gráfico 1. Datos obtenidos de las encuestas realizadas.

Observamos que el 86 % de los estudiantes vivencio como muy buena o excelente a la propuesta presentada de trabajar con el Rstudio. Ninguno de ellos considero como poco el aporte del Rstudio.

La mayoría de los estudiantes reconoce como alta la contribución del Rstudio a los cálculos, tablas y gráficos.

¿Cómo considera el Taller que se dictó durante el cursado sobre RSTUDIO?



¿Cuál ha sido el aporte del RSTUDIO al trabajo en las actividades prácticas?

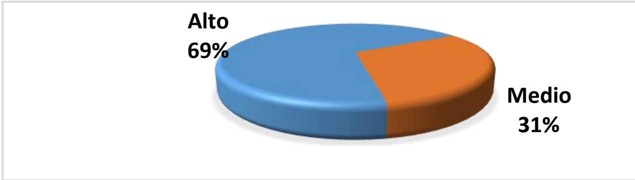


Gráfico 2. Datos obtenidos de las encuestas realizadas.

Sobre la opinión de los estudiantes sobre el Taller virtual sobre Rstudio, el 78 % de los estudiantes lo evaluaron como muy bueno o excelente. Y el 69 % de los estudiantes considero alto el aporte del Rstudio al trabajo en sus actividades prácticas.

3.2- **Estrategias de Enseñanza**

¿Qué materiales del aula virtual considera que le fueron más útiles en este cursado virtual?

¿Cuál de las siguientes actividades considera que le ha sido de mayor utilidad?

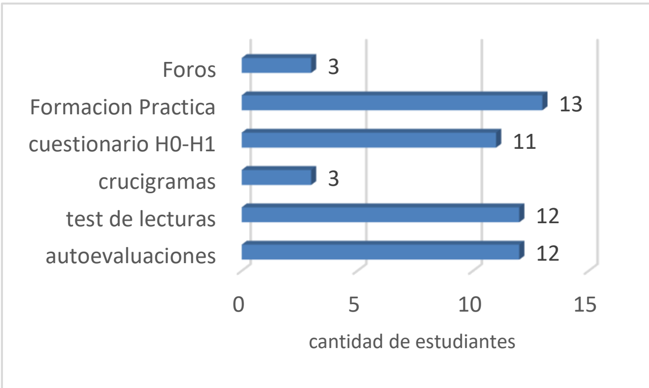


Gráfico 3. Datos obtenidos de las encuestas realizadas

Podemos decir que entre los materiales que consideran más útiles se destaca las videoconferencias, los materiales en pdf, las autoevaluaciones y test de lecturas, y videos por orden de importancia.

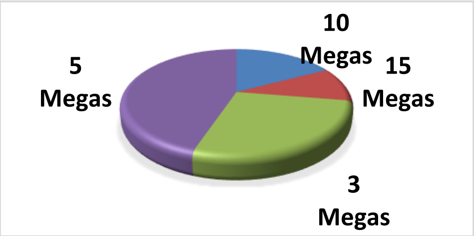
Las actividades de formación práctica fueron mencionadas como las de mayor utilidad, seguidas por los test de lecturas y las autoevaluaciones. Y, como se mencionó anteriormente, los foros de debate académico no fueron elegidos como actividades que brinden mayor utilidad.

3.2 *Desarrollo de Condiciones Técnicas Virtuales*

Un tema que consideramos importante fue el de consultar sobre las condiciones de conectividad de los estudiantes.

El 93 % de los estudiantes se conectan con una notebook y solo el 6 % utilizan el celular para conectarse. Ningún estudiante indico que utilizara un Tablet o un pc como dispositivo de conexión para ingresar al aula virtual. Respecto a los inconvenientes con sus dispositivos electrónicos el 90 % de los estudiantes indico que no los tuvo.

¿Con que velocidad de internet cuenta para acceder al aula virtual?



¿Qué utiliza para conectarse a internet ?

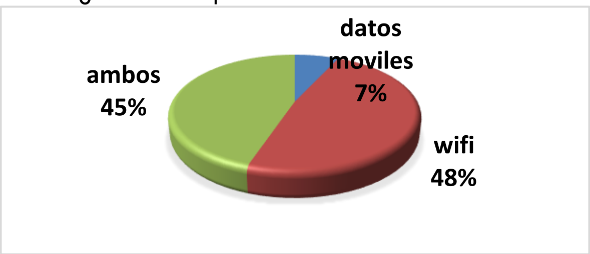


Gráfico 5. Datos obtenidos de las encuestas realizadas

En relación a la velocidad de internet con la accedieron al aula virtual el 45 % de los estudiantes cuentan con una velocidad de 5 megas y solo el 10 % con 15 megas. El 48 % se conectan utilizando una wifi y el 45 % tanto con datos móviles como con wifi.

3.3 Análisis y comparaciones (presencialidad (2019) –virtualidad (2021))

Un aspecto importante para los docentes, es analizar la opinión de los alumnos, sobre la dificultad de los temas de la asignatura en presencialidad y virtualidad.

¿Qué unidad de la asignatura le ha presentado MAYOR dificultad al estudiarla?

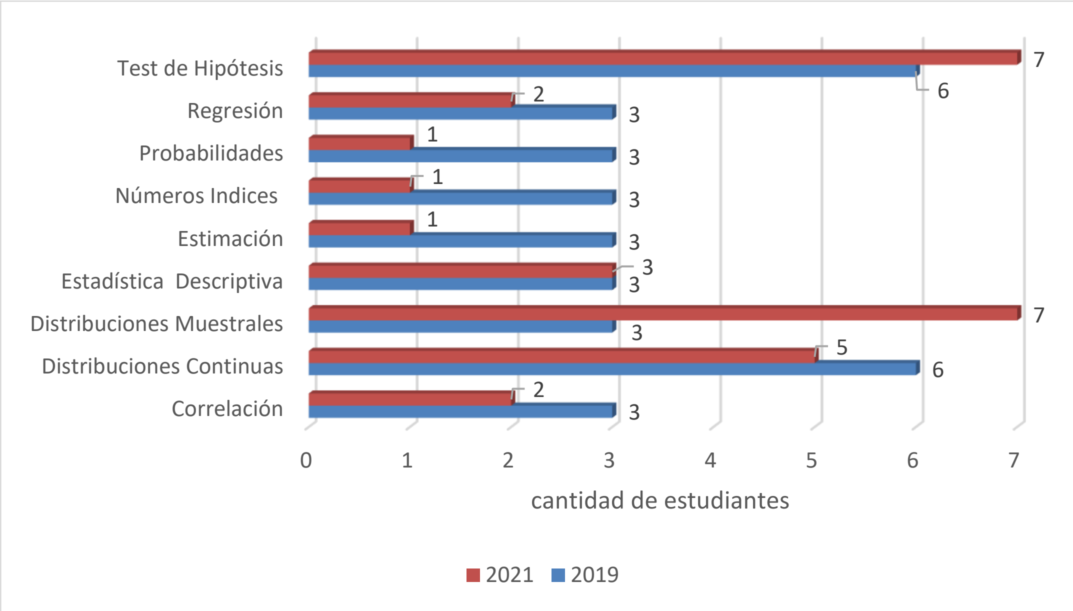


Gráfico 6. Datos obtenidos de las encuestas realizadas

En el escenario virtual, la mayoría considera Test de Hipótesis y Distribuciones Muestrales (24 %) como los de mayor dificultad, y Probabilidades, Números Índices y Estimación como los de menor dificultad (3 %).

En la presencialidad, identificaron a Test de Hipótesis y Distribuciones Continuas (18 %) como de mayor dificultad y al resto de los temas (9%) como de menor dificultad. Estadística Descriptiva se mantiene igual en ambos escenarios.

¿Cómo vivenció la propuesta de trabajar en el cursado con el uso de RSTUDIO?

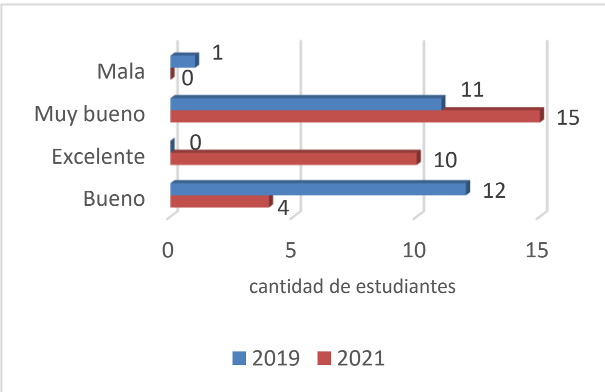
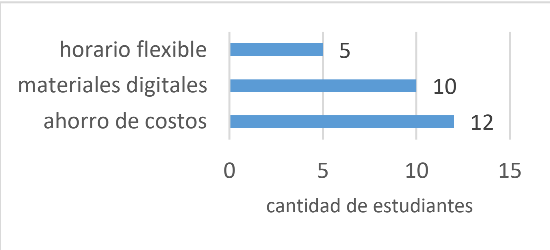


Gráfico 7. Datos obtenidos de las encuestas realizadas

Con respecto a trabajar con el Rstudio en la virtualidad el 34 % lo considero excelente, el 51 % muy buena y ninguno como mala experiencia. En la presencialidad el 50 % lo considero buena experiencia y el 45 % muy buena.

3.4 Análisis de ventajas y desventajas de la virtualidad (datos de Encuesta Final de Catedra)

¿Qué ventajas encuentra en la modalidad de dictado virtual?



¿Qué desventajas encuentra en la modalidad de dictado virtual?

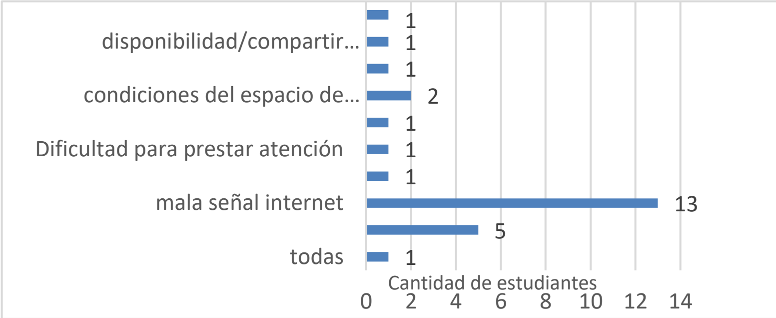


Gráfico 8. Datos obtenidos de las encuestas realizadas

Como desventaja principal en la virtualidad mencionaron una mala conexión a Internet (el 48 %), y una baja velocidad de Internet (el 19%). Con menor frecuencia (un 3% para cada una), equipo informático no actualizado, falta de disponibilidad o compartir equipos, condiciones del lugar de estudio, falta de habilidades digitales, dificultad para prestar atención.

Con respecto a las ventajas, un 37 % indico la disponibilidad de los materiales y un 44 % indico al ahorro de costos de transporte y comida.

En la consulta sobre si "¿Tiene o tuvo algún inconveniente para acceder a las clases online por videoconferencias?" el 55 % de los estudiantes indico que no, mientras el 45 % indico que si. De ese 45 %, el 65 % que fue debido a la mala conexión a internet en la zona, el 12 % a la falta de equipos informáticos y el 23 % al horario de trabajo**.**

4 Conclusiones y trabajos futuros

Analizadas las opiniones de los alumnos de la cátedra de estadística, sobre la dificultad de los temas de la asignatura en la presencialidad–virtualidad, es necesario profundizar sobre la dificultad de algunos temas, ya que, comparando ambos escenarios, hubo temas que presentaron mayor dificultad en un escenario. Se deberán revisar las estrategias metodológicas y aprovechar los recursos que nos ofrecen cada uno de los escenarios para cada actividad en particular.

Creemos necesario seguir promoviendo y mejorando el desarrollo de actividades de participación activa de estudiante en el escenario virtual, evitando que el alumno sea un mero receptor pasivo de la información aportada por el profesor. Es importante mencionar los estudiantes señalan en su mayoría como *beneficio de la virtualidad* a la disponibilidad de los materiales, sin embargo, como docentes, tenemos claro que los espacios virtuales no son "repositorios" o "de almacenamiento de información" sino momentos de enseñanza y aprendizaje. También entre los materiales más útiles del aula virtual la mayoría menciona la videoconferencia, eligiendo lo más semejante a la presencialidad. Sin embargo, los foros *de debate académico*, no fueron elegidos por nuestros estudiantes como una buena alternativa. Esto es un tema a trabajar y mejorar para el próximo año.

Este nuevo paradigma que tiene el sistema educativo frente al COVID-19 cambió las dinámicas de acceso a los *contenidos y las formas de vincularse*.

Puede observarse que mejoró mucho la opinión de los alumnos con respecto al cursado con el uso del Rstudio en la virtualidad con respecto a la presencialidad, esto puede deberse al taller introductorio implementado en el presente año.

Creemos que hay mucho por avanzar en la asignatura con respecto a la virtualidad, y mucho de lo recorrido se podrá mantener aun cuando volvamos a la presencialidad, también creemos que es necesario formar a los docentes y a los alumnos para el uso crítico de las herramientas virtuales.

Para el próximo año propondremos además una actividad de formación práctica sobre números índices, como aplicación del mundo real.

Por otro lado, podemos decir que el 67 % tiene inconvenientes con la señal de internet. Para una educación virtual en igualdad de condiciones es necesario revisar los recursos a utilizar para considerar esta mala y baja conexión a Internet en nuestra zona, que es la mayor dificultad que mencionan los estudiantes.

El desafío es diseñar un proyecto pedagógico que se vea afectado lo menos posible por la brecha digital, minimizando su efecto negativo sobre los modos y posibilidades de aprender de los estudiantes.

Referencias

Adell Segura, J. y Castañeda Quintero, I. (2010). Los entornos personales de aprendizaje (PLEs): una nueva manera de entender el aprendizaje. En Roig Vila, F y Fiorucci, M. (Eds.) Claves para la investigación en innovación y calidad educativas. La integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación y la interculturalidad en las aulas. ISBN 978-84-268-1522-4 https://es.calameo.com/read/0005729965aaf54f1ea88C Consultado 26/07/2021

Batanero, C. Díaz, C. Contreras, M. y Arteaga, P. (2010). Enseñanza de la estadística con proyectos. Estadística con proyectos. Universidad de Granada. España. http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf Consultado 27/07/2021

Cano, Elena (editora) (2012). Aprobar o aprender. Estrategias de evaluación en la sociedad red. Collecció Transmedia XXI. Laboratori de Mitjans Interactius. Universitat de Barcelona. Barcelona.

Dorrego, E. (2006). Evaluación a distancia y evaluación del aprendizaje. Revista RED. Revista de educación a distancia, número M6.. https://www.um.es/ead/red/M6/dorrego.pdf Consultado 26/07/2021

García, I. Gros, B. y Lara, P. (2014). El desarrollo de herramientas de apoyo para el trabajo colaborativo en entornos virtuales de aprendizaje. RIED: revista iberoamericana de educación a distancia https://www.researchgate.net/publication/46246760_El_desarrollo_de_herramientas_de_apoyo_para_el_trabajo_colaborativo_en_entornos_virtuales_de_aprendizaje Consultado el 26/07/2021

Gikandi, J. W. Morrow, D. y Davis, N. E. (2011). Online formative assessment in higher education: A review of the literature. Computers & Education, 57(4), 2333–2351. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.06.004 Consultado 26/07/2021

Ledesma, R. Valero-Mora, P, y Molina, J. G. (2010). Vista: Un Software para la Enseñanza de la Estadística y la Psicometría. Revista Argentina de Ciencias del Comportamiento, 2(2),52-59. https://www.redalyc.org/pdf/3334/333427069006.pdf Consultado 26/07/2021

Weller, M. (2002). Delivering Learning on the Net: the why, what and how of online education. Open and Flexible Learning. London, UK: RoutledgeFalmer. Brindar aprendizaje en la red: el por qué, el qué y el cómo de la educación en línea. https://www.researchgate.net/publication/257496428_Delivering_Learning_on_the_Net_The_Why_What_and_How_of_Online_Education Consultado 26/07/2021

El Aula Virtual de Matemática II Antes y Durante la Pandemia: La Mirada de los Alumnos

Castillo, Luciana Raquel – Pérez, María Angélica – De Rosa, Elisa

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán

lcastillo@face.unt.edu.ar – meperez@face.unt.edu.ar – ederosa@face.unt.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aula Virtual, Clases virtuales, Pandemia, Satisfacción, Opinión de alumnos

Resumen

La virtualización de la enseñanza y la incorporación de nuevas tecnologías forman parte de la agenda de la cátedra de Matemática II desde hace más de 10 años. El uso del Aula Virtual ganó importancia con el tiempo, incorporando mayor diversidad de recursos interactivos primero con fines motivacionales y de innovación para luego, tras ser declarada la pandemia de COVID-19, convertirse en el ámbito central donde el proceso de enseñanza tuvo lugar.

En este trabajo se describen las experiencias del segundo cuatrimestre de los años 2019 y 2020 y se analizan algunos resultados de las encuestas realizadas a los alumnos antes de finalizar cada cursado.

La valoración general del aula virtual fue en promedio 7,98 puntos en 2019 y 6,88 en 2020 (en escala del 1 al 10). En ambos años, los alumnos manifestaron mayor frecuencia de uso de los recursos virtuales vinculados a actividades y contenidos prácticos por sobre los teóricos. Las instancias de consulta (foros y clases no expositivas) son los recursos menos utilizados y de menor impacto positivo en la percepción de los estudiantes. Durante el distanciamiento social, el 20% de los cursantes accedió a clases y al Aula Virtual utilizando únicamente su teléfono mientras que el 66% combinó su *smartphone* con una computadora de escritorio o *notebook*. La disponibilidad de recursos tecnológicos por los alumnos no resultó determinante respecto a la satisfacción con el cursado de la materia, incentivando a los docentes a seguir mejorando las propuestas didácticas para el nuevo año virtual.

1- Introducción

La relación pedagógica entre el docente, el alumno y el conocimiento se encuentra atravesada por los factores económicos, políticos y sociales que la circundan (Campos N, Grande M y Monzón L- 2001). Entre estos factores resulta indiscutible el efecto que la pandemia de SARS-CoV-2 y la implementación del aislamiento-distanciamiento social preventivo y obligatorio en Argentina tuvieron sobre los procesos educativos: la necesidad de llevar a cabo "educación remota en contexto de emergencia sanitaria", lo que en la jerga cotidiana se ha llamado "clases virtuales".

Sin embargo, la *virtualización* de la enseñanza en general (y de la matemática en particular) no es un fenómeno nuevo, es parte de la evolución de los modelos educativos.

La enseñanza tradicional y presencial, basada fundamentalmente en la coincidencia espacio temporal de los intervinientes, en la que el docente presenta a todos los alumnos el mismo contenido, al mismo tiempo y al mismo ritmo (Nieto, 2010) comenzó a compartir la escena con modelos de Educación a Distancia (EaD) en el mundo desde que la masificación de los servicios de correo permitió que se ofrezcan cursos no formales por correspondencia. Grau (2014) señala que en Argentina es posible rastrear las raíces de la EaD hasta 1935 cuando la Escuela de Guerra de la Armada incorporó cursos semi-presenciales en ciertos niveles de la carrera militar.

Desde entonces, la modalidad a distancia se ha desarrollado y ha crecido al incorporar innovaciones y avances tecnológicos que le permitieron pasar de la educación por correspondencia a la enseñanza por telecomunicación (o multimedia) y finalmente a la enseñanza telemática (o virtual) y a modelos de aprendizaje flexible. Sierra Varón (2012) escribió sobre los cambios producidos por las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), las cuales asumieron un rol protagónico en la evolución del conocimiento de los últimos años, mejorando las prácticas educativas en la sociedad actual y proporcionando una alternativa más para complementar los contenidos de aprendizaje de las nuevas modalidades educativas. En los últimos años, el rápido avance de las TIC ha permeado los múltiples escenarios y formas de abordar los procesos de enseñanza–aprendizaje también en la educación superior. Incluso los programas presenciales reconocieron el valor del soporte de las herramientas tecnológicas, llevando a cabo modelos *B-Learning* donde las TIC se combinan con los esquemas tradicionales.

En este sentido, los docentes de la cátedra de Matemática II de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán (FACE-UNT) han abordado la incorporación de las TIC y la virtualización de la enseñanza de la matemática en sus proyectos de investigación desde el año 2010. Desde entonces se ha utilizado de manera continua el Aula Virtual como soporte para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura, que se encuentra en constante innovación mediante la incorporación de diferentes recursos. Todo el proceso es monitoreado, documentado e investigado por los docentes siendo una práctica habitual llevar a cabo relevamientos de la opinión de los alumnos para analizar los resultados, aciertos y errores con el propósito de mejorar el cumplimiento de los objetivos formativos.

En las secciones siguientes se presenta una síntesis del uso del Aula Virtual durante el dictado ordinario de la asignatura Matemática II en los años 2019 (*B-Learning*) y 2020 (Educación remota en contexto de emergencia sanitaria) junto a algunos resultados de los sondeos de la percepción de los alumnos de cada cursado.

2- Virtualidad previa a la pandemia

Como fue mencionado, antes de la pandemia el Aula Virtual de la asignatura fue complemento formal del cursado presencial y su uso fue promovido utilizando diferentes estrategias a través de los años.

Durante 2019 (último dictado presencial) el dictado de la materia constó de dos clases teóricas y tres clases prácticas semanales (de una hora y media de duración cada una), con tres parciales escritos y régimen combinado de promoción-regularización. En el Aula Virtual se incluyeron diversos recursos multimedia entre los que se destaca una serie de cuestionarios autoevaluativos cuya realización, bajo ciertas condiciones, permitió a los alumnos obtener un puntaje adicional de a lo sumo 0.75 puntos en la nota de cada examen. Esta estrategia ya había sido implementada con anterioridad, probando su efecto motivador y de autoevaluación sobre los alumnos.

La encuesta de opinión sobre este cursado fue realizada utilizando un Formulario de Google y fue respondida por 596 alumnos (de los 990 que cursaron la materia).

2.1- Valoración de los recursos utilizados en el Aula Virtual 2019

Entre el abanico de herramientas ofrecido a los alumnos, los más utilizados fueron los auto-evaluativos prácticos (marcados por el 88% de los alumnos) y teóricos (indicados por el 71%).

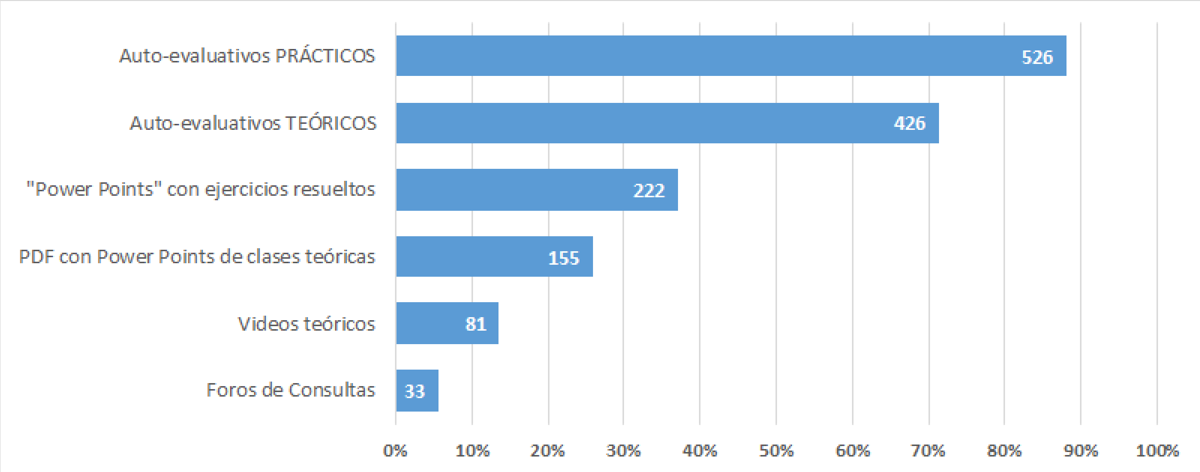


Gráfico 1. Herramientas de uso frecuente por los alumnos durante el cursado 2019 (Matemática II – FACE-UNT; N=596).

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas realizadas

También se aprecia que los recursos referidos a la práctica son más utilizados que los correspondientes a teoría y que los foros de consulta casi no fueron utilizados.

La misma tendencia existe cuando se pregunta cuál fue el recurso de mayor impacto positivo en la motivación que el alumno sintió.

Tabla 1. Recursos que los alumnos percibieron como de mayor impacto positivo (Año 2019, N=596).

Recurso	Alumnos	%
Auto-evaluativos PRÁCTICOS	278	47%
"Power Points" con ejercicios resueltos	140	23%
Ninguno	62	10%
Auto-evaluativos TEÓRICOS	48	8%
PDF con “Power Points” de clases teóricas	46	8%
Videos teóricos	22	4%
Total	596	100%

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas realizadas

3.2- Valoración de la modalidad virtual 2019

La valoración general del Aula Virtual fue calificada por los alumnos utilizando una escala de 1 (menor valoración) a 10 (mayor valoración). La media aritmética de los puntajes obtenidos fue de 7,98 puntos, con una variabilidad relativa del 18%. La distribución es asimétrica de izquierda y los puntajes de 1 y 2 son *outliers* inferiores.

Se preguntó a los alumnos "¿Le resultó útil que en el aprendizaje de esta materia se utilicen materiales informáticos para los distintos temas?". El 83,2% de los alumnos respondió de forma afirmativa y solo el 3,5% dijo que no. El 13,3% restante no supo/no quiso responder este ítem.

Otro aspecto indagado hizo referencia a la percepción acerca de la utilidad de haber usado los recursos digitales en relación al momento de rendir los exámenes parciales. En la Tabla 2 se aprecia que el 71% de los alumnos valoró de forma positiva haber realizado las actividades virtuales.

Tabla 2. Respuestas al ítem "Participar de las actividades del Aula Virtual, me permitió prepararme para responder las consignas en el parcial" (Año 2019, N=596).

Nivel de acuerdo	Alumnos	%
Totalmente de acuerdo	153	25,7%
De acuerdo	270	45,3%
Ni de acuerdo ni en desacuerdo	127	21,3%
En desacuerdo	35	5,9%
Totalmente en desacuerdo	11	1,8%
Total	596	100%

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas realizadas

Estas respuestas son consistentes con otra pregunta de la encuesta, en la que solo dos alumnos (0,3%) manifestaron que no debería utilizarse el Aula Virtual en el cursado, frente a los 254 (42,6%) que expresaron que debería utilizarse con aún más herramientas. El 55,2% de los respondientes se mostraron a favor de que se continúe utilizando de la misma manera. Los restantes alumnos manifestaron que debía continuarse su uso, pero con menos herramientas.

La recepción de los alumnos a la modalidad virtual fue indagada en la encuesta mediante el planteo siguiente:

Tabla 3. Respuestas al ítem "*¿Qué opinión le merecería tener una comisión de cursado puramente virtual, con exámenes presenciales?*" (Año 2019, N=522).

Afirmación	Alumnos	%

Elegiría esta modalidad	73	14,0%
Solo elegiría esta modalidad si tengo problemas de horario	323	61,9%
Me es indiferente cualquier modalidad	32	6,1%
No elegiría esta modalidad	94	18%
Total	522	100%

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas realizadas

Nota: Se eliminaron 74 respuestas en las que los alumnos marcaron más de una opción, ya que se considera que las opciones de respuesta son excluyentes entre sí.

En la Tabla 3 se aprecia que la mayor parte de los alumnos (61,9%) hubiese aceptado el cursado netamente virtual bajo alguna circunstancia especial. Sin embargo, el porcentaje de alumnos que sí elegiría la modalidad es inferior al de alumnos que no optaría por la virtualidad (14% versus 18%).

En líneas generales se considera que las respuestas de los alumnos sobre el cursado 2019 reflejó un ámbito propicio para incrementar la virtualización en la asignatura. Con base en ello, se diseñó un cursado especial para alumnos libres a ser implementado durante el primer cuatrimestre de 2020 en forma no presencial. En otras palabras, la posterior necesidad de virtualizar el dictado de la asignatura a causa de la pandemia no generó grandes modificaciones a lo previsto para el primer cuatrimestre. El desafío se presentó para el dictado ordinario, que fue llevado a cabo en el segundo cuatrimestre 2020.

3- El cursado virtual del segundo cuatrimestre 2020

Asumido el desafío de implementar un cursado netamente virtual, el dictado fue diseñado de la siguiente manera:

- El Aula Virtual se estructuró en bloques temáticos que se habilitaron en forma semanal conforme al cronograma de cursado y el programa de la materia.
- Los contenidos teóricos fueron presentados en videos grabados por docentes de la cátedra (presentación de pantalla y voz en off), editados y publicados de forma privada en YouTube. Se estableció en cada bloque temático qué videos que debían ser vistos previos a cada clase práctica, para un mayor provecho de las mismas.
- Se incorporaron videos de ejercicios resueltos por un docente (filmado frente a pizarrón), editados y publicados de forma privada en YouTube.
- Las clases prácticas se dictaron de forma sincrónica utilizando Google Meet. Se mantuvo el número de clases por semana del año 2019, aunque con diferentes dinámicas: Los miércoles y viernes las clases fueron en principio expositivas, con desarrollo de ejercicios prácticos por parte de los docentes, y las clases de los lunes fueron utilizadas para resolver dudas de los alumnos y algunos ejercicios adicionales compartidos en Instagram.

- Se ofrecieron clases de consulta teórica todas las semanas, a través de reuniones de Google Meet.
- Se habilitaron foros de consulta para cada comisión de Trabajos Prácticos.
- El cursado de la materia se rigió por el régimen de regularización y examen final.
- Se continuó trabajando con la cuenta de Instagram, como apoyo al trabajo en el Aula Virtual. Una dinámica importante en esta red consistió en lo siguiente: los sábados se publicaba un segmento “Ejercicios a la carta” con tres ejercicios de parciales de años anteriores para que los alumnos voten por uno. La resolución del ejercicio más votado se publicaba el domingo con un video en la misma red social y los dos restantes se resolvían como disparador al iniciar las consultas de los lunes.

A modo de ejemplo, se presenta una captura de pantalla del Aula Virtual para una semana específica. En ella se aprecia la organización del material y las indicaciones que debió seguir el alumno para acompañar el cursado.

Figura 1. Material correspondiente a una semana de cursado virtual 2020 (Matemática II – FACE- UNT)

El relevamiento de la opinión de los alumnos fue implementado usando el recurso Encuesta disponible en Moodle. Se obtuvieron 541 respuestas (sobre 549 alumnos cursantes al momento de la encuesta).

Es claro que la experiencia que los alumnos pudieron tener del cursado virtual se relaciona directamente con sus posibilidades de acceso a tecnologías adecuadas. Por ello se les consultó qué dispositivos utilizaron para ingresar al Aula Virtual y a las clases. En el Gráfico 2 se aprecia que el teléfono celular es el dispositivo utilizado con mayor frecuencia, con más de 30 puntos porcentuales de diferencia sobre la computadora portátil.

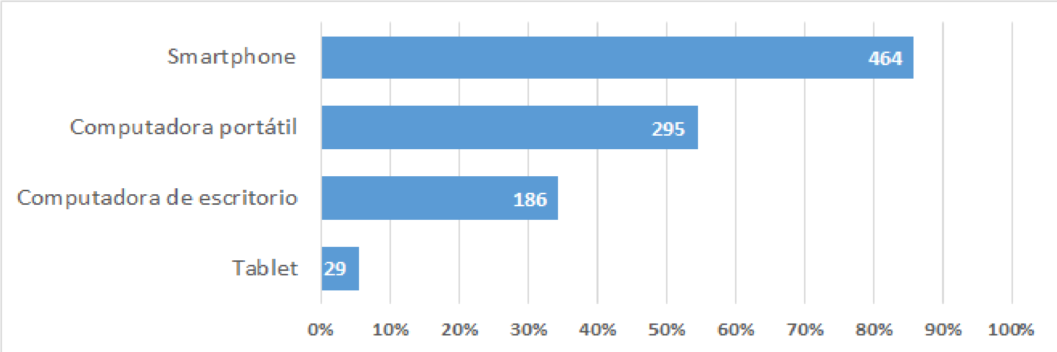


Gráfico 2. Dispositivos utilizados por los alumnos para el cursado 2020. (Matemática II – FACE-UNT; N=541)

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas realizadas

De las respuestas a esta pregunta también se conoce que el 33% de los encuestados utilizó un único dispositivo mientras que el 55% utilizó dos. La combinación más frecuente fue la dupla Computadora portátil + *smartphone*. Se destaca entre las respuestas que 108 alumnos (20%) solo contaron con su teléfono móvil para enfrentar el cursado, con las posibles dificultades que esta situación les implicó. De estos alumnos, 60 (es decir, el 56%) se manifestaron de acuerdo o totalmente de acuerdo con la afirmación "Me sentí en desventaja respecto a otros compañeros con mejores recursos tecnológicos" que les fue indagada en otro ítem.

Se pidió luego que los alumnos califiquen en una escala de 1 (menor valoración) a 10 (mayor valoración) su propia disponibilidad sobre los recursos tecnológicos para enfrentar el cursado virtual. La media aritmética fue 7,57 puntos, la mediana fue de 8 y la variabilidad relativa del 26%. En el grupo de alumnos que solo tenían celular la media aritmética es 6,21 puntos mientras que entre los alumnos que pudieron combinarlo con el uso de notebook fue de 8,05 puntos.

3.1- Valoración de los recursos utilizados en el Aula Virtual 2020

La frecuencia de acceso a los recursos expresada por los alumnos tras el cursado 2020 muestra que, al igual que el año anterior, las instancias de consulta figuran entre los recursos menos utilizados. Se observa además una diferencia de 25 puntos porcentuales entre el acceso a videos de práctica y de teoría. El material teórico fue menos utilizado que las diapositivas de ejercicios resueltos y que los ejercicios adicionales (en Youtube e Instagram) posiblemente porque al no aplicarse el régimen de promoción, los exámenes parciales no incluían parte teórica.

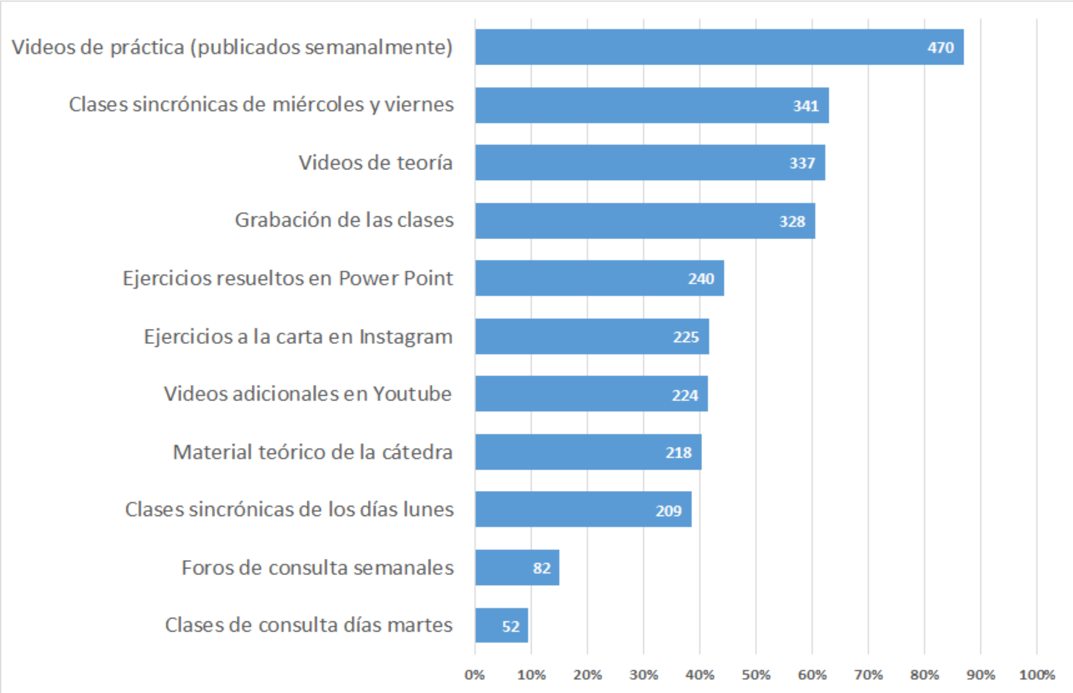


Gráfico 3. Herramientas de uso frecuente por los alumnos durante el cursado 2020. (Matemática II – FACE-UNT; N=541)

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas realizadas

Las respuestas obtenidas al pedir que seleccionen solo el recurso de mayor impacto coinciden casi por completo con las referidas a la frecuencia de uso.

Tabla 3. Recursos los alumnos percibieron como de mayor impacto positivo (2020)

Recurso	Alumnos	%
Videos de práctica (publicados semanalmente	235	43,5%
Clases sincrónicas de miércoles y viernes	106	19,6%
Grabación de las clases	72	13,3%
Videos de teoría	55	10,2%
Videos adicionales de Youtube	32	5,9%
Ejercicios resueltos en Power Point	15	2,8%
Ejercicios a la carta en Instagram	10	1,9%
Clases sincrónicas de los días lunes	7	1,3%
Material teórico de la cátedra	7	1,3%
Clases de consulta días martes	1	0,2%
Total	540	100%

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas realizadas

3.2- Valoración de la modalidad virtual 2020

El grado de satisfacción general con respecto al cursado fue calificado por los alumnos utilizando una escala de 1 (Nada satisfecho) a 10 (Totalmente satisfecho). La media aritmética de los puntajes obtenidos fue de 6,88 puntos con una variabilidad relativa del 29%.

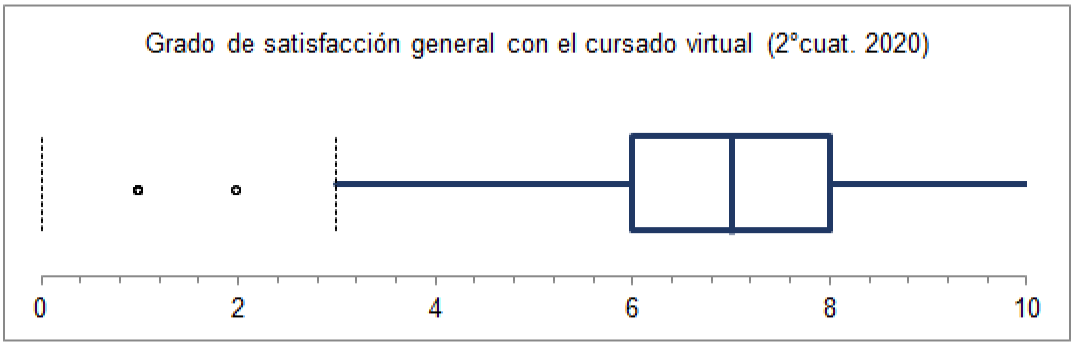


Gráfico 4. Box Plot de la satisfacción expresada por los estudiantes en el cursado 2020.

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas realizadas

Bajo un modelo de regresión lineal simple, se encontró que la satisfacción con los recursos tecnológicos disponibles por parte de los alumnos solo explica el 8% de la variabilidad de la satisfacción general con el cursado (r^2 ajustado=0,08).

4- Aspectos relevados en ambos cursados

Debido a su trascendencia, algunos aspectos fueron indagados en ambos cursos de forma similar. Sus resultados se presentan sin fines comparativos debido a las diferencias en el contexto en que fueron observados.

Uno de estos aspectos se refiere a la capacidad del alumno de hacer una adecuada gestión del tiempo. Aunque el concepto es amplio y merece ser estudiado en profundidad, se realizó una única pregunta en cada cursado. En 2019 el 39% de los alumnos que consideraron útil el uso de materiales informáticos indicó que uno de los beneficios obtenidos fue poder hacer un mejor manejo del tiempo. En 2020 el 60% de los alumnos se manifestó De acuerdo o Totalmente de acuerdo con la afirmación "Aprendí a manejar mis tiempos de estudio".

Un segundo aspecto indagado en ambos cursados abordó la posibilidad de realizar más de una vez las actividades. En 2019, el 22% de los alumnos que consideraron útil el uso de materiales informáticos señaló como beneficioso poder reiterar la actividad las veces que fuera necesario a fin de superar dificultades. En 2020 el 87% de los alumnos se manifestó De acuerdo o Totalmente de acuerdo con la afirmación "Pude acceder a los recursos en reiteradas ocasiones conforme a lo que necesité".

5- Conclusiones

El camino recorrido hasta 2019 en el uso de TIC en la asignatura Matemática II junto a la valoración que los alumnos hicieron de los recursos digitales implementados hasta entonces fueron un paliativo ante la virtualidad impuesta por la suspensión de las clases presenciales. Aun así, el diseño de nuevas estrategias, la elaboración de contenidos audiovisuales y actividades pusieron a prueba la creatividad y las habilidades adquiridas siendo necesaria la actualización y perfeccionamiento docente. La EaD aún resulta innovadora y es un proceso que requiere ser constantemente monitoreado, evaluado y repensado para poder cumplir los objetivos pedagógicos.

Entre todos los recursos ofrecidos, en ambos cursados los más utilizados y los percibidos como de mayor impacto positivo se relacionan en forma directa con las instancias de evaluación sumativa sea por la búsqueda de obtener un puntaje adicional o por el régimen de aprobación aplicado.

Antes y durante la pandemia los alumnos hicieron poco uso de los foros y las clases de consulta. Sobre este punto los docentes seguiremos trabajando, intentando fortalecer el vínculo con los alumnos para facilitar que expresen sus dudas e incorporen el hábito de buscar las respuestas a sus interrogantes en el ámbito de la cátedra.

Las herramientas virtuales mostraron ser útiles para desarrollar habilidades de gestión del tiempo, tan necesarias para el éxito académico y profesional en el siglo XXI. Este ítem cobró aún mayor importancia cuando el cursado fue solo virtual y en todas las materias.

Entre los interrogantes que quedan aún por resolver en estudios futuros podemos mencionar los siguientes: ¿El recurso más utilizado es el de mayor impacto o el impacto es mayor porque es el que más se utiliza?; ¿Qué aspecto del cursado explica mejor la satisfacción del alumno?; ¿Cómo resuelven sus dudas si no acceden a las consultas con los docentes?

La experticia adquirida hasta el momento invita a que el próximo cursado virtual pueda ser encarado con optimismo y que el uso de TIC y entornos virtuales se continúe también cuando se regrese a las aulas físicas.

Referencias

Campos N., Grande M. y Monzón L. (2001) *La problemática de la enseñanza universitaria desde una mirada sociopolítica*- Inst.Coordinador de Programas de Capacitación- Facultad de Filosofía y Letras- UNT-

Grau, J. E. (2014) *Educación a distancia en Argentina. Evolución y contexto. Fundación para el Desarrollo de los Estudios Cognitivos.*

https://campus.fundec.org.ar/admin/archivos/EAD%200%20-%20Historia%20EAD%20ARG%202014.pdf Consultado 20/07/2021

Nieto, H. y De Majo, O. (2010) *Historia de la Educación a Distancia en la Argentina (1940-2010).* https://p3.usal.edu.ar/index.php/signos/article/view/1874/2343 Consultado 30/07/2021

Sierra Varón, C. A. (2012). *La educación virtual como favorecedora del aprendizaje autónomo.*

https://books.google.com.ar/books/about/Educaci%C3%B3n_virtual_aprendizaje_aut%C3%B3nomo.html?id=V-Z7tAEACAAJ&redir_esc=y ,Consultado 20/07/2021

Una Experiencia en el Dictado en la Virtualidad

Autores: Ledesma, Andrea; Pérez, María Angélica; Dibi, Lucía;
Facultad de Ciencias Económicas (UNT)
E-mail: aledesma@face.unt.edu.ar; mperez@face.unt.edu.ar; ml_dibi@hotmail.com;
Eje temático: Educación Matemática
Palabras clave: virtualidad, herramientas teóricas, matemática

Resumen

La pandemia protagonizada por la Covid-19, obligó a los docentes a actualizarse en el uso de las Tecnologías de la Investigación y la Comunicación (TIC), ya que la educación no puede ser ajena al potencial que aportan los nuevos espacios de relación virtual. La relación que se establece entre educación y virtualidad es una relación de creatividad y da la oportunidad de pensar de forma creativa la educación, así como los mecanismos y dinámicas que le son propios.

En el Proyecto de investigación "La virtualización de la Matemática en carreras de Ciencias Económicas" se implementó el uso de las TIC como medio para el enriquecimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje. Se propició el intercambio de información entre docentes y alumnos a través de la Red, originándose así nuevos ambientes de aprendizaje. Se trabajó en la plataforma *Moodle,* que permite la incorporación de recursos externos procedentes de herramientas *web,* elaborándose videos explicativos de contenidos teóricos y prácticos.

En este trabajo se muestra cuáles fueron las herramientas utilizadas para estudiar los conceptos teóricos en el Taller de Matemática II (Cálculo) para los alumnos recursantes, en el primer cuatrimestre de 2021. Se trabajó totalmente en la virtualidad, desde los recursos que brinda la plataforma utilizada. Se ofrecieron videos teóricos explicativos, gráficas interactivas de funciones en Geogebra, actividades mediante la utilización del *plugin* H5p, foros de consulta, entre otros. Los resultados muestran una valoración favorable por parte de los alumnos, que incentivan al docente a seguir trabajando en este sentido y a pensar en nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

En la formación *on line*, los docentes enfrentan el proceso de diseño de materiales didácticos digitales enfocados en el qué, para qué y cómo comunicar el tema a enseñar para que los estudiantes alcancen el objetivo de aprender de modo constructivo. Lo primero que debe quedar claro es el objetivo: qué se quiere enseñar y qué se espera que los alumnos aprendan para su posterior aplicación.

Las TIC ofrecen interesantes oportunidades para replantear a fondo el proceso de adquisición del conocimiento, posibilitando la creación de escenarios y condiciones para que el alumno se apropie de nuevos conceptos y experiencias que le generen procesos de reflexión, análisis y síntesis.

El docente define contenidos y actividades en base a la estrategia didáctica que adopta, y el estudiante realiza su aprendizaje a partir de esos contenidos y actividades, pero sobre todo a través de su interés y motivación por aprender, de la interacción con otros alumnos y la guía del profesor. En este contexto, la interacción del docente-tutor-facilitador con los alumnos a fin de realizar el seguimiento personalizado de las actividades de aprendizaje planteadas en el programa académico, es una actividad fundamental, ya que influye directamente en el proceso de formación. La clave del cambio metodológico no es para aprender más, sino aprender diferente. Es por ello que el docente debe participar frecuentemente brindando respuestas personalizadas en los foros y proponer el uso de todas las herramientas elaboradas en el curso.

En el primer cuatrimestre de 2021, y con la experiencia lograda por los docentes en el año 2020, se diseñaron para el Taller de Matemática II, actividades para propiciar en los alumnos tanto el estudio como el trabajo autónomo en la modalidad virtual. Se trató de promover la reflexión respecto de sus propios procesos de aprendizaje, lo que contribuye a desarrollar la capacidad de aprender a aprender mediante la construcción de hábitos de estudio, habilidades de comprensión lectora, habilidades en la búsqueda, selección y análisis de información importante y significativa.

FUNDAMENTACIÓN

Educación y virtualidad se complementan en la medida en que la educación pueda gozar de las posibilidades de creatividad de la virtualidad para mejorar o diversificar sus procesos y acciones encaminados a la enseñanza y al aprendizaje, mientras que la virtualidad como sistema, se beneficia de la metodología de trabajo educativo y de comunicación, necesaria en aquellos casos habituales en los que la finalidad de la relación en la Red, sobrepasa la de la búsqueda de información.

La riqueza de estos nuevos entornos es enorme y su poder reside en la capacidad de saber usarlos al máximo de sus posibilidades.

> Según González, Esnaola y Martin (2012), …el entorno virtual de enseñanza es un espacio de comunicación que integra un extenso grupo de materiales y recursos diseñados y desarrollados para facilitar y optimizar el proceso de enseñanza y, por ende el aprendizaje de los alumnos mediados ambos por TIC. Integra diversos soportes (textual, audiovisual, digital…), plantea nuevas interacciones entre los sujetos de la relación pedagógica (tutores - alumnos), favorece la comunicación inter e intra-áreas, crea nuevos formatos de interacción y nuevas relaciones entre el contenido y la tarea correspondiente. Es un facilitador en tareas de evaluación y seguimiento.

> “Con la educación virtual y el apoyo de las herramientas tecnológicas, se pone a disposición de los estudiantes una gran gama de recursos que hacen que el aprendizaje se convierta en algo dinámico e interactivo, llegando a ser más significativo” (Imbernón, Silva y Guzmán, 2011, p. 107).

Refiriéndose a las TIC, Alonso y Blázquez (2012, p. 105) manifiestan que “Estas herramientas permiten realizar desde una autocorrección escrita (correo electrónico, foros, chat, tablón de anuncios) hasta auditiva y audiovisual (video conferencia, video streaming, etc.)”.

Teniendo en cuenta a estos autores es que se utilizaron diferentes herramientas para presentar los contenidos teóricos y prácticos en el Taller, las que se describen más adelante.

DESARROLLO

En el primer cuatrimestre de 2021, se dictó el Taller de Matemática II en la virtualidad, para 98 (noventa y ocho) alumnos que habían cursado la asignatura en el segundo cuatrimestre de 2020 y quedaron libres. Para el dictado se diagramaron los contenidos de la asignatura, los que se fueron incorporando al aula virtual según lo planificado. Se formaron grupos de trabajo, cada uno a cargo de un docente, promoviendo así un seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de forma más personalizada para los alumnos.

Con el fin de favorecer una mejor comprensión de los conceptos, cada semana el alumno disponía de material teórico y práctico expuesto de diferentes maneras. La idea era que pudiera explorar el contenido acercado por la cátedra y procesarlo, para luego ponerlo a prueba en diferentes actividades teóricas y prácticas, siempre con el apoyo del docente a cargo del grupo.

Para lograr incentivar al alumno en el seguimiento constante de la materia, se implementó una presentación amigable de los contenidos, la cual se asemejaba al diseño de interfaz de las aplicaciones de celulares, donde uno dispone de cierta información inicial la cual se va ampliando al hacer click en los enlaces de interés.

Figura 1: Pantalla de bienvenida al aula virtual.

Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT –1er cuatrimestre Año 2021

Esta era la vista al acceder al aula virtual del Taller, la cual tenía animaciones e invitaba a los alumnos a ir descubriendo los contenidos siguiendo la flecha derecha.

Figura 2: Información general del cursado.

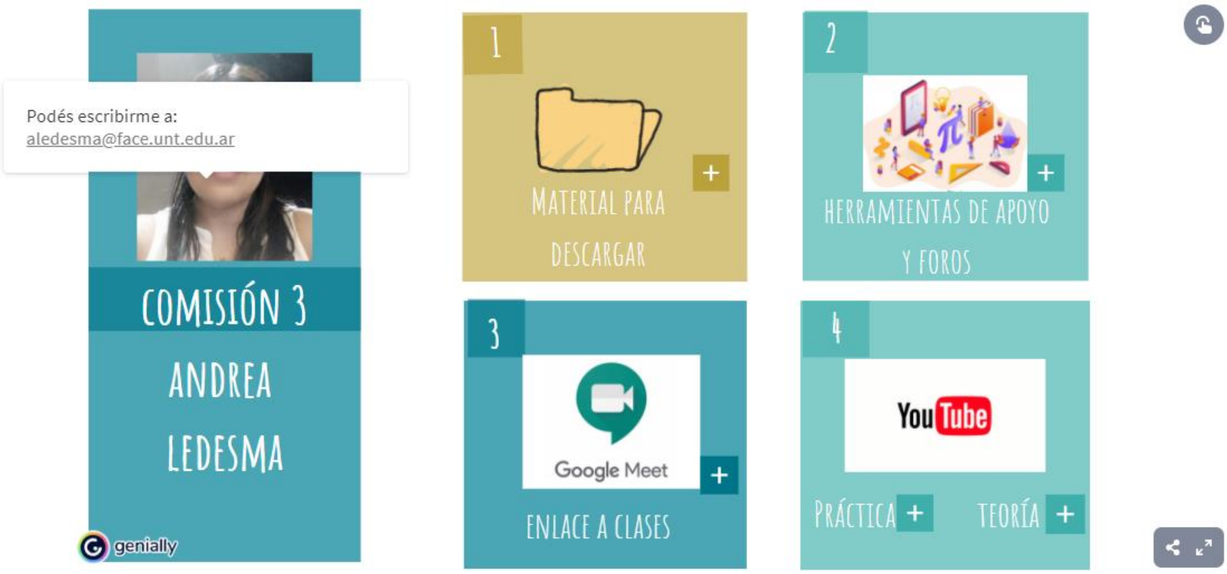
Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT – 1er cuatrimestre Año 2021

Como primera información disponible se establecieron las diferentes comisiones para matricularse, bibliografía, cronograma, protocolos, etc. Al hacer click en *"+info"*, el alumno accedía al contenido específico.

Destacamos que en *"comisiones"* y en *"consultas teóricas"* se podían explorar horarios y docentes a cargo, con el detalle de disponer de una foto del mismo. Esto es positivo, sobre todo en época de aislamiento, ya que permite una mayor cercanía en la relación con el estudiante.

Se puede observar en la parte inferior de la figura 2 que además se invitaba a los alumnos a seguir las cuentas de *Instagram* y *YouTube* de la cátedra, para mantenerse al tanto de las novedades relacionadas al cursado y donde además se subía periódicamente contenido de interés y juegos interactivos.

Figura 3: Contenido por comisión.

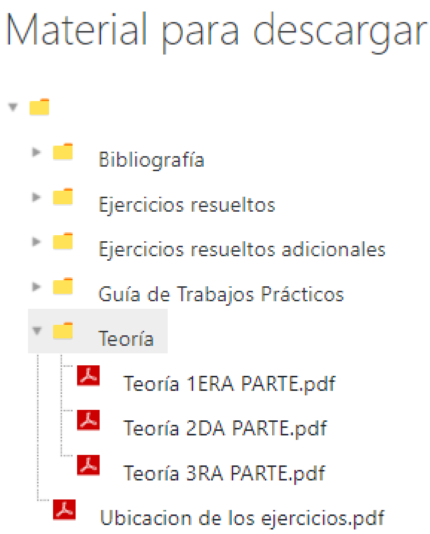


Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT – 1er cuatrimestre Año 2021

Una vez matriculados, los alumnos disponían de los contenidos que se ven en la figura 3, organizado de acuerdo a la temática semanal según el cronograma. Así también, estaba a la vista la dirección de correo particular del docente a cargo para mantener contacto.

A continuación veremos brevemente cada uno de los enlaces presentes en la figura 3.

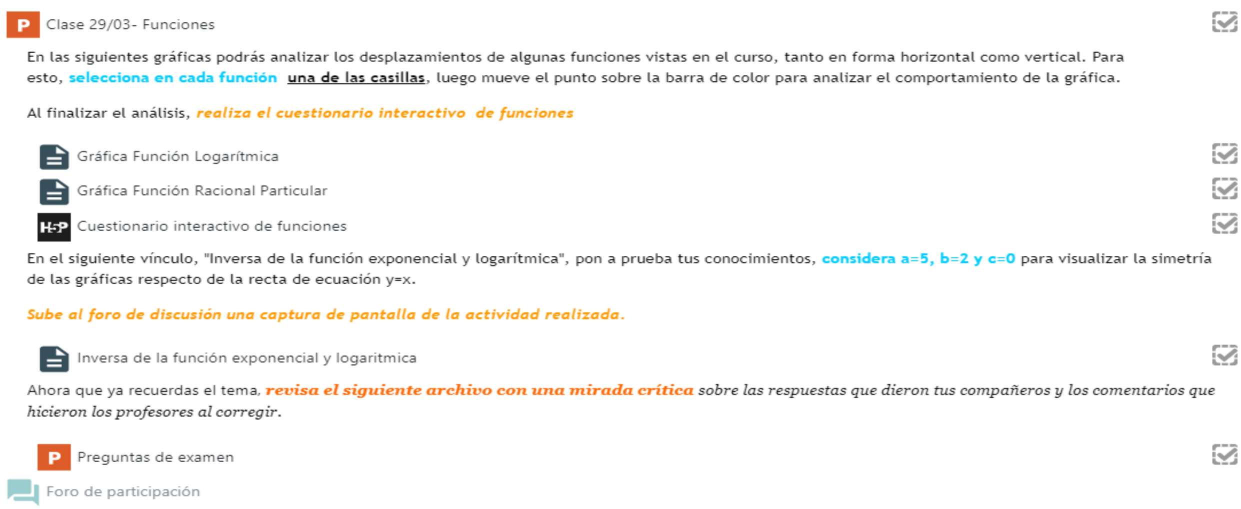
Figura 4: Material para descargar.



Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT – 1er cuatrimestre Año 2021

Para llevar al día la materia, los alumnos debían contar con el material teórico y práctico en PDF. En forma adicional, se ofrecían ejercicios resueltos paso a paso en Power Point.

Figura 5: Herramientas de apoyo y foros.

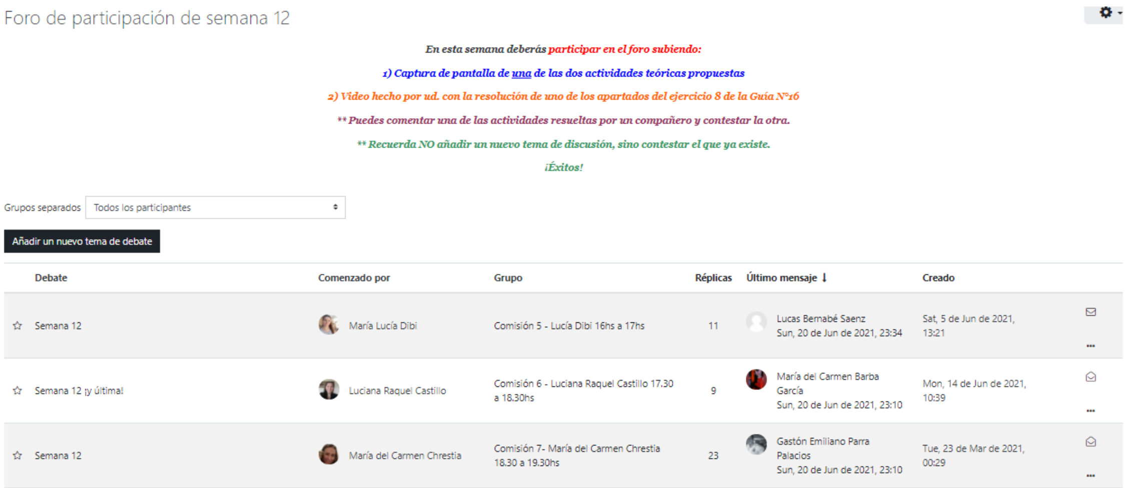


Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT – 1er cuatrimestre Año 2021

En esta sección se presentaban las actividades semanales, entre las que se podían encontrar diferentes recursos interactivos, como ser gráficas en *Geogebra*, cuestionarios y juegos mediante la utilización del *plugin H5p*, entre otros. El objetivo era proponer al alumno un contenido original y atractivo, que los incentive a realizarlas, y de esta manera favorecer su comprensión.

Cada semana, se colocaba al final de la sección un "Foro de participación".

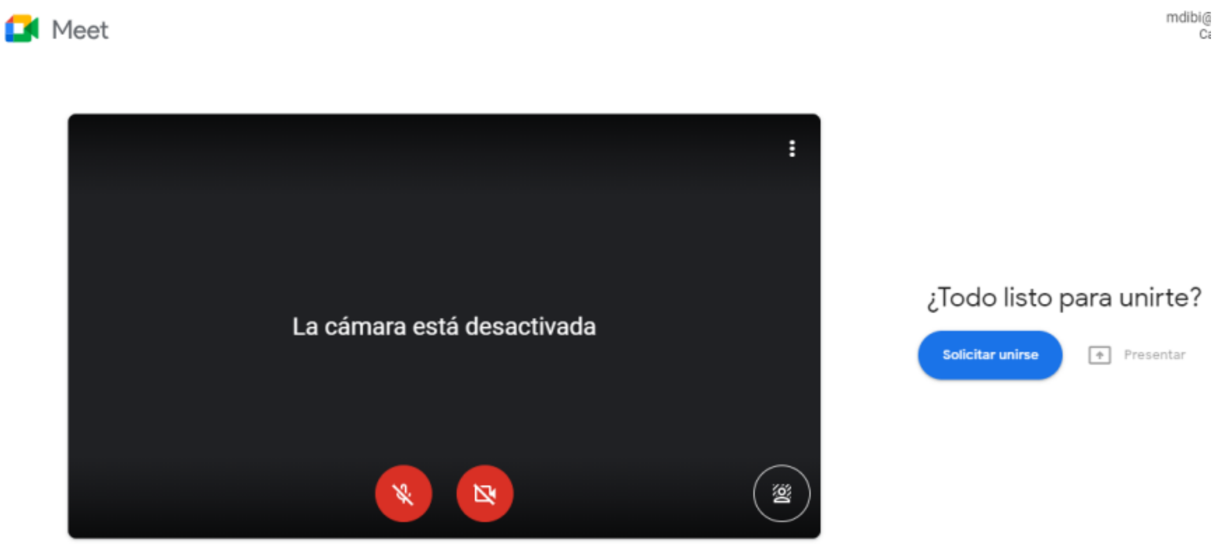
Figura 6: Foro de participación.



Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT – 1er cuatrimestre Año 2021

En figura 6 se muestra el formato de presentación del foro de consultas generales, que estaba destinados a que los alumnos suban el material producido en las secciones semanales y consulten sus dudas. Era el canal de interacción con el docente y también con sus compañeros.

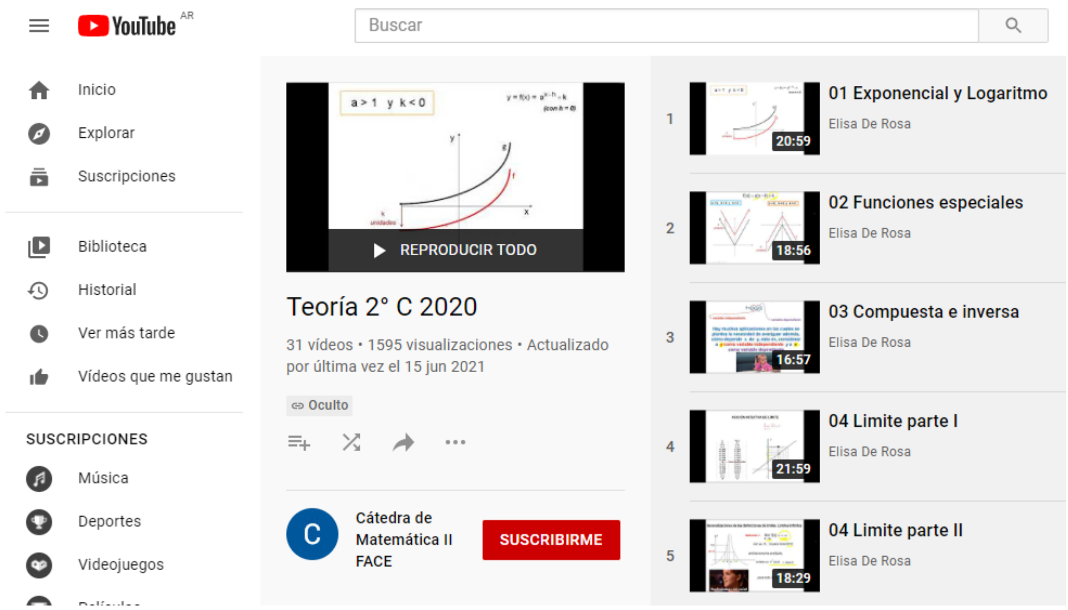
Figura 7: Enlace a clases.



Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT – 1er cuatrimestre Año 2021

Dado que para el dictado del Taller se estableció semanalmente una clase obligatoria y una de consulta, ambas a través de *Google Meet*, los alumnos podían ingresar directamente a la misma a través del enlace del aula virtual.

Figura 8: Videos de clases teóricas y prácticas.



Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT – 1er cuatrimestre Año 2021

Para propiciar un aprendizaje autónomo, era preciso que el alumno visitara las listas de reproducción de *YouTube* en donde se subían videos de las clases teóricas y prácticas, todos realizados por docentes de la cátedra, antes de comenzar con las actividades mencionadas anteriormente.

RESULTADOS

Al preguntarles a los alumnos cuáles de las herramientas tuvieron mayor impacto positivo en el cursado de la asignatura, 50 (cincuenta) de ellos manifestaron:

Cuadro Nº 1: Opinión sobre “**Herramienta de mayor impacto positivo”** Matemática II. 1º Cuatrimestre. 2021

Herramienta de mayor impacto positivo.	**%**
Videos de contenidos teóricos y prácticos	30
Consultas y clases online	30
Foros de participación y consultas	16
PPT con ejercicios adicionales y preguntas de examen	14
Juegos y cuestionarios teóricos	10
Total general	100

Fuente: Cátedra Matemática II – FACE-UNT – 1er cuatrimestre Año 2021

Todos los alumnos participaron de los foros, por cuanto tenían que haber intervenido en la mayoría de las actividades semanales, para que la docente considerara aceptable su participación semanal. El alumno muestra alguna reticencia al estudio de los contenidos teóricos, por ello se considera de importancia que haya alumnos que mostraran el efecto positivo hacia estas herramientas (Juegos teóricos, PPT con preguntas de examen teóricas y Cuestionarios teóricos) emergentes en la actualidad.

Sobre el dictado del Taller, al 34% le resultó más entretenido que otras tareas tradicionales mientras que a su vez, el 62% se benefició de poder reiterar las veces que fueran necesarias a fin de superar dificultades.

Sobre la cuenta de *Instagram*, al 85% le resultó útil contar con un canal de comunicación como "mensaje directo" en *Instagram* para aclarar ciertas dudas, mientras que a su vez, el 87% declaró que "*participar de cuestionarios, encuestas y adivinanzas en las historias de Instagram me generaron conexión con el tema tratado en la materia en ese momento*".

El Taller Virtual de Matemática II obtuvo una valoración general de 8,23 puntos (sobre 10) en promedio.

CONCLUSIONES

- Las herramientas utilizadas en el Taller contribuyen al aprendizaje de la Matemática de manera dinámica, especialmente aquéllas que se presentan en forma iterativa, lo que motiva más al alumno en su estudio.
- Como docentes comprometidos con la tarea de enseñar, en estos tiempos de trabajar en la virtualidad, se nos presenta un amplio espectro de oportunidades para ponerlas al servicio del desarrollo de las capacidades tendientes a la formación de nuestros alumnos.
- Como docentes, los resultados obtenidos desde lo cualitativo, incentivan a seguir trabajando en este sentido, pues las múltiples herramientas y estrategias que se pueden emplear, permiten que el alumno sea el protagonista de su propio aprendizaje, motivado por el descubrimiento de nuevos paradigmas asociados a su participación cotidiana en las redes sociales.
- La Web de ninguna manera descarta el papel importante del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Es sabido que el uso de entornos virtuales en educación coloca al docente frente a nuevos desafíos, como por ejemplo la formación de valores en sus alumnos. Tal es el caso de la responsabilidad y la honestidad, tan necesarias para que actividades como los Foros resulten eficaces en su formación personal y profesional.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, L. y Blázquez, F. (2012). *El docente y la Educación Virtual*. España: Ediciones Narcea.
- Calderone, M. y González, H. (2016). Materiales didácticos. Una metodología para su producción en la era de las TIC. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 13 (7), pp. 24-35.
- Dougiamas, M. (01/08/19).Actividad Contenido Interactivo - H5P. Recuperado de :https://docs.moodle.org/all/es/Actividad_Contenido_Interactivo_-_H5P
- Las TIC en la docencia (2017). "Crea materiales educativos interactivos con H5P" Editado en Internet: http://ticydocencia.com/es/2017/06/02/crea-materiales-educativos-interactivos-con-h5p/
- González, A.; Esnaola, F. y Martín, M. (Comp.) (2012). *Propuestas educativas mediadas por tecnologías digitales.* Buenos Aires, Argentina: Editorial: EUNLP.

- Imbernón, F., Silva, P. & Guzmán, C. (2011). Competencias en los procesos de enseñanza aprendizaje virtual y semipresencial. *Revista Científica de Educomunicación*, 36 (XVIII), pp. 107–114.
- Sierra Varón, C. A. (2013). La educación virtual como favorecedora del aprendizaje autónomo. En *Revista Panorama*. Vol. 5 Nº 9, pp.75-87.

Evidencias de Progresos Hacia la Auto-Regulación, A Partir del Uso del Aula Virtual en Matemática I

Astorga, Angélica Elvira – Álvarez, Enzo Leonardo – Guardatti, Paola Roxana

Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta
aastorga@eco.unsa.edu.ar – ealvarez@eco.unsa.edu.ar – pguadatti@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática, Autorregulación, Estrategias de enseñanza, Aula Virtual

Resumen

A partir de las planillas donde se informa la aprobación de actividades virtuales, notas del primer parcial y preguntas realizadas en una encuesta a 390 alumnos recursantes de Matemática I, materia de primer año de las carreras Contador Público, Licenciado en Administración y Licenciado en Economía, de la Facultad de Ciencias Económicas, de la Universidad Nacional de Salta, quienes cursaron en forma virtual, presentamos los resultados obtenidos, que nos permitieron determinar algunos de los objetivos planteados en relación al desarrollo de competencias de autorregulación de los aprendizajes.

Este estudio forma parte de las acciones propuestas en el Proyecto de Investigación Nº 2533, acreditado por el Consejo de Investigación de la mencionada universidad.

Con el relevamiento de los datos, nuestro estudio se encauzó hacia la determinación de algunos componentes cognitivos, afectivos y motivacionales en relación a los recursos brindados y sobre todo la incidencia de los cuestionarios evaluativos como así también la participación en los foros, de manera que el alumno perciba el acompañamiento y use las herramientas para hacer mediciones parciales del avance en el aprendizaje de los contenidos, y consultar en forma inmediata las correcciones en los cuestionarios y en los foros. Todo ello dará cuenta del interés que manifiestan los estudiantes en el aprendizaje de la materia, la continuidad en el estudio de cada temática, la confianza para consultar sus inquietudes y en algunos casos hasta debatir en forma fundada los resultados obtenidos, entre otros aspectos.

1.Introducción

Matemática I es una de las primeras asignatura de primer año y del ciclo matemático de las carreras de Contador Público Nacional (CPN), Licenciatura en Administración (LA) y Licenciatura en Economía (LE) de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta. El escaso rendimiento académico de los estudiantes que recursan esta asignatura -medido como la cantidad de alumnos que regularizan la materia- preocupa fuertemente al equipo docente.

Desde el año 2014, para los alumnos recursantes se implementa el uso de un Aula Virtual en la Plataforma Moodle con el cursado con la modalidad *blended-learning*, con el objeto de revertir la situación del bajo rendimiento. Si bien es cierto que con la modalidad semipresencial hubo un impacto positivo, aún lo consideramos insuficiente; y es por ello por lo que consideramos que podríamos mejorar aún más el rendimiento académico explorando un nuevo aspecto.

Numerosos trabajos de investigación han determinado que también las cuestiones afectivas juegan un papel esencial en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En este sentido y en base a los resultados obtenidos años anteriores se puede afirmar que son muchos los alumnos que generan en el transcurso de su vida académica actitudes negativas hacia las matemáticas, manifestando un rechazo hacia esta disciplina. Para una mayoría de los estudiantes, esta materia no es una fuente de satisfacción.

Gil, Guerrero y Blanco (2002) indica que es necesario el estudio de la influencia de los factores afectivos y emocionales en el aprendizaje matemático, ya que pueden explicar la ansiedad que siente el alumno ante la resolución de problemas, su sensación de malestar, de frustración, de inseguridad, el bajo autoconcepto que experimenta, etc., lo cual frecuentemente le impide afrontar con éxito y eficacia las tareas matemáticas.

Zabala (1995) refiere que para potenciar a los alumnos se debe darles oportunidades de participar cada vez más en la resolución de actividades, en lugar de lograr que simple receptores de información.

Un pilar fundamental para la mejora de los aprendizajes son las relaciones interpersonales que establecen los docentes con los alumnos. Esto se fundamenta básicamente en la importancia de enseñarles a autorregular sus estados emocionales, dado que es tan importante la enseñanza del manejo de las emociones como el enseñar estrategias efectivas de aprendizaje que le permitan acceder y aprehender el conocimiento.

El docente debe ayudarles a encontrar el gusto por lo que se hace y establecer retos que estén al alcance de los estudiantes. Partimos de que enseñar no sólo es transmitir las estrategias a aplicar, sino cuándo, cómo y porqué aplicarlas y de esta manera y con ello el conocimiento será más efectivo y se aplicará de forma flexible y generalizada.

Pintrich (2000) expresa que el aprendizaje autorregulado (AAR) es un proceso de aprendizaje en que el propio sujeto establece sus metas y luego supervisa, regula, y controla los pasos que conducen a esas metas y la motivación que sostiene la marcha.

También Davini y Listovsky destacan la importancia de la autorregulación del aprendizaje, porque brinda la posibilidad al estudiante de explorar los recursos más valiosos, reconocer las actividades que presentan mayor dificultad e interactuar con las propuestas que resuelven. Con este propósito y para promover este tipo de competencias se diseñarán y propondrán un conjunto de actividades, sin desatender que las circunstancias de distanciamiento social que se transitan a causa de la pandemia pueden resultar un limitante.

2. Fundamentación

La carencia de saberes previos (emergente en las evaluaciones diagnósticas y parciales), que en el caso de la matemática compromete fuertemente el aprendizaje futuro (por la característica de acumulabilidad que su estudio requiere); el escaso o nulo uso de técnicas de estudio para el aprendizaje de la matemática; la dificultad de los estudiantes para la lectura de textos matemáticos (de un lenguaje altamente especializado); la falta de planificación de sus tareas; el convencimiento de que los temas ya vistos el año anterior, no requieren una atención más profunda; la escasa concurrencia a las consultas presenciales porque no quieren poner de manifiesto su poco dominio de conceptos básicos y/o dificultades para la resolución de ejercicios y problemas, y en particular una escasa predisposición para el estudio de la disciplina, son algunos de los múltiples factores que enmarcan la enseñanza y el aprendizaje en este grupo de estudiantes.

Ante todos estos hechos detallados, comenzamos desde el año 2014, el dictado de Matemática I con la modalidad *blended-learning*, para los alumnos que recursan la asignatura, con el fin de favorecer un mejor manejo de sus tiempos de dedicación a la materia, el desarrollo de estrategias de aprendizaje, la continuidad en sus aprendizajes y el vínculo con el grupo de pares y con los docentes y auxiliares.

En los años 2017-2018 se ejecutó el Proyecto de Investigación Nº 2389 del CIUNSa y de sus resultados finales, evidenciamos una incidencia favorable en el rendimiento académico con esta modalidad de cursado para alumnos recursantes, sin embargo, consideramos que aún es posible mejorar, mediante nuevas actividades y estrategias.

Y por ello se propone a los alumnos actividades innovadoras de enseñanza y de aprendizaje que promuevan: la toma de conciencia de los conocimientos previos necesarios para desarrollar los distintos contenidos, el conocimiento de los objetivos de la asignatura y reconocimiento de los objetivos personales en relación al aprendizaje, la necesidad de disponer de la organización de un cronograma de estudio y de un calendario de trabajo y la autoevaluación de los avances de los conocimientos adquiridos permitirán necesariamente iniciar al estudiante en el desarrollo de las competencias de autorregulación, estimulando el autoaprendizaje y por consiguiente la metacognición.

Consideramos que a través de este conjunto de actividades se ofrece al alumno un papel más activo, permitiéndole que desarrolle competencias para enfrentar situaciones nuevas, favoreciendo su creatividad y motivación, de manera que se responsabilice de sí mismo y realice su proyecto personal.

Para que el alumno adquiera varios componentes cognitivos, afectivos y motivacionales, debe desarrollar competencias de autorregulación de los aprendizajes, tales como:

- Dado una tarea saber qué hacer, conocer cuándo se debe hacer y en qué momento se necesita ayuda.
- Las relaciones personales juegan un papel muy importante, por ello el estudiante debe relacionarse positiva y activamente con quien puede ayudarlo y saber cómo pedir ayuda.

- Las relaciones del aprendizaje con sus metas e intereses personales y mostrar sentimientos favorables de tolerancia frente a las dificultades de la tarea y de las evaluaciones.

Zimmerman presentó un modelo de autorregulación del aprendizaje que consideramos como uno de los más conocidos y completo; es un modelo cíclico que consta de las siguientes fases:

- Fase de planificación: el alumno analiza la tarea, valora su capacidad para realizarla con éxito, establece sus metas y planifica.
- Fase de ejecución: fase en la que se realiza la actividad.
- Fase de autorreflexión: el alumno valora su trabajo y trata de explicarse las razones de los resultados obtenidos.

Los alumnos que autorregulan su aprendizaje desarrollan un conocimiento más constructivo -y a la larga efectivo-, e incrementan la motivación hacia el mismo.

Es en este contexto que se presentan, entre otras herramientas y recursos, cuestionarios evaluativos de corrección automática, complementados con foros de consulta, como medio de comunicación tendiente al intercambio, no sólo docente-alumno, sino también entre alumnos. Para su implementación se procuró el uso continuo por parte de los docentes, de manera que el alumno perciba el acompañamiento y use la herramienta, sin perder de vista el contexto académico en el que está inserta. El vínculo entre estas dos herramientas es que les permite a los estudiantes hacer mediciones parciales del avance en el aprendizaje de los contenidos, y consultar en forma inmediata las correcciones en el cuestionario y en los foros. Sus intervenciones en estos recursos no obligatorios dan cuenta del interés que manifiestan en el aprendizaje de la materia, la continuidad en el estudio de cada temática, la confianza para consultar sus inquietudes y en algunos casos hasta debatir en forma fundada los resultados obtenidos, entre otros aspectos.

3. Desarrollo

Este trabajo se encuentra dentro de la segunda parte del Proyecto de Investigación Nº 2533 del CIUNSa, aprobado por Res Nº 427/2018-CI. El estudio se centra en indagar el cumplimiento o no de las fases anteriormente definidas, dado que consideramos que todos estos aspectos deben estar presentes en el aprendizaje autorregulado.

Con el marco teórico anterior como sustento, analizamos los resultados de:

a) La encuesta que se puso en práctica con los alumnos recursantes para determinar si existe el desarrollo de competencias de autorregulación del aprendizaje para luego determinar las actividades que se pondrán en práctica para lograrlas.

La encuesta diseñada se subió en el curso Matemática I para Recursantes, disponible en la Plataforma Moodle, donde el alumno debía responder de manera virtual las cuarenta y tres (43) preguntas formuladas.

Para el armado de la encuesta se tuvieron en cuenta cuatro grandes aspectos:

- Primer aspecto: datos personales
- Segundo Aspecto: carrera elegida.
- Tercer Aspecto: Situación laboral.
- Cuarto aspecto: sobre el grado de repercusión como así también los motivos de usos de los recursos propuestos en el Aula Virtual.

b) Las planillas de información sobre la aprobación de las actividades virtuales y las notas del primer parcial (solo consideramos hasta el primer parcial dado que muchos de los estudiantes quedan libres o dejan de cursar la materia)

Nuestro interés se focaliza en determinar la cantidad de alumnos que aprobaron, no aprobaron y no hicieron las actividades en el Aula virtual para luego establecer la relación entre los que aprobaron, no aprobaron y estuvieron ausentes en el primer parcial.

4. Resultados

Para establecer una relación de los datos obtenidos, consideramos para este análisis 390 estudiantes recursantes.

La mayor parte del grupo (67%) cursan la carrera de CPN, el 28% LA y el 5% LE

Además, se determinó que el 90% de los estudiantes no trabaja.

1. Al indagar sobre la frecuencia de acceso de los estudiantes a las consultas a través de los foros, se determinó la siguiente información:

a) De la planilla confeccionada con los valores que informa la Plataforma Moodle se considera:

❖ La escala para medir la frecuencia de acceso a los foros de consultas, siendo la misma:

Tabla Nº 1: Escala de frecuencia de acceso a los foros de consultas

Escala	Muy Frecuente	Frecuente	Medianamente Frecuente	Poco Frecuente	Nada Frecuente
	[12; 15]	[9; 12)	[6; 9)	[3; 6)	[0; 3)

Fuente: Elaboración propia

❖ La tabla con los porcentajes de alumnos según la escala establecida anteriormente:

Tabla Nº 2: Porcentaje de alumnos según la escala de frecuencia de acceso a los foros de consultas.

Escala	Porcentaje
Muy Frecuente	21%

Frecuente	9%
Medianamente Frecuente	18%
Poco Frecuente	22%
Nada Frecuente	30%

Fuente: Elaboración propia

b) De la encuesta: a los alumnos se le preguntó si utilizaban o no los foros, como así también que calificaran a los mismos según la escala de utilidad y motivos de usos. Los datos obtenidos son los siguientes:

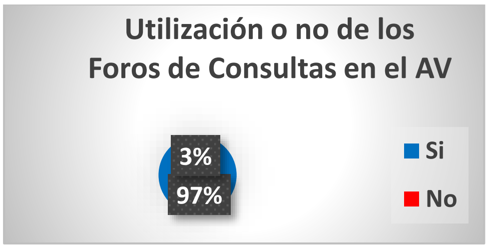


Gráfico N° 1: Porcentaje de estudiantes que utilizaron o no los foros de consultas

En otra parte de la encuesta se les solicitó a los estudiantes que calificaran los foros de consultas según la escala de utilidad y las frecuencias relativas se muestran en la tabla.

Tabla Nº 3: Frecuencias relativas sobre la utilidad de los Foros de Consultas

Utilidad de los Foros de Consultas	Frecuencia relativa
Muy Útil	44%
Útil	47%
Poco Útil	9%
Nada Útil	0%

Fuente: Elaboración propia

También hay otros aspectos por los que nos interesamos, en particular las motivaciones para usar los Foros. Para ello presentamos primero, en la siguiente tabla, la codificación de los aspectos a considerar, siendo los mismos:

Tabla Nº 4: Códigos considerados para los distintos aspectos sobre la utilidad de los Foros

Aspectos	Código
Curiosidad	A
Me ayudan en el aprendizaje	B
Otorgaba puntaje para el parcial	C
Obligación	D

Fuente: Elaboración propia

Con la codificación indicada presentamos los datos acerca de las elecciones de los estudiantes sobre los motivos de uso de los Foros de Consultas siendo los valores porcentuales los que se indican en el siguiente gráfico.

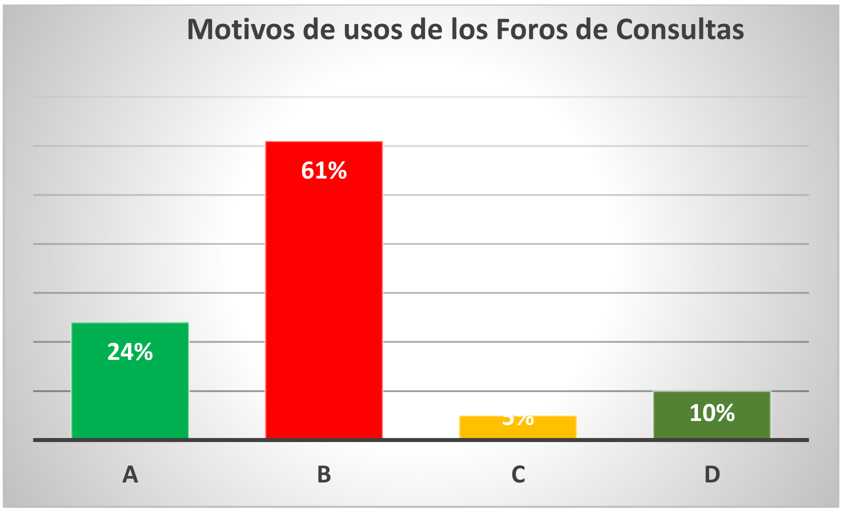


Gráfico N° 2: Porcentaje de estudiantes de acuerdos a los motivos de usos de los foros de consultas

2. También los alumnos encuestados, debían elegir una de las siguientes calificaciones: Mucho, Poco o Nada para evaluar el grado de repercusión del uso de los recursos presentados en la Plataforma relacionado a lo siguiente:

Tabla Nº 5: Nivel y escala para la dimensión grado de repercusión del uso de los recursos en AV

Dimensión	Nivel	Escala
Grado de repercusión del uso de los recursos en AV	**Mucho**	**2**
	Poco	**1**
	Nada	**0**

Fuente: Elaboración propia

Para presentar los datos usamos los siguientes códigos para los aspectos:

A: Promovió el trabajo colaborativo

B: Atendió necesidades y demandas

C: Contribuyó al afianzamiento de conocimientos obtenidos

D: Contribuyó a corregir conocimientos erróneos

Los resultados se muestran en la siguiente tabla, donde los valores indican la frecuencia relativa:

Tabla N° 6: Opinión de los alumnos sobre el grado de repercusión del uso de recursos del AV.

Aspectos	2	1	0
A	36%	55%	10%
B	62%	37%	1%
C	74%	23%	2%
D	76%	22%	3%

Fuente: Elaboración propia

Para la dimensión Motivos de Uso de los Recursos se consideró la siguiente codificación:

Tabla Nº 7: Código para los aspectos considerados en la dimensión usos de los recurso en AV

Dimensión	Aspecto	Código
Usos de los recursos en AV	Curiosidad	A
	Me ayuda en el aprendizaje	B
	Me otorga puntaje para el parcial	C
	Por obligación	D
	No hizo uso	E

Fuente: Elaboración propia

3. Porcentaje que determina la relación entre las actividades virtuales y las notas del primer parcial

Los estudiantes debían realizar actividades virtuales (cuestionarios teóricos y prácticos) y la aprobación de estos sumaban puntos para la nota del examen parcial. Para ello consideramos lo siguientes intervalos:

Actividades Virtuales Aprobadas (AVA): [8; 16]

Actividades Virtuales No Aprobadas (AVNA): [1; 8)

Actividades Virtuales No Realizadas (AVNR): 0

Tabla Nº 8: porcentaje de estudiantes que aprobaron, no aprobaron o no realizaron actividades virtuales

Actividades	Porcentaje
AVA	44%
AVNA	48%
AVNR	8%

Fuente: Elaboración propia

Para el primer examen parcial se considera lo siguiente, de acuerdo al puntaje obtenido:

Aprobado (A): [60; 100]

Reprobado (R): [1; 60)

Ausente (Au): 0

Indagamos el porcentaje de estudiantes que se considera para las siguientes relaciones:

Tabla Nº 9: Porcentaje de estudiante según la relación entre el primer parcial y las actividades virtuales

Actividad Virtual	Parcial	Porcentaje
AVA	A	28%
	R	16%
	Au	0%
AVNA	A	9%
	R	39%
	Au	0%
AVNR	A	0%
	R	8%
	Au	0%

Fuente: Elaboración propia

Los datos se reflejan en el siguiente gráfico:

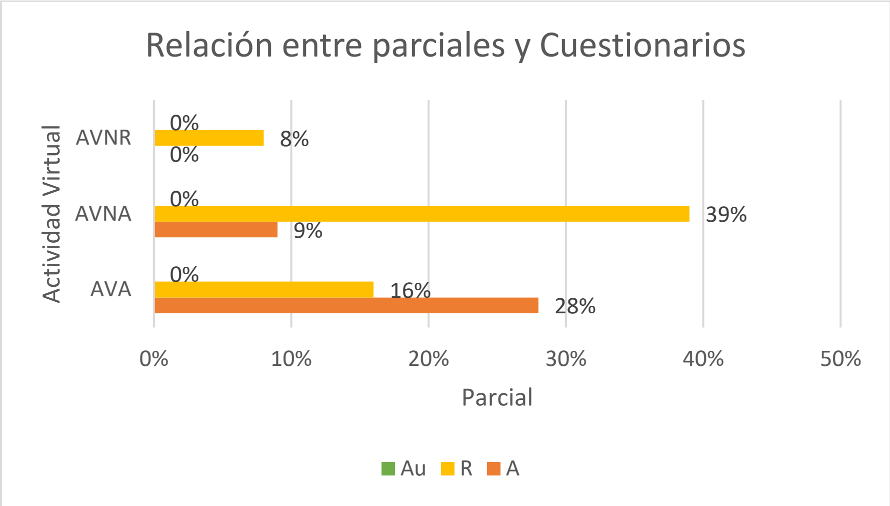


Gráfico Nº 3: Relación entre resultados del primer parcial y actividades virtuales

5. Conclusiones

De los resultados obtenidos, se evidencia que la implementación y uso de las herramientas bajo análisis, guardan relación con los resultados obtenidos por los estudiantes. La conclusión se refuerza con las observaciones aportadas por los alumnos, quienes en su mayoría manifiestan que atendió necesidades y demandas, contribuyó al afianzamiento de conocimientos obtenidos y a corregir conocimientos erróneos. En menor porcentaje, indican que promovió el aprendizaje colaborativo. Podemos inferir de este señalamiento que, dado el contexto de una enseñanza mediada por la virtualidad, el trabajo colaborativo entre estudiantes se vio más afectado, lo que motiva a repensar espacios para promover la interacción entre estudiantes, que colabora de manera directa en aspectos afectivos y motivacionales (señalados al inicio del trabajo). Si bien la situación señalada puede ser indicio de que el estudiante incursiona en el trabajo individual y autorregulado, también representa una alerta para modificar el uso de la herramienta, tendiente a subsanar el déficit.

Un indicador sustantivo representa el porcentaje de alumnos que aprueban el parcial habiendo aprobado actividades virtuales propuestas en el Aula Virtual. No constituye un dato menor ya que la autorregulación involucra la autonomía y la elección de aspectos del cursado que repercutan de manera positiva en los aprendizajes de calidad y en los logros académicos.

Es importante considerar que la generación de estudiantes objeto del estudio, se caracteriza por requerir respuestas inmediatas. En tal caso es necesario considerar que a futuro, el contexto de pandemia afectó particularmente a los alumnos que deberán adaptarse de manera forzada a nuevas modalidades de enseñanza, que repercuten de alguna manera en sus modos de aprender, por ello, el hecho que accedieran a los recursos del Aula Virtual y valoraran que los mismos contribuyeron al afianzamiento de conocimientos obtenidos y a corregir conocimientos erróneos, es un indicio que se adentran en la lógica de la autorregulación, haciendo un uso apropiado de los recursos y actividades del Aula Virtual pensadas para optimizar la calidad de sus aprendizajes.

No se debe olvidar que uno de los objetivos del proyecto de investigación aspira a indagar la frecuencia con la que los alumnos acceden a los foros, conocer que el 97% accede a dicho foro y que el 91% valora como útil y muy útil la información encontrada allí, es un dato que puede sugerir el valor que los alumnos otorgan a dicho espacio y por qué no manifestar cierto grado de motivación por aprender.

El desafío está planteado en especial en los tiempos en que se trascurren, donde la virtualidad gana espacio y por el momento el aula ya no puede ser vista como "lugar físico" ni puede considerarse en conjunto con el edificio. Hoy los lugares físicos son trascendidos puesto que existe un entorno que incluye múltiples recursos/medios que no se encuentran en un mismo lugar. En ese sentido, se puede entender que dicho entorno es un no-lugar y es desde esta perspectiva que se comprende el fenómeno trans-media, y aún más, se convirtió en el principal medio de relaciones interpersonales a fin de dar cumplimiento a las medidas sanitarias del contexto de pandemia.

4. Referencias Bibliográficas

- Barría, C.; Rodríguez, S. y Salmerón, P. Autorregulación del aprendizaje en centros educativos de Granada donde se utilizan las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Recuperado en https://www.ugr.es/~reidocrea/6-13.pdf
- Bogantes, J. & Palma, K. La regulación continua de la enseñanza y del aprendizaje desde el evaluar para aprender. Recuperado en https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5607285.pdf
- Davini,M. y Listovsky, G. El tutor y la evaluación en los entornos virtuales de aprendizaje. Enfoques, fases, estrategias y recursos. Recuperado en https://cursospaises.campusvirtualsp.org/pluginfile.php/9430/mod_folder/content/0/Lecturas_basicas/Davini_Listovsky-_Evaluacion_de_los_aprendizajes-_Basica.pdf?forcedownload=1
- De Corte, E. Aprendizaje constructivo, autorregulado, situado y colaborativo: un acercamiento a la adquisición de la competencia adaptativa (Matemática) Recuperado en http://www.scielo.edu.uy/pdf/pe/v8n2/v8n2a01.pdf
- Gibelli, T. y Chiecher, Estrategias de aprendizaje y autorregulación usando TIC Una investigación en matemática universitaria de primer año. Recuperado en agosto del 2018 en http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/26521/Documento_completo.pdf?sequence=1
- Gil, Blanco y Guerrero: "El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos" Revista Iberoamericana de Educación Matemática Nº 2pág 15-32. Recuperado en http://www.fisem.org/www/union/revistas/2005/2/Union_002_004.pdf
- Hernández, A. y Camargo, A. Autorregulación del aprendizaje en la educación superior en Iberoamérica: una revisión sistemática. Revista Latinoamericana de Psicología.Vol 49. Núm 2, mayo-agosto del 2017. Recuperado en http://www.elsevier.es/es-revista-revista-latinoamericana-psicologia-205-articulo-autorregulacion-del-aprendizaje-educacion-superior-S012005341730016X
- Mauri, T., Colomina, R., Martínez Taberner, C. y Rieradevall Sant, M. La adquisición de las competencias de autorregulación. Análisis de su concepción y aprendizaje en diferentes estudios universitarios. Recuperado en http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/24393/1/573866.pdf
- Modesto, M. García, G. Proyectos de Aula y TIC en el aprendizaje autorregulado. Recuperado en http://www.virtualeduca.red/documentos/23/2015%20proyectos%20de%20aula%20y%20Tic%20en%20el%20aprendizaje%20autorregulado.pdf
- Panadero, E. & Alonso-Tapia, J. (2014) ¿Cómo autorregulan nuestros alumnos? Revisión del modelo cíclico de Zimmerman sobre autorregulación del aprendizaje. *Anales de psicología*, 30 (2), 450-462. http://dx.doi.org/10.6018/analesps.30.2.167221

- Pintrich, P. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. En M. Boekaerts, P. Pintrich, & M. Zeidner, Handbook of self-regulation (pp. 451-502). San Diego, California: Academic Press.
- Rodríguez Sánchez, M.(coord.), Alcoba González, J., Hernández Sellés, N., Insa Ghisaura, D. y Morata Sebastián, R. (2014) "E – Learning y gestión del conocimiento" Gráfica LAF. San Martín – Buenos Aires, Argentina.
- Steiman, J.(2009). Más Didáctica en la Educación Superior. Bs. As. Miño y Dávila.
- Zabala, A. (1995) "La práctica educativa". Barcelona, España. Editorial Grao.
- Zarceño, A. y Andreu, P. Las tecnologías, un recurso didáctico que fortalece la autorregulación del aprendizaje en poblaciones excluidas. Perfiles educativos vol.37 no.148 México abr./jun. 2015. Recuperado en http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982015000200019
- Zimmerman, B. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. En P. Pintrich, M. Boekaerts, & M. Zeidner, Handbook of self-regulation (pp. 13-41). Orlando, FL: Academic Press.

Grafos y Matrices Insumo – Producto. Una Experiencia en la Facultad de Economía y Administración de la Universidad Nacional del Comahue

Reyes, Claudia Graciela

Facultad de Economía y Administración, Universidad Nacional del Comahue

claudiareyes66@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Teoría de Grafos, Matrices Insumo – Producto, Modelización

Resumen

El presente trabajo se encuadra dentro del Proyecto de Investigación *Teoría de Grafos. Segunda parte* (2017 – 2021), Universidad Nacional del Comahue. Numerosas experiencias de este equipo de trabajo en distintos niveles educativos han mostrado que los grafos pueden ayudar a modelar y comprender distintas situaciones intra y extra-matemáticas. En este caso, se muestra la actividad realizada con estudiantes nóveles de la Facultad de Economía y Administración.

Pensando en los grafos como buenos modelizadores es que se ha trabajado con el modelo Insumo - Producto se constituye en una herramienta fundamental al momento de la planificación económica y es también una de las aplicaciones de las matemáticas en el estudio del análisis matricial. Las matrices involucradas en estos modelos son de órdenes muy grandes, lo que, sumado a que los estudiantes tienen su primer acercamiento a este tema en el primer año de su carrera (algunos aún no han cursado Matemática 1) hacen que visualizar el entramado de relaciones entre los distintos sectores de una economía se torne dificultoso y desalentador. Es aquí donde consideramos que a partir del conocimiento de pocos conceptos de grafos se puede ayudar a los estudiantes tanto en la comprensión de las relaciones intersectoriales de una economía como con la motivación para el estudio de ambas disciplinas al acercarlas de un modo gráfico y más simple de comprender.

1 Introducción

Diversos estudios en el mundo han analizado las actitudes hacia las matemáticas de los estudiantes en los diversos niveles educativos y las consecuencias que ellas acarrean en sus rendimientos académicos. Entre ellos, Hidalgo, Maroto y Palacios (2004) en un estudio con 480 estudiantes universitarios de primer año el concluyen que el 60%, aduce aburrimiento, exceso de teoría, falta de relación de las actividades que se proponen con situaciones de la vida cotidiana, entre otras. Para estos autores lo cognitivo y lo afectivo mantienen una mutua dependencia que se refleja en la idea del círculo vicioso: *dificultad –aburrimiento – suspenso – fatalismo – bajo autoconcepto – desmotivación – rechazo – dificultad.*

En este sentido, Trigueros (2009) y Masero, Camacho y Vázquez (2017) plantean que los estudiantes de las carreras relacionadas con la Economía no buscan ser especialistas en matemática por lo que la motivación para el estudio de dicha asignatura es escasa, aún más si pensamos en clases tradicionales donde los contenidos están desprovistos de conexión con el contexto del estudiante o con la disciplina elegida.

Sucede algo similar el ámbito de la enseñanza de la Economía. Al respecto, Liz y Pérez (2014) plantean que, para los jóvenes, esta ciencia se presenta como difícil e incomprensible y que esto se debe a que al traducir los fenómenos económicos a modelos matemáticos se pone mucho énfasis en el mecanismo de resolución y no se acompaña de la debida interpretación del fenómeno modelizado a la luz de los resultados, por lo que se reduce la capacidad de estos para interpretar la realidad.

La Universidad Nacional del Comahue (UNCo.) y la Facultad de Economía y Administración (FaEA), en particular, no son la excepción a esta realidad. Año a año se observa en los estudiantes de reciente ingreso a las carreras relacionadas con la Economía (Contador Público Nacional, Licenciatura en Administración, Licenciatura en Economía, Ciclo General en Ciencias Económicas y Profesorado en Ciencias Económicas) las dificultades por las que atraviesan para cursar y/o aprobar las primeras asignaturas relacionadas con la Matemática y la Economía, lo que se refleja en los bajos porcentajes de aprobación.

Partiendo de esta situación, se observaron los programas de diversas asignaturas de los planes de estudio de las carreras relacionadas con las ciencias económicas y se advirtió, por un lado la ausencia de contenidos referidos a la Teoría de Grafos (TG) y por otro, la existencia de varios temas que podrían encontrar en los grafos una herramienta importantísima para la modelización, lo que se estima redundaría en una mejor comprensión de los mismos, entre ellos, el análisis de las relaciones entre los distintos sectores de una economía.

Numerosas experiencias realizadas dentro del proyecto de Investigación *Teoría de Grafos. Segunda parte* (Braicovich, 2005, 2006, 2010, 2012, 2013; Cognigni, et al., 2008; Braicovich et al., 2010; Braicovich y Cognigni, 2011; Reyes y Braicovich (2014) han mostrado que los grafos pueden ayudar a modelar y comprender distintas situaciones intra y extra-matemáticas en distintos niveles educativos. En este caso, la experiencia se realizó con estudiantes que se encuentran cursando la primera materia relacionada con la Economía, del Plan de Estudios de la carrera elegida.

2 Modelización, grafos y Economía

La modelización se ha convertido en las últimas décadas en un método de enseñanza-aprendizaje que facilita la comprensión de contenidos tanto intra como extra-matemáticos.

Es así, que la TG puede convertirse en una forma de comprender y abordar situaciones que permita conceptualizarlas, interpretar esquemas y transferir información a otras situaciones de estudio, facilitando la comprensión y por lo tanto el aprendizaje de contenidos extra matemáticos, en particular del análisis intersectorial de una cierta economía.

Para los economistas, la matemática es una herramienta importante para la modelización y análisis de los fenómenos económicos y a su vez, la economía se constituye como un campo interesante para la construcción y aplicación de los contenidos matemáticos.

Mochón (1997) sostiene que un modelo matemático es una representación de un fenómeno real, basada en relaciones matemáticas dadas en forma numérica, gráfica o simbólica que ayuda a entender mejor los fenómenos que describen y para quienes no sólo califican como modelos los altamente abstractos y elaborados sino todo aquello (maquetas, imágenes, tablas, grafos, redes, analogías, etc) que habiliten a quien los usa, a describir, explicar, predecir e intervenir.

Biembengut y Hein (2004) establecen que un modelo matemático es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representan un fenómeno o situación problema, el que además de permitir encontrar la solución para ese caso puede trasladarse a otras situaciones. Entre las ventajas de la modelación destacan que mejora la motivación del alumno por las matemáticas al mostrarles aplicaciones relacionadas con su ámbito de interés y facilita la comprensión de los contenidos trabajados.

Es en este sentido que se considera a la TG como uno de los contenidos matemáticos que al permitir modelizar distintas situaciones relacionadas con la Economía propicia la comprensión y el análisis de las mismas.

2.1 La Teoría de Grafos

Se considera a la TG como parte de la Matemática Discreta. Autores como Hart (2008) recomiendan incluir temas de la matemática discreta en el currículum puesto que,

> es pedagógicamente poderosa … no es sólo un contenido matemático importante, sino que también es un poderoso vehículo para la enseñanza y el aprendizaje de los procesos matemáticos y para involucrar a los estudiantes en hacer matemáticas. Debido a que la Matemática Discreta es útil y actual, a menudo es motivante e interesante para los estudiantes. Los temas de Matemática Discreta pueden atraer y lograr resultados exitosos en estudiantes que previamente hayan fracasado o estén alejados de las matemáticas. (p.6)

La TG es una teoría relativamente nueva. Chiappa (1989) afirma que surge como una disciplina autónoma en 1936, con la aparición del libro de König, donde se reúnen numerosos resultados sobre el tema.

La potencialidad de los grafos, como afirma Alsina (2011), se centra en su sencillez. Con simples esquemas es posible describir situaciones complejas, despojarlas de los detalles que las complejizan para quedarse con la esencia y poder así interpretarlas, extraer pautas y resolver innumerables problemas de muy diversas áreas.

Por otro lado, al poder representar la estructura de los grafos con matrices es posible interpretar, operar y resolver situaciones modeladas con ellos en forma algebraica.

2.2 El análisis Input – Output

La Economía, como ciencia, estudia las relaciones económicas que se dan entre los integrantes de una determinada sociedad en un determinado contexto, trata de estudiar cómo se organizan las sociedades para llevar adelante el proceso de producción, distribución y consumo.

La economía de un país o una región se divide en sectores (agricultura, industria, servicios, etc.); cada sector necesita, para funcionar, comprar insumos a otros y a sí mismo, vender bienes a terceros y medir y analizar esos flujos. El análisis de estos rasgos estructurales es un aspecto fundamental para la compresión de su funcionamiento.

El modelo Insumo – Producto, también conocido como Análisis I-O surge gracias al trabajo desarrollado por Wassily Leontief en la década del 1930, que le significó el premio Nobel de Economía en 1973. Este método es en la actualidad una herramienta muy importante para la planificación de la producción económica de un país y constituye una de las más importantes aplicaciones de las matemáticas en el estudio de la economía y en concreto, del análisis matricial.

2.3 La Teoría de Grafos en el Análisis Input - Output

Si un modelo matemático es útil en tanto puede contextualizar una situación real facilitando la toma de decisiones (Trigueros, 2009), la TG muestra un gran potencial en este sentido, al permitir una notable simplificación del esquema de las relaciones entre los sectores de una economía contenido en una matriz insumo – producto, que de por sí se presenta complejo.

Ya en 1996, Morillas (en García, 2007) sostenía que el potencial simplificador y la capacidad explicativa mostrada por la TG aportaban ventajosas propiedades al permitir integrar en su desarrollo cuestiones tan relevantes como las posiciones relativas de los sectores, su orientación o los senderos por donde circula la influencia económica dentro de la estructura analizada. Morillas (2004) resumía la utilidad de esta teoría afirmando que:

> En general, el concepto de grafo y el de estructura son fácilmente asimilables, tanto en imagen, una especie de tela de araña que evoca la complejidad de mutuas relaciones entre objetos, como en

formalización. Existen muchas ocasiones en que un analista de la realidad social se encuentra con este tipo de relaciones estructuradas que, de alguna forma, se pueden formalizar mediante un grafo. Relaciones entre núcleos urbanos, movimientos migratorios, redes de transporte, matrices de intercambios entre un conjunto de elementos (sectores, espacios económicos, …), etc., forman estructuras de relaciones generalmente aptas para ser tratadas mediante esta metodología (2004, p. 2)

Como sostienen ambos autores, el Análisis Input – Output otorga precisión y robustez a los resultados cuantitativos obtenidos, pero es altamente probable que el análisis utilizando la TG permita visualizar los resultados facilitando la interpretación de los mismos.

Tenorio Villalón et al. (2012) y Tenorio Villalón y Martín Caraballo (2016), muestran cómo la TG puede ser una herramienta didáctica eficaz al momento de tratar algunos conceptos propios del análisis I-O de una cierta economía. Sostienen que esta teoría, al permitir el tratamiento de los temas de una forma más gráfica, facilita la comprensión de los conceptos relacionados con el tema, que en el enfoque tradicional solo se tratan en forma matricial. Las matrices de coeficientes tecnológicos, al proveer una visión cuantitativa de la estructura de un sistema económico, son de orden muy grande, lo que dificulta el trabajo con ellas y también los cálculos a realizar.

Estos autores muestran, como con pocos conocimientos de la TG es posible realizar el análisis de manera más gráfica e intuitiva, lo que les permite a los estudiantes entender y asimilar los conceptos propios del análisis I-O de una forma más fácil y duradera, en particular, centran su estudio en los conjuntos autónomos y los productos fundamentales.

3 Diseño e implementación de la experiencia

3.1 Asignatura

La asignatura en la que se implentó la actividad, Introducción a la Economía, corresponde al primer año, segundo cuatrimestre, es común a todas las carreras relacionadas con la Economía que se dictan en la FaEA y es la primera materia relacionada con esa ciencia.

3.2 Temporalidad

La propuesta didáctica se ha implementado en el segundo cuatrimestre de los años académicos 2018, 2019, 2020 y primer cuatrimestre del año 2021, en estos dos últimos de manera virtual debido a la pandemia por Covid-19.

3.3 Diseño e implementación

En el año 2018 se observó la clase referida a cuentas nacionales de dos de los módulos de Introducción a la Economía (registrándose la forma en que desarrollaban el tema) y posteriormente, se realizó una prueba piloto con 9 estudiantes voluntarios, que ya habían cursado la mencionada asignatura. Tomando como base la idea trabajada por Tenorio Villalón y Martín Caraballo (2016) y, en función de todo lo referido, se preparó la propuesta didáctica a poner en marcha en el ciclo 2019.

En el segundo cuatrimestre del ciclo 2019 se implementó, por primera vez, la actividad en dos de los módulos de la asignatura; fue llevada a cabo con los estudiantes presentes ese día y que voluntariamente quisieron sumarse a la propuesta, participando en total 66 estudiantes.

Con esta primera experiencia se buscó poner a prueba el Instrumento diseñado y analizar la respuesta del estudiantado y de los profesores.

En el segundo cuatrimestre del año académico 2020 y primero del año 2021, habiendo mejorado el diseño de la actividad con los resultados obtenidos en los años anteriores, se puso en práctica la propuesta. En ambos casos, de la actividad participaron alrededor de 30 estudiantes y la docente a cargo de la cátedra, a través de una videoconferencia.

3.4 Secuencia didáctica

En todos los años, la propuesta se realizó en un solo encuentro de aproximadamente 1,30 hs.

Se va a presentar, a modo de ejemplo, la actividad desarrollada por los estudiantes en el año 2020. Como ya comentamos, en ese año la modalidad de cursado fue completamente virtual por lo que la actividad se desarrolló por completo a través de una videoconferencia.

Los estudiantes fueron respondiendo por el micrófono o, en la mayoría de los casos, a través del chat (en años anteriores trabajaban con papel y lápiz e iban respondiendo de manera individual cada pregunta, luego se socializaban las respuestas y se plasmaban en la pizarra).

La profesora a cargo de la asignatura, a través de un video que se había subido a la Plataforma de Educación que posee la UNCo., desarrolló el tema de la manera tradicional y los estudiantes ya habían resuelto el Trabajo Práctico correspondiente, con consultas sincrónicas, tanto para la teoría como la práctica. Cabe destacar que, si bien se presenta la matriz Insumo Producto de una economía real (Provincia de Neuquén, año 2004), luego la teoría y los ejercicios prácticos utilizan matrices con solo 3 sectores. En un encuentro posterior, habilitado para consultas, se desarrolló la experiencia.

3.4.1 Primer momento

Se presentó a los estudiantes una matriz de coeficientes técnicos o de requerimientos directos de una economía ficticia con 6 sectores (Figura 1) y a partir de allí, se fueron planteando preguntas referidas a la influencia que algunos de ellos ejercían en los otros sectores de la economía (tiempo de trabajo: aprox.20 minutos)

COMPRAS

$$\text{VENTAS}\quad \begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\4\\5\\6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \;\;1\;\;\; & \;\;\;2\;\;\; & \;\;\;3\;\;\; & \;\;\;4\;\;\; & \;\;\;5\;\;\; & \;\;\;6\;\; \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1100 & 0.0000 & 0.1300 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.1500 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.2500 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.1200 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.2100 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.2300 & 0.0000 \end{pmatrix} \end{array}$$

Figura 1. Ejemplo de matriz de coeficientes tecnológicos

Los estudiantes ya saben que cada columna de esta matriz representa lo que ese sector destina a compras de los otros sectores para producir $1 del Valor Bruto de Producción. Así, por ejemplo, el sector 5 destina por cada peso de Valor Bruto de Producción, $0,25 a compras al sector 4 y $ 0,23 a compras al sector 6.

Se muestra a continuación el primer bloque de preguntas que se les presentó a los estudiantes:

a) *¿Qué sector(es) de la economía tienen la mayor cantidad de relaciones directas con los otros sectores, entre compras y ventas? ¿Cuántas relaciones son en total?*
b) *¿Hay algún otro sector que tenga la misma cantidad de relaciones directas a través de las compras?*
c) *¿Existen sectores que no se relacionen con los otros sectores de la economía a través de las compras? y ¿a través de las ventas? Si existen, ¿cuáles serían?*
d) *¿Cuál es el sector que tiene mayor cantidad de interacciones directas a través de las ventas?*

En general, no hubo mayores dificultades para responder a partir de la lectura de los datos que arroja la matriz.

En el siguiente bloque de preguntas se les pidió que respondan y se les indicó que luego verificaríamos los resultados (tiempo destinado: aprox. 20 minutos).

e) *¿A cuál(es) sectores influye una variación en la demanda del sector 3?*
f) *¿Una variación en la demanda del sector 1 afectará la producción del sector 5?*
g) *Un aumento de $ 100 en la demanda del sector 1 afectará la producción del sector 3? ¿En cuánto?*
h) *¿Un aumento de $ 100 en la demanda del sector 1 afectará la producción del sector 6? ¿En cuánto?*
i) *Verifiquemos las respuestas con la matrices de coeficientes directos e indirectos correspondientes*
j) *Calculemos entonces cómo afecta a cada sector de esta economía una variación en $ 100 en la demanda del sector 1*

Aquí ya se comenzaron a presentar dificultades pues ahora la información solicitada no se obtiene de manera tan directa como en el bloque anterior. Al calcular luego la incidencia de una variación de $ 100 en la demanda del sector 1 a través de la utilización de la matriz de coeficientes directos e indirectos, pudieron verificar que muchos de ellos se habían equivocado.

Para obtener los importes, se debe multiplicar la matriz de coeficientes directos e indirectos por el vector columna que refleja los $ 100 de variación del sector 1 y así se obtiene la influencia de esos $ 100 en cada sector de la economía, como se muestra en el Figura 2:

$$\begin{pmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0007 & 1.1236 & 0.0044 & 0.1461 & 0.0365 & 0.0000 \\ 0.1500 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0045 & 0.0000 & 0.0300 & 1.0000 & 0.2500 & 0.0000 \\ 0.0180 & 0.0000 & 0.1200 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.2141 & 0.0000 & 0.0276 & 0.0000 & 0.2300 & 1.0000 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 100.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100.0000 \\ 0.0657 \\ 15.0000 \\ 0.4500 \\ 1.8000 \\ 21.4140 \end{pmatrix}$$

Figura 2. Operatoria matricial para determinar la influencia al modificar la demanda

3.4.2 Segundo momento

Se les presentó a los estudiantes los conceptos de grafos, grafos dirigidos, vértices, aristas, arcos, grado de un vértice, etiquetación de una arista o de un arco, cadena y camino y se les propuso intentar armar un grafo dirigido que represente la situación planteada (tiempo dedicado: aprox. 20 minutos).

Se dedicó el resto del encuentro (aprox. 30 minutos) a contestar el tercer bloque de preguntas pero ahora trabajando solo desde los grafos construidos y realizar el cierre de la actividad.

k) ¿Será posible armar un grafo que refleje las relaciones entre los sectores a través de las compras?

A continuación, en la Figura 3 se presentan los grafos armados por dos de los estudiantes participantes. Se puede observar que, si bien pareciese que los grafos son distintos, en realidad lo único que cambia es la disposición de los vértices y que, en uno de ellos, se marcó con un arco de entrada la influencia de la Demanda Final.

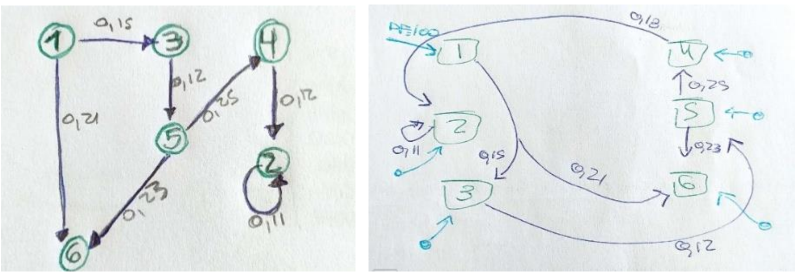


Figura 3. Grafos por las ventas realizados por los estudiantes

Así representadas, las relaciones entre los distintos sectores de la economía se pueden seguir más fácilmente. Los vértices representan cada uno de los sectores, los arcos entre ellos muestran las relaciones y la etiqueta de cada arco muestra el coeficiente directo correspondiente.

l) ¿Cómo influye el aumento de $ 100 de la demanda del sector 1 en el 3?

Para encontrar la influencia de los $ 100 solo hay que multiplicar el importe por el coeficiente correspondiente.

m) ¿Cómo influye el aumento de $ 100 de la demanda del sector 1 en el 5?

En este caso, para encontrar la influencia correspondiente únicamente hay que recorrer el camino que nos lleva del vértice 1 al vértice 5 y encontramos que el valor se calcula multiplicando los $ 100 por los valores de cada uno de los dos arcos de ese camino (1):

$$100 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}12 = 1{,}8 \quad (1)$$

n) ¿Cómo influye el aumento de $ 100 de la demanda del sector 1 en el 6?

Así, para calcular la influencia del sector 1 en el sector 6 habrá que sumar la influencia directa del sector 1 en el 6 más la influencia que circula por el camino 1 – 3 – 5 – 6: (2)

$$100 \cdot [(0{,}15 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}23) + 0{,}21] = 21{,}414 \quad (2)$$

o) ¿Cómo influye el aumento de $ 100 de la demanda del sector 1 en el 2?

En este caso, en un primer paso se recorre el camino 1 – 3 – 5 – 4 – 2 (3):

$$0{,}15 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}13 = 0{,}000585 \quad (3)$$

Pero hay que tener en cuenta que el sector 2 realiza compras dentro del mismo sector (en el grafo se representa con un bucle) que irá disminuyendo su influencia a medida que se vaya repitiendo, así tenemos (4):

$$0{,}000585 + (0{,}000585 \cdot 0{,}11) + (0{,}000585 \cdot 0{,}11) \cdot 0{,}11 + \big((0{,}000585 \cdot 0{,}11) \cdot 0{,}11\big) \cdot 0{,}11 =$$

$$= 0{,}0006572071 \quad (4)$$

Solo falta multiplicar el coeficiente obtenido por $100 y se obtiene la influencia pedida (5):

$$100 \cdot 0{,}0006572071 = 0{,}0657 \quad (5)$$

Excepto para el último caso, en el que existen relaciones al interior del sector que también hay que tener en cuenta, en el resto de los casos no hubo dificultades en obtener el valor que surge de la multiplicación de las matrices mostradas en la Figura 2, pero ahora leyendo desde el gráfico la información.

4 Resultados

En todas las experiencias realizadas, las respuestas de los estudiantes mostraron que, a partir del trabajo con algunos conceptos básicos de grafos lograron interpretar cómo se interrelacionan los distintos sectores de una economía y pudieron determinar de manera más intuitiva cuánto influye en un sector de la economía una variación en la demanda final de otro, mostrándose motivados a enfrentar la actividad propuesta.

Los docentes de la cátedra Introducción a la Economía también opinaron favorablemente, reconocieron que nunca habían visto el tema trabajado desde esta mirada y coincidieron en que sería favorable incorporarlo a los contenidos del programa de la materia.

5 Conclusiones y proyecciones

Creemos que, así como los conceptos de la TG ayudaron a los estudiantes a comprender mejor un contenido programático de una asignatura no matemática, esta actividad debe ser el puntapié inicial para trabajos interdisciplinarios entre áreas relacionadas como la Matemática y la Economía.

Se propondrá la continuidad del trabajo conjunto entre los integrantes del Proyecto de Investigación y los equipos de la cátedra Introducción a la Economía y se buscarán en otras materias, temas que también puedan ser interpretados usando conceptos de esta teoría.

Referencias

Alsina, C. (2011). *Mapas del metro y redes neuronales. La teoría de grafos*. EDITEC.

Biembengut, M. y Hein, N. (2004) Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación matemática, 16*(2), 105 – 125. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516206

Braicovich, T. (2005). Introducción de algunos conceptos de grafos en Tercer Ciclo de Educación General Básica [tesis]. Universidad Nacional del Comahue.

Braicovich,T. (2006). Enseñanza de grafos desde la perspectiva docente. *Actas I Reunión Pampeana de Educación Matemática*, 124-131.

Braicovich,T., Caro, P., Oropeza, M. (2010). Opinión de los estudiantes del profesorado sobre el tema Grafos y la enseñanza. *Actas III Reunión Pampeana de Educación Matemática*, 210-219.

Braicovich, T. (2010). Grafos y su potencial educativo. *V Coloquio Internacional de Enseñanza de las Matemáticas*, 293 – 304.

Braicovich, T., Cognigni, R. (2011). Coloreando la geografía desde el plano al toroide. *Números*, *76*, 135-148.

Braicovich, T. (2012). Una propuesta: Incorporar algunos conceptos de grafos en distintos niveles de escolaridad. *XIV Congreso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Diversidad y Matemáticas,* 1-5.

Braicovich, T. (2013). Grafos: Una misma situación para la construcción de distintos modelos extramatemáticos. *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 803-810.

Cognigni, R., Braicovich, T., Reyes, C. (2008). Recorriendo grafos a lo largo de la Educación General Básica. *Revista de Educación Matemática de la Unión Matemática Argentina, 93,* 109-125.

Chiappa, R. (1989) Algunas motivaciones históricas en la Teoría de Grafos. *Revista de Educación matemática,4*(1), 37-54.

García Muñiz, A., Morillas Raya, A. y Ramos Carvajal, C. (2007). Núcleos productivos en Europa y España. Un estudio a partir de modelos discretos centro-periferia. *Estudios de Economía Aplicada, 25*(1),485-509. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=30113183018.

Hart, E. (2008). Matemática discreta para todos. Perspectiva general de la matemática discreta desde el nivel inicial hasta el 12º grado. *LATM JOURNAL, 4*(2).

http://www.lamath.org/journal/vol4no2/Guest_Editorial.pdf.

Liz, D. y Pérez, A. (2014). Los desafíos de enseñar Economía como una ciencia atractiva y comprensible. *Actas IV Jornadas sobre enseñanza de la Economía*, 9-21. Publicaciones electrónicas Universidad Nacional de General Sarmiento.

Masero Moreno, I., Camacho Peñalosa, M. y Vázquez Cueto, M. (2017). Matemáticas, Economía y Empresa: Aprendizaje y contexto. *3c Empresa: investigación y pensamiento crítico, 6*(4), 1 – 11.

https://hdl.handle.net/11441/85681

Mochón, S. (1997). Modelos matemáticos para todos los niveles. *Actas XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, 42-45. Iberoamérica. http://www.clame.org.mx/documentos/alme%2011.pdf

Morillas, A. (2004). Cambios en la estructura productiva española, 1980-1995. Un análisis estructural mediante la teoría de grafos. *Estructura Input-Output y Dinámica Económica.* Club Universitario.

Reyes, C. y Braicovich, T. (2014). ¿Por qué no, la teoría de grafos en las carreras de ciencias económicas de la FaEA? Actas *XXIX Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines.*

Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Innovación Educativa, 9*(46), 75 – 87. https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414894008.pdf

Tenorio Villalón, A., Martín Caraballo, A. y Fedriani Martel, E. (2012). Una propuesta docente para el aprendizaje del Análisis Input – Output usando Teoría de Grafos. *Anales de ASEPUMA 20*(506). Universidad de Barcelona.

Tenorio Villalón, A. y Martín Caraballo, A. (2016). Usando teoría de grafos para explicar Análisis Input-Output en economía y empresa. *Revista Opción, 32*(10), 896 – 910.

https://produccioncientificaluz.org/index.php/opcion/article/view/21863

Evolución en Tiempo Discreto de una Operatoria Financiera

Brillanti, Carla – Lupín, Beatriz

Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, Universidad Nacional de Mar del Plata

brillanticarla@gmail.com – beatrizlupin@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aprendizaje significativo, Ecuaciones en diferencias, Matemática, Economía, Aplicación empírica

Resumen

En el presente trabajo, se estudia la evolución matemática de un fenómeno económico, en tiempo discreto, mediante la aplicación de una *ecuación en diferencias*, ordinaria, de primer orden y lineal, con coeficiente y término constantes, a una operación financiera concreta: la amortización de un préstamo bancario bajo el sistema francés o progresivo. Así, se analiza un modelo de capitalización mensual, para un período que comprende un año, con datos reales y empleando una planilla electrónica de cálculo, teniendo en cuenta los supuestos en los que se sustenta. Dicha aplicación se lleva a cabo en el marco de la asignatura *Matemática para Economistas II* que cursan los estudiantes de tercer año de la Carrera Licenciatura en Economía en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Con el propósito de propiciar el aprendizaje significativo, durante las clases se analizan problemáticas reales, tanto desde la perspectiva de la asignatura como desde la perspectiva de otras asignaturas y disciplinas relacionadas. Por lo tanto, esta propuesta didáctica representa una contribución al respecto, facilitando los dinámicos y complejos procesos de enseñanza y de aprendizaje y acercando a los estudiantes a su futura actuación profesional, conforme el régimen académico vigente.

1- Introducción

La asignatura *Matemática para Economistas II*, perteneciente al ciclo profesional de la Carrera Licenciatura en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad Nacional de Mar del Plata, se dicta a los estudiantes que cursan el tercer año. Entre las estrategias pedagógicas implementadas, se encuentra la de plantear a los estudiantes problemas reales, de su futuro campo laboral, cuya resolución puede ser abordada mediante la aplicación y articulación de conceptos desarrollados en ésta y en otras asignaturas cursadas. De esta manera, de acuerdo con el régimen académico institucional, se incentiva a los estudiantes a reflexionar críticamente acerca de determinadas herramientas que suelen ser consideradas por los mismos como teóricas, abstractas, carentes de utilidad empírica y a integrar conocimientos aportados por otros campos disciplinares.

En esta oportunidad, se presenta una propuesta que aplica el tema *ecuaciones en diferencias* –unidad III del programa– a una cuestión financiera: la amortización de un préstamo bancario. El propósito fundamental es potenciar el desarrollo de habilidades analíticas que permitan modelar e interpretar un fenómeno económico concreto empleando dichas ecuaciones. A tal fin, primero se lleva a cabo una breve revisión conceptual de las ecuaciones en tiempo discreto; luego, se efectúa la ejercitación correspondiente y, por último, se realizan las consideraciones finales.

2- Revisión conceptual de ecuaciones en diferencias

En general, la literatura especializada define *ecuaciones en diferencias* realizando un paralelismo con las ecuaciones diferenciales, remarcando el hecho de que las primeras implican variables independientes discretas –generalmente, el tiempo (t)–, . De esta manera Chiang (1987: 560) y Chiang & Wainwright (2008: 544), indican que cuando la variable independiente se considera en términos discretos no es correcto emplear derivadas sino que deben emplearse diferencias. Siguiendo esta línea, Sydsaeter & Hammond (2009: 583) se refieren a las ecuaciones en diferencias como aquellas que relacionan cantidades en términos discretos. Por su parte, Arya, Lardner & Ibarra Mercado (2009: 291) establecen que dada una sucesión de números reales $y_0, y_1, y_2, \ldots$, una ecuación en diferencias de orden n es una ecuación que relaciona $y_t, y_{t+1}, \ldots, y_{t+n}$, para todo valor de t ($t = 0, 1, 2, \ldots$). Finalmente, es posible citar a Bonifaz & Winkelried (2010: 263) quienes definen a las ecuaciones en diferencias en dos oportunidades. Primero, señalan que las mismas son ecuaciones que contienen una o más diferencias de una función desconocida de una variable. Luego, que una ecuación en diferencias expresa una relación entre una variable dependiente y sus adelantos o rezagos y una variable independiente.
Las ecuaciones en diferencias se clasifican conforme diversos criterios: según el número de variables independientes involucradas, el orden y el grado. Así, cuando contienen una sola variable independiente se denominan *ordinarias* en tanto que si contienen más una variable independiente, *parciale*s. Respecto al orden, el mismo se determina considerando el orden de la mayor diferencia. En cuanto al grado, se establece teniendo en cuenta la potencia de la diferencia de mayor orden. Particularmente, una ecuación en diferencias es lineal si la variable *y*, para cualquier período, está elevada a una potencia igual a la unidad o no está multiplicada por un término *y* de otro período. (Bonifaz & Winkelried, 2010: 263; Chiang, 1987: 562; Chiang & Wainwright, 2008: 546)

Con relación a la solución de una ecuación en diferencias, es posible indicar que se trata de un conjunto de valores para y_t de manera que si éstos se sustituyen en la misma se satisface como una identidad para todos los valores de *t* (Arya, Lardner & Ibarra Mercado; 2009: 291). Asimismo, se cumple el teorema que plantea que la solución existe y es única (Sydsaeter & Hammond, 2009: 584). Dicha solución, se divide en: *general* o *completa* cuando se encuentra compuesta por el conjunto de todas las soluciones, incluyendo constantes arbitrarias y *particular* si se obtiene a partir de información adicional, o sea, de condiciones iniciales o de límite que permiten que las constantes arbitrarias adopten valores específicos (Arya, Lardner & Ibarra Mercado; 2009: 296; Chiang, 1987: 566; Chiang & Wainwright, 2008: 548).

Dado que en esta propuesta, se aplica una ecuación en diferencias ordinaria, de primer orden y lineal, con coeficiente y término constantes, a continuación se centrará el interés en este tipo de ecuación. Siguiendo a Chiang (1987: 565) y a Chiang & Wainwright (2008: 548), la misma se representa y resuelve mediante el método general de la siguiente manera:

$$y_{t+1} + ay_t = b \quad (1)$$

Donde: a = coeficiente y b = término, ambos constantes.

Por el *Principio de Superposición*, la solución general (y_t) se encuentra conformada por una *solución particular* (y_p) –término b distinto de 0– más una *solución complementaria* (y_c) –término b nulo– (Bonifaz & Winkelried, 2010: 262). La primera de ellas se obtiene, proponiendo la solución: $y_t = y_{t+1} = k$, siendo k una constante. Sustituyendo la solución propuesta en (1) y despejando la constante k:

$$k + ak = b \Rightarrow k(1+a) = b \Rightarrow k = \frac{b}{(1+a)} \quad (2)$$

De lo anterior, se deduce que y_p es igual a:

$$y_t = y_p = \frac{b}{(1+a)} \quad (3)$$

Esta solución es válida siempre y cuando el coeficiente a sea distinto de -1. Si la expresión (3) queda indefinida –coeficiente a igual a la unidad–, la solución de prueba debe adoptar una forma más compleja, por ejemplo: $y_t = kt$ e $y_{t+1} = k(t+1)$, continuando, luego, con el procedimiento aplicado precedentemente.

Para la deducción de y_c, primero, se construye la *ecuación homogénea* asociada a la ecuación en diferencias original (1):

$$y_{t+1} + ay_t = 0 \quad (4)$$

Luego, se propone la solución: $y_t = A\,c^t$, siendo A y c constantes distintas de cero. A fin de obtener la ecuación característica o auxiliar, se sustituye la solución anterior en (4):

$$Ac^{t+1} + Aac^t = 0 \quad (5)$$

Normalizando dicha expresión –dividiendo miembro a miembro por la constante A–, aplicando propiedad de la potenciación y sacando factor común:

$$c^t(c+a) = 0 \quad (6)$$

De esta manera, la expresión entre paréntesis es la *ecuación característica o auxiliar*, la que es de grado 1 dado que la ecuación en diferencias original (1) es de primer orden y, por ende, tiene una sola raíz. Como la constante c es distinta de cero:

$$c + a = 0 \Rightarrow c = -a \quad (7)$$

Retomando la solución propuesta, y_c es igual a:

$$y_t = y_c = A(-a^t) \quad (8)$$

Sumando las expresiones (3) y (8), se obtiene la solución general:

$$y_t = y_p + y_c = \frac{b}{(1+a)} + A(-a^t) \quad (9)$$

Debido a la presencia de la constante arbitraria *A*, esta solución no se encuentra determinada siendo necesaria información adicional, como ya se indicó, a fin de calcular la misma. Cabe destacar que y_p indica el nivel de equilibrio inter-temporal en tanto que y_c, las desviaciones de la trayectoria temporal respecto al equilibrio (Chiang, 1987: 565; Chiang & Wainwright, 2008: 548).

3 Desarrollo de la propuesta

En Economía, se suele estudiar cómo evoluciona una determinada variable respecto a distintos momentos en el tiempo. Particularmente, si la unidad de tiempo tomada como referencia para definir los ingresos o los egresos de dinero o los momentos en que se capitalizan los intereses se encuentra expresada en términos discretos entonces las *ecuaciones en diferencias* son las indicadas para resolver problemas de índole financiera (Robledo, 2001: 21).

Así, en esta propuesta, que sigue a Contreras Ballesteros (2020:32) y a Mirman Hernández (2019: 22), se considera el caso de un préstamo, donde se cuenta con un monto de dinero prestado al inicio y se quiere conocer el valor de las sucesivas cuotas a pagar en distintos períodos de tiempo y cuánto se adeuda en un determinado momento. Para conocer el saldo del préstamo en un período específico (C_t), cuyo monto a amortizar es el saldo original (C_0), durante una cantidad *n* de períodos a una tasa de interés *i*, mediante una cantidad de cuotas constantes de valor *m,* se debe resolver la siguiente ecuación en diferencias:

$$C_{t+1} = C_t - m \quad (10)$$

donde *i* se encuentra implícitamente en la ecuación ya que se utiliza para el cálculo de la cuota *m* (Tenorio Villalón *et. al.*, 2013: 190). Las cuotas representan una renta cuyo valor actual debe ser igual al préstamo otorgado y, además, deben constituir una imposición donde su valor final sea equivalente a la capitalización del préstamo al concluir los períodos considerados (Kysbie & Levstein, 2010: 83).

Si bien existen diferentes sistemas de amortización de préstamos, es decir, métodos que indican cómo se devolverá el capital cedido en préstamo, a través de una sucesión de pagos o cuotas (Kysbie& Levstein, 2010: 83), en el caso bajo análisis se aplicará el *sistema francés* o *progresivo*. Este último presenta las siguientes características:

- Las cuotas a pagar son constantes.
- Cada cuota se compone de una parte de capital y una parte de interés.
- La parte de capital es creciente con las sucesivas cuotas.
- La parte de interés es decreciente con las sucesivas cuotas.
- Los intereses se calculan sobre saldos.

En este sistema, *i* interviene explícitamente en la ecuación en diferencias a resolver:

$$C_{t+1} = C_t + iC_t - e \quad (11)$$

donde se tienen cuotas constantes que se simbolizan con la letra *e.* La ecuación anterior expresa que lo que se debe en el período *t+1* es igual al saldo en el período anterior *t* más los *i* por ese saldo, menos lo que se paga, que es la cuota constante.

Conforme datos reales obtenidos del sitio *web* del Banco de la Nación Argentina, el día 28/07/2021, el caso propuesto considera un préstamo cuyo monto asciende a \$500.000,00, a una tasa de interés nominal anual del 55,50% –aproximadamente, 4,63% por mes–, con capitalización mensual, donde las cuotas constantes a abonar son de \$55.225,89, por un plazo de 12 meses.

Dado que el propósito es formular y resolver la ecuación en diferencias que representa la amortización del préstamo, primero, se reagrupan los términos de (11):

$$C_{t+1} - C_t\left(1+i\right) = -e \quad (12)$$

Posteriormente, se calcula la tasa de interés a emplear, por equivalencia de tasas:

$$\left(1+\frac{0,5550}{12}\right)^{12} = \left(1+i_{12}\right)^{12} \Rightarrow i_{12} = 0,04625 \quad (13)$$

Sustituyendo los datos con que se cuenta en (12), se arriba a la siguiente ecuación en diferencias:

$$C_{t+1} - C_t\left(1+0,04625\right) = -55.225,89 \Rightarrow C_{t+1} - 1,04625C_t = -55.225,89 \quad (14)$$

la que se encuentra normalizada y que puede ser clasificada como ordinaria, de primer orden y lineal, con coeficiente (a = -1,04625) y término (e = b = -55.225,89) constantes.

Luego, se procede a obtener y_p. Dado que el coeficiente *a* es distinto de 0, es posible proponer esta sencilla solución: $y_p = C_t = C_{t+1} = k$ –donde k es una constante– y sustituyendo la misma en (14):

$$k - 1,04625k = -55.225,89 \Rightarrow k = 1.194.073,30 \quad (15)$$

También el valor de la constante *k* se puede obtener aplicando directamente (2):

b/(1+a) = -55.225,89/(1-1,04625). Como $y_p = k \Rightarrow y_p = 1.194.073,30$. Lo anterior, implica un estado de estabilidad, o sea, un equilibrio estacionario (Chiang, 1987: 566; Chiang & Wainwright, 2008: 549)

A continuación, se emprende la deducción de y_c. Para ello, se arma la ecuación homogénea correspondiente:

$$C_{t+1} - 1,04625C_t = 0 \quad (16)$$

Y se propone la solución: $y_c = C_t = A\ c^t$, la que se sustituye en la expresión anterior:

$$Ac^{t+1} - 1{,}04625Ac^t = 0 \quad (17)$$

Después de normalizar, aplicar propiedad de potenciación y sacar factor común, se obtiene la ecuación característica, la que se encuentra entre paréntesis:

$$c^t \left(c - 1{,}04625\right) = 0 \quad (18)$$

La ecuación característica es de grado 1, por ende, la misma tiene una sola raíz. Como la constante *c* es distinta de 0:

$$c - 1{,}04625 = 0 \Rightarrow c = 1{,}04625 \quad (19)$$

Ya que $y_c = A\ c^t \Rightarrow y_c = A\ (1{,}04625)^t$.

Finalmente, la solución general surge de la suma de y_p e $\underline{y_c}$:

$$y_t = C_t = y_p + y_c = 1.194.073{,}30 + A\left(1{,}04625\right)^t \quad (20)$$

Pero dada la presencia de la constante arbitraria *A*, y_t no se encuentra determinada, recurriéndose a información adicional como lo es monto del capital en el momento inicial ($500.000,00) a fin de revertir tal situación:

$$C_0 = 500.000 = 1.194.073{,}30 + A\left(1{,}04625\right)^0 \Rightarrow A = -694.073{,}30 \quad (21)$$

Así, la solución general queda especificada de la siguiente manera:

$$C_t = 1.194.073{,}30 - 694.073{,}30\left(1{,}04625\right)^t \quad (22)$$

Si en la solución precedente, se sustituye *t* por 1, se arriba a:

$$C_1 = 1.194.073{,}30 - 694.073{,}30\left(1{,}04625\right)^1 \Rightarrow C_1 = \$467.899{,}11 \quad (23)$$

De igual modo, se procede para los meses restantes, reemplazando *t* por 2, 3,…, 12.

En la siguiente tabla, se presenta el esquema de amortización del préstamo completo, siendo C_t y *CC* el capital adeudado y la parte de capital que se amortiza con el pago de la cuota, en cada mes, respectivamente; *I* la parte de interés que se paga con cada cuota y *e* la cuota constante, vale decir la suma de *CC* e *I*, que asciende a $55.225,89. Además, es posible apreciar que se cumple el resto de las características del sistema francés. Esto es, la parte de capital es creciente con las sucesivas cuotas mientras que la parte de interés es decreciente. Cabe señalar que CC_{acum} representa la deuda total amortizada e I_{acum} los intereses a pagar, en cada mes. El valor de CC_{acum}, para el último mes, debe ser igual al valor original del préstamo: $500.000,00.

Tabla 1. Esquema de amortización del préstamo

t	C_t	CC	I	e	CC_{acum}	I_{acum}
0	$500.000,00					
1	$467.899,11	$32.100,89	$23.125,00	$55.225,89	$32.100,89	$23.125,00
2	$434.313,55	$33.585,56	$21.640,33	$55.225,89	$65.686,45	$44.765,33

3	$399.174,67	$35.138,89	$20.087,00	$55.225,89	$100.825,33	$64.852,34
4	$362.410,61	$36.764,06	$18.461,83	$55.225,89	$137.589,39	$83.314,16
5	$323.946,21	$38.464,40	$16.761,49	$55.225,89	$176.053,79	$100.075,65
6	$283.702,83	$40.243,38	$14.982,51	$55.225,89	$216.297,17	$115.058,17
7	$241.598,19	$42.104,63	$13.121,26	$55.225,89	$258.401,17	$128.179,42
8	$197.546,22	$44.051,97	$11.173,92	$55.225,89	$302.453,78	$139.353,34
9	$151.456,84	$46.089,38	$9.136,51	$55.225,89	$348.543,16	$148.489,85
10	$103.235,83	$48.221,01	$7.004,88	$55.225,89	$396.764,17	$155.494,73
11	$52.784,60	$50.451,23	$4.774,66	$55.225,89	$447.215,40	$160.269,39
12	$0,00	$52.784,60	$2.441,29	$55.225,89	$500.000,00	$162.710,68

Continuando con el mes 1, la diferencia entre el capital correspondiente al mismo (C_1 = $467.899,11) y el capital inicial (C_0 = $500.000,00), que es igual a CC = $32.100,89, constituye la parte de capital que se paga con la primera cuota. Por otro lado, los intereses, calculados sobre saldos, totalizan $23.125,00 como resultado de aplicar la tasa de interés al capital del mes anterior (C_0). De forma similar, se procede para el resto de los meses a fin de completar la tabla.

Tal como se observa en la Figura 1, la ejercitación puede desarrollarse mediante un simulador empleando la planilla de cálculo Microsoft Excel®.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Tipo de sistema	Frances		t	Ct	CC	I	e	CC_{acum}	I_{acum}
2				0	$500.000,00					
3	Préstamo	$500.000,00		1	$467.899,11	$32.100,89	$23.125,00	$55.225,89	$32.100,89	$23.125,00
4				2	$434.313,55	$33.585,56	$21.640,33	$55.225,89	$65.686,45	$44.765,33
5	TASA	4,63%		3	$399.174,67	$35.138,89	$20.087,00	$55.225,89	$100.825,33	$64.852,34
6	Vencida/Adelantada	Vencida		4	$362.410,61	$36.764,06	$18.461,83	$55.225,89	$137.589,39	$83.314,16
7	Efectiva/Nominal	Nominal		5	$323.946,21	$38.464,40	$16.761,49	$55.225,89	$176.053,79	$100.075,65
8	Periodo de Capitalizacion	Mes		6	$283.702,83	$40.243,38	$14.982,51	$55.225,89	$216.297,17	$115.058,17
9	Periodo de la operación	Mes		7	$241.598,19	$42.104,63	$13.121,26	$55.225,89	$258.401,81	$128.179,42
10				8	$197.546,22	$44.051,97	$11.173,92	$55.225,89	$302.453,78	$139.353,34
11	Número de cuotas	12		9	$151.456,84	$46.089,38	$9.136,51	$55.225,89	$348.543,16	$148.489,85
12	Cada cuanto se paga	Mes		10	$103.235,83	$48.221,01	$7.004,88	$55.225,89	$396.764,17	$155.494,73
13				11	$52.784,60	$50.451,23	$4.774,66	$55.225,89	$447.215,40	$160.269,39
14				12	$0,00	$52.784,60	$2.441,29	$55.225,89	$500.000,00	$162.710,68
15										
16										

Figura 1. Simulador de préstamos

Este simulador funciona de la siguiente manera: en las dos primeras columnas, se encuentran el detalle de la operatoria y los datos correspondientes –monto, tasa de interés mensual, número de cuotas– y, a partir de la columna *D*, el *software* completa automáticamente el esquema de amortización según las fórmulas de cálculo programadas al efecto.

4 Consideraciones finales

Con el caso desarrollado se demuestra cómo las *ecuaciones en diferencias* pueden aplicarse al análisis de una operatoria frecuente, no meramente teórica, como lo es la amortización de un préstamo. Tanto el modelo como la planilla de cálculo presentados permiten una directa y sencilla resolución para cada conjunto de datos de partida. El énfasis no se encuentra en la complejidad de la ecuación en tiempo discreto formulada sino en su utilidad concreta y cotidiana. Asimismo, se ha trabajado con datos reales y se ha relacionado un tema de la asignatura *Matemática para Economistas II* con otros propios del análisis financiero. Queda pendiente la extensión de la actividad a otros sistemas de amortización de préstamos y a la iniciativa de los estudiantes, impulsando la construcción colaborativa de conocimientos.

Referencias

Arya, J. C.; Lardner, R. W. & Ibarra Mercado, V. C. (2009). *Matemáticas aplicadas a la Administración, Economía, Ciencias Biológicas y Sociales*. México: Pearson Educación de México, S.A. de C.V.

Banco de la Nación Argentina (2021). Simulador de Préstamos Nación destino libre. https://www.bna.com.ar/Simulador/SubInterna/NacionDestinoLibre?subInterna=SimuladorPrestamosNacionDestinoLibre. Consultado: 28/07/2021.

Bonifaz, J. L. & Winkelried, D. (2010). *Matemática para la Economía Dinámica*. Lima: Centro de Investigaciones-Universidad del Pacífico.

Chiang, A. (1987). *Métodos fundamentales de Economía Matemática*. México: Mc Graw Hill.

Chiang, A. & Wainwright, K. (2008). *Métodos fundamentales de la Economía Matemática*. México: Mc Graw Hill.

Contreras Ballesteros, A. (junio 2020). *Ecuaciones en diferencias. Aplicaciones*. (Trabajo de fin de grado). Facultad de Ciencias Sociales y Jurídica-Universidad de Jaén, España.

Kisbye, P. & Levstein, F. (2010). T*odo lo que usted quiere saber sobre Matemática Financiera pero no se anima a preguntar*. Buenos Aires-Argentina: Instituto Nacional de Educación Tecnológica.

Mirman Hernández, R. (junio 2019). *Ecuaciones en diferencias, una aplicación al cálculo de saldos pendientes en operaciones de préstamo*. (Trabajo de fin de grado). Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales-Universidad de Sevilla, España.

Robledo, O. (octubre-diciembre 2001). Matemáticas Financieras con ecuaciones en diferencias finitas. Otra aproximación al cálculo del valor del dinero en el tiempo. *Revista Universidad EAFIT*, *124*: 21-30.

Sydsaeter, K. & Hammond, P. (2009). *Matemáticas para el Análisis Económico*. Madrid: Editorial Prentice Hall.

Tenorio Villalón, A. F.; Martín Carballo, A. M.; Paralela Morales, C. & Contreras Rubio, I. (diciembre 2013). Ecuaciones diferenciales y en diferencias aplicadas a los conceptos económicos y financieros. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, *16*: 165-199.

CAPÍTULO 2: Premio Carbajo

CAPÍTULO 3: Cursos

EL PRESUPUESTO PERSONAL COMO HERRAMIENTA DE MATEMÁTICA APLICADA

Gómez Lérida, Nicolás
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales – Universidad Nacional de Salta
nglerida@gmail.com
Especialidad: Matemática Aplicada
Palabras claves: transferencia, aplicación, relaciones, economía doméstica.

Resumen

En los primeros años de Ciencias Económicas son muy pocos los conceptos que los estudiantes dominan en profundidad sobre las disciplinas específicas de sus carreras. La transferencia didáctica se logra cuando se logra aplicar lo aprendido en diversas situaciones. Resulta necesario encontrar aplicaciones matemáticas a situaciones conocidas por los alumnos y de esta forma propiciar un aprendizaje significativo.
El estudio del presupuesto personal permite analizar racionalmente los ingresos y egresos posibilitando una mejor administración y aplicación de los recursos propios, el estudio de fuentes de financiamiento, efectuar proyecciones y programación de fondos. Identificar flujos de efectivo, composición de los gastos, equilibrio financiero.
Los saberes matemáticos empleados en dicho análisis son básicos y elementales comprendidos en la curricula del curso de nivelación/ inicio de carrera, primeros años de las carreras de Ciencias Económicas y permiten dar sentido a lo aprendido y romper la concepción que para muchos presenta como saber abstracto.
Se espera ofrecer una temática interesante, práctica y atractiva para el estudiantado que le permita aplicar saberes matemáticos a sus propias finanzas con su respectiva modelización y abordaje conceptual.

Fundamentación

Las carreras de Ciencias Económicas abordan las operaciones que realizan los distintos agentes económicos como las familias, las empresas, los gobiernos, el sector financiero y el sector externo y las relaciones que tienen entre ellos; como también los aspectos funcionales, económicos, patrimoniales, financieros y jurídicos propios de cada uno. El abordaje particular se profundiza al transitar los años según lo disponen los planes de estudio, mientras que la Matemática (Álgebra, Cálculo, Análisis Matemático) se afronta en los primeros momentos de las carreras.

Las matemáticas además de enseñar a pensar, fomentar el espíritu crítico y practicar el razonamiento lógico tienen un alto valor instrumental que proporciona simbología, teoremas y métodos que permiten modelizar y resolver situaciones problemáticas concretas.

A la hora de enseñar matemáticas los docentes diseñan estrategias que permiten a los estudiantes la apropiación de los saberes, siendo necesario para esto promover relaciones entre los contenidos de la carrera cursada (horizontal y verticalmente) y su aplicación.

Como se señala previamente, existe una diferencia temporal en el estudio de la Matemática y de las distintas asignaturas específicas que dificulta en los alumnos la vinculación de los distintos contenidos, ya que en un primer momento se presentan los saberes como biblioteca, y resulta oportuno que los mismos se construyan como herramienta y práctica. Todo ello, se indica no como crítica a la estructura de los planes de estudios (sabido es que Matemática, en todas sus ramas, constituye un pilar para el desarrollo de espacios curriculares específicos), sino para enfatizar la necesidad de hacer hincapié en la transferencia que prepondere el aprendizaje constructivo y permita darle significado a lo aprendido.

Todo aprendiz tiene un bagaje de conocimientos previos, con el que es preciso conectar para que lo adquirido tenga sentido, fomentando la transferencia y conexión mutua entre los contextos y conocimientos cotidianos, y los saberes formales que se enseñarían. En este sentido, para lograr una correcta transposición didáctica, resulta necesario adaptar el saber matemático para que este sea asequible a estudiantes de los primeros años de las carreras de Ciencias Económicas, vinculando aquello que ya es conocido previamente con los nuevos saberes.

Estamos convencidos de que esta práctica, promueve la generación de aprendizajes significativos, asociado a la aprehensión de conocimientos a aplicarse en forma transversal en las diferentes materias del plan de estudio.

En este contexto se propone: partir del agente económico de las familias, las economías domésticas de cada aprendiz, para abordar conceptos financieros básicos; luego aplicar conceptos matemáticos que promuevan el análisis y la modelización de las situaciones financieras particulares, otorgando así, un sentido a lo enseñado y aprendido.

Diseñar un curso para docentes permite el enriquecimiento a partir del intercambio entre docentes de las mismas áreas, capitalizando sus experiencias en el aula en contextos diversos. Realizar el mismo de manera virtual permite un acercamiento que no es posible en estos tiempos de pandemia donde resulta complejo el traslado a lo largo del país; además posibilita el desarrollo de nuevas metodologías que no se implementaban en la presencialidad proporcionando herramientas tecnológicas necesarias en la formación profesional de los alumnos. En este sentido resulta forzada esta modalidad de ejecución del curso, pero significa una gran oportunidad de adaptación al nuevo escenario pos pandemia.

Objetivos

- Abordar una temática que brinda un gran valor instrumental a los estudiantes a partir de la aplicación de conceptos matemáticos básicos en las carreras de Ciencias Económicas.
- Fomentar la aplicación de saberes matemáticos en escenarios de las economías domésticas.
- Proporcionar herramientas lógicas, racionales y analíticas a los estudiantes es pos de mejorar la administración de su presupuesto personal.
- Emplear instrumental tecnológico en el análisis y toma de decisiones

Planificación

Encuentro	Contenido Finanzas Personales	Contenido Matemáticas	Actividades
1	Ingresos fijos y variables Gastos fijos y variables Proyección financiera Categorías de gastos	Operaciones en Racionales e Irracionales. Funciones y álgebra de funciones.	Breve introducción teórica. Se aplicarán los contenidos matemáticos mediante el desarrollo de un caso práctico.

		Polinomios	Se brindarán lineamientos para la elaboración personal de un presupuesto. Se efectuarán análisis de razones por categorías de gastos. Se construirán funciones de Ingresos y Gastos Totales.
2	Punto de equilibrio Programación de resultados.	Ecuaciones lineales. Sistema de ecuaciones lineales Operaciones en Irracionales.	Breve introducción teórica. Se aplicarán los contenidos matemáticos mediante el desarrollo de un caso práctico. Se realizarán proyecciones y análisis empleando punto de equilibrio. Se analizarán variaciones
3	El valor del tiempo. Colocaciones de capital Financiamiento con capital de terceros Interés ganado y perdido. Programación financiera	Función exponencial. Ecuaciones exponenciales. Ecuaciones lineales Regla de tres simple	Breve introducción teórica. Se aplicarán los contenidos matemáticos mediante el desarrollo de un caso práctico. Se planteará un caso práctico para diferenciar operaciones financieras Se calculará valor futuro con interés compuesto Se calcularán intereses ganados y perdidos Se segregarán componentes financieros.

Recursos

- Herramienta de streaming (zoom o google meet)
- Presentaciones (genially, prezi, canvas)
- Excel
- Trabajo grupal e interactivo
- Plataforma educativa de soporte (google classroom)
- Correo electrónico, google drive

- Guías prácticas, guías de estudio, casos prácticos, ejercicios, situaciones problemáticas

Bibliografía

Astorga, Angélica Elvira; Lisi, Mónica. Matemática I. Talleres gráficos de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales. Universidad Nacional de Salta. Salta, 2018.

Casado, Eduardo Zenon. Matemática II. Talleres gráficos de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales. Universidad Nacional de Salta. Salta. 2019

Feldman, Daniel; Palamidessi, Mariano. Programación de la enseñanza en la universidad. Problemas y enfoques. Colección Universidad y Educación. Serie Formación Docente N° 1. Universidad Nacional de General Sarmiento. Argentina. 2001

Fundación Laboral WWB en España (Banco Mundial de la Mujer). Manual de Educación Financiera. Madrid. 2009

Steiman, Jorge. Más didáctica en la educación superior. Bs As. Miño y Dávila. 2009.

Yardín, Amaro. El Análisis Marginal: La mejor herramienta para tomar decisiones en mercados competitivos. 4a. ed. Osmar D. Buyatti - Librería Editorial. Ciudad Autónoma Buenos Aires. 2019.

INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE SUPERVIVENCIA

Caviezel Pablo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
pcaviezel@economicas.uba.ar

Especialidad: Estadística aplicada
Palabras clave: supervivencia, cohorte, longitudinal, mortalidad, enfermedad

Resumen

Como es sabido, es objetivo de las ciencias estadísticas el tratamiento de las variables aleatorias: su definición, caracterización, propiedades y funciones asociadas. En particular, el presente curso tiene como propósito introducir la modelización de variables aleatorias del tipo: "Tiempo de espera hasta la ocurrencia de un evento particular". Definida una unidad de tiempo, este tipo de variables aleatorias presenta particularidades que, por su importancia e inherencia, han sido agrupadas en lo que se ha dado en llamar análisis de supervivencia. El análisis de supervivencia consta, esencialmente, de dos partes: la primera referida a aspectos poblacionales y la segunda referida a aspectos muestrales y de estimación. Este curso aborda la primera parte de este estudio; es decir, el tratamiento de las funciones principales asociadas a este tipo de variables, tanto en esquemas de planteo continuo como discreto: la función de densidad (o función de probabilidad), la función de distribución (o función de probabilidad acumulada), la función de supervivencia y la función de riesgo. Asimismo, se establecerán las relaciones entre estas funciones y la esperanza matemática, la varianza y las principales medidas estadísticas características de cualquier variable aleatoria. Como caso particular, además, se trabajará en la definición y en el cálculo de la expectativa de vida, entendida como caso particular de este tipo de variables, para el evento "fallecimiento". En virtud de que el curso está orientado a profesores de matemática, estadística y afines, se propone una modalidad de permanente intercambio entre el docente conductor del curso y los asistentes, de quienes se espera valiosas contribuciones.

Planificación

Módulo 1: Conceptos y definiciones básicas. La variable aleatoria "Tiempo de espera" y su vinculación con el análisis de supervivencia. Función de densidad (o de probabilidad). Función de distribución (o de probabilidad acumulada). Función de supervivencia. Función de riesgo. Tasa instantánea de eliminación.

El objetivo de este módulo es adquirir la capacidad para identificar e interpretar modelos de supervivencia aplicables a cualquier ámbito.

Módulo 2: Esquema condicional. El concepto de truncamiento. Truncamiento inferior (o por izquierda). Truncamiento superior (o por derecha). Truncamiento mixto. Expresión de las funciones asociadas condicionadas a partir de expresiones no condicionadas.

El objetivo de este módulo es utilizar las funciones descriptas en el módulo anterior para los casos especiales donde existen recortes del dominio, derivados de la naturaleza de este tipo de variables aleatorias.

Módulo 3: Medidas del análisis de supervivencia. Esperanza matemática, varianza, desvío estándar, modo y mediana. El concepto de expectativa de vida. Caso discreto y caso continuo. Sus formulaciones e implicancias.

El objetivo de este módulo es introducir y capacitar en el cálculo de los momentos y de las principales medidas de este tipo de variables, especialmente en su relación con la función de supervivencia y con las tasas instantáneas de riesgo.

Horario sugerido:

Martes 5 de octubre: de 15:00 a 17:00 hs

Miércoles 6 de octubre: de 15:00 a 17:00 hs

Jueves 7 de octubre: de 11:00 a 13:00 hs

Equipo de apoyo necesario: el curso será dictado de manera virtual

Bibliografía

Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman I.C., Jones D.A. & Nesbitt C.J. (1997). *Actuarial Mathematics*. Second Edition, Society of Actuaries.

Coles, S. G. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer-Verlag, New York.

Dickson C.M.D., Hardy M.R. & Waters H.R. (2009). *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Second Edition, Cambridge University Press.

Klein J.P. & Moeschberger M.L. (2003). *Survival Analysis.* Second Edition, Springer-Verlag.

Klugman S.A., Panjer H. & Willmot G.E. (2018), *Loss Models: from Data to Decisions*. Fifth Edition, Wiley Editorial.

London D. (1997). *Survival Models and their estimation*. Third Edition, Actex.

Miller, Rupert G. (1997), Survival analysis, John Wiley & Sons.

ANÁLISIS DE LA VARIANZA (ANOVA)

María Elena Marcoleri
UNJu
marylen.marcoleri@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada
Palabras clave: varianza, tratamientos, hipótesis, medias, contrastes.

Resumen

La varianza es una medida de dispersión que representa la variabilidad de una serie de datos con respecto a su media. En Estadística es una medida muy importante porque aporta mucha información sobre una variable, y es imprescindible para determinar la representatividad de la media aritmética. El ANOVA es un método estadístico para averiguar si varias muestras seleccionadas de una variable proceden de una misma población o no.

Planificación

Contenidos

ANOVA: Definición. Conceptos elementales. Modelos estadísticos. Supuestos básicos.

ANOVA a una y a dos vías de clasificación según el diseño experimental o el estudio observacional realizado para relevar los datos. Hipótesis sobre medias y sobre efectos de tratamientos. Estadísticos de prueba. Criterios de decisión. Fórmulas de cálculo para sumas de cuadrados y cuadrados medios. Cuadro de ANOVA. Decisión y conclusiones. Contrastes entre medias de tratamientos. Validación del modelo.

Utilización del software SPSS para elaborar gráficos y construir el cuadro de ANOVA de los ejemplos de aplicación.

Objetivos

- Introducir a los participantes en el conocimiento de esta poderosa herramienta estadística para el análisis de datos experimentales, y su rol fundamental en el mejoramiento de procesos de gestión de organizaciones y en la investigación.
- Brindar las técnicas necesarias para elaborar el cuadro de ANOVA a uno y a dos criterios de clasificación.
- Describir las diversas pruebas de rangos múltiples y la comparación de medias por contrastes.
- Validar el modelo estadístico mediante la verificación del cumplimiento de los supuestos básicos.

Cronograma previsto

Módulo 1: ANOVA: Definición. Conceptos elementales. Modelos estadísticos. Supuestos básicos.

Módulo 2: ANOVA a un criterio de clasificación. Ejemplos de aplicación.

Módulo 3: ANOVA a dos criterios de clasificación. Ejemplos de aplicación.

Metodología de enseñanza y aprendizaje

Durante el desarrollo del curso se utilizarán alternativamente el sistema problémico y las técnicas de exposición y diálogo, con la intervención activa de los participantes.

Las estrategias didácticas para el desarrollo de los contenidos propuestos se indican a continuación:

- Planteo de un problema de aplicación práctica.
- Introducción teórica y desarrollo del tema de la clase mediante la resolución del problema planteado.
- Indicación de bibliografía adecuada.

- Elaboración de cuadros y gráficos.
- Elaboración de síntesis integradoras.

Actividades para desarrollar por los participantes

Al iniciar el curso se pondrá a disposición de los participantes una guía con las consignas de dos trabajos prácticos, que podrán resolverse aplicando los conocimientos y técnicas desarrollados en las clases.

Bibliografía

Blanch, N.; Joekes, S.; Caro, P.; Coria, A. *Curso de posgrado "Estadística Aplicada a la Investigación". Módulo XII: Análisis de la Varianza de dos factores.* Educación a Distancia. Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Córdoba.

De la Fuente Fernández, S. (2012). *Análisis de la Varianza*. Universidad Autónoma de Madrid. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Departamento de Economía Aplicada. España.

Lind, D.A., Marchal, W.G., Wathen, S.A. (2012). *Estadística Aplicada a los negocios y la Economía.* Decimoquinta edición. Capítulo 12. ISBN: 978-607-15-0742-6. McGraw-Hill. México.

http://wpd.ugr.es/~bioestad/wp-content/uploads/ComparacionesMultiples.pdf.

Equipamiento necesario

Cada participante deberá contar con una computadora con conexión a Internet para clases virtuales.

También tendrá que descargar, con anticipación al comienzo del curso, el software SPSS versión 23.0, disponible en IBM SPSS Statistics 23.

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA, UN DESAFÍO Y UNA OPORTUNIDAD

Cámara, Viviana – Dalmasso, Estefanía
Facultad de Ciencias Económicas Universidad Nacional del Litoral
vcamara@fce.unl.edu.ar – edalmasso@santafe-conicet.gov.ar
Especialidad: Educación matemática
Palabras clave: Modelización matemática, Ecuación diferencial, Tecnología

Resumen

Los conceptos y las técnicas de cálculo son frecuentemente expuestos de forma teórica y abstracta, sin relacionarlos con hechos reales y los ejemplos utilizados son muchas veces artificiales. El nuevo modelo educativo sostiene que al estudiante se lo debe orientar en el desarrollo de un perfil caracterizado por aspectos como: alumno activo, autónomo, estratégico, reflexivo, cooperativo, responsable, etc.
Esto implica un cambio sustancial en los métodos de enseñanza y aprendizaje que, en esta nueva situación, pasan de ser generalmente centrados en el profesor a tener que centrarse en el estudiante. Se trata entonces de ofrecer situaciones de aprendizaje contextualizadas, complejas y lo más reales posibles. Tales metodologías, las que se denominan abiertas, se caracterizan porque son más formativas que informativas, generan aprendizajes más profundos, significativos y duraderos y facilitan la transferencia a contextos más heterogéneos. Por otro lado, consideramos que los conocimientos básicos de cálculo adquieren la categoría de instrumento para la resolución de problemas reales y que el conocimiento es al mismo tiempo interesante, por ser útil y estimulante para el alumno. La modelización matemática como un método de enseñanza y aprendizaje es una estrategia didáctica y pedagógica que puede acompañar este modo de enseñar. El curso propuesto tiene por objetivo desarrollar y analizar modelos matemáticos que aportan solución a hechos reales, a partir de las bases teóricas de la modelización matemática. En este sentido, se desarrollarán dos modelos matemáticos, uno relacionado con biología y el otro con economía. La metodología propuesta propicia la incorporación de recursos tecnológicos, en este caso, trabajaremos con el software matemático GeoGebra para resolver aspectos gráficos y algebraicos de los modelos.
A partir del desarrollo del curso, se espera que los profesores asistentes puedan despejar dudas respecto a la metodología y sean capaces de proponer instancias de modelización matemática en sus cursos normales o en cursos extracurriculares en sus respectivas unidades académicas.

Planificación

Fundamentos teóricos

El ser profesor de carreras no matemáticas como las que devienen de las ciencias económicas nos hace pensar en cuáles son los modos de enseñar esta ciencia para que sea incorporada en los estudiantes como un instrumento en la interrelación y soporte de las áreas de economía, administración y contabilidad.

Es también nuestra necesidad establecer relaciones entre estos campos y la matemática, evitando reproducir modos de enseñanza fraccionados y/o estereotipados que a nuestro modo de ver no pueden lograr integración de conocimientos necesarios tanto para el mismo estudio de la propia matemática como para la resolución de problemas relacionados a otras áreas.

La modelización matemática que consiste en el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos y resolverlos interpretando sus soluciones en el mundo real (Bassanezi, 2004) permite proponer al docente "otros modos de enseñar matemática". Es posible, incorporar esta metodología de dos maneras distintas: la primera de ellas es, analizando modelos matemáticos bien conocidos e interpretando su simbología y su solución. Otra forma es proponer al estudiante que, a partir de ciertos datos, elabore un modelo aproximado buscando el que mejor se ajuste a ellos, para luego validar la solución en función de los datos reales. Si bien los modelos pueden ser de diversos tipos, en este curso nos centraremos en aquellos donde intervienen las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Contenido del curso

Encuentro 1: Modelización matemática. Breve reseña de sus etapas. Desarrollo del modelo: "Optimización de pollos de criadero", caso argentino. Contenido: Tasa de cambio. Tasa de crecimiento relativa. Aproximación bilateral a una función lineal. Formulación de la EDO. Resolución. Análisis cualitativo de la solución. Formulación de otros ajustes polinomiales para la EDO y análisis en GeoGebra de la solución numérica.

Encuentro 2: Desarrollo del modelo: Dinámica del precio de mercado. Caso lineal. Contenido: Planteo del problema. Formulación de la EDO y análisis de la solución. Estudio del equilibrio de mercado analítico y usando GeoGebra.

Encuentro 3: Desarrollo del modelo: Dinámica del precio de mercado. Un caso no lineal. Contenido: Planteo del problema. Formulación de la EDO. Solución analítica del caso planteado y generalización. Estudio del equilibrio de mercado mediante GeoGebra.

En el Encuentro 1 se les propondrá a los participantes una actividad para desarrollar, siguiendo lo visto en dicho encuentro, para luego compartir sus propuestas en el Encuentro 3. Esta actividad puede ser grupal.

Los asistentes al curso deberán tener algún dispositivo con GeoGebra instalado o con acceso a internet para usar la versión web del software.

Bibliografía

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.* (3ª ed.) São Paulo: Editora Contexto.

Chiang, A. y Wainwright, K. (2006). *Métodos fundamentales de economía matemática*. (4ª ed.) México: McGraw-Hill.

Hughes-Hallett, D., Gleason, A. M., Lock, P. F., Flath, D. E. y otros (2004). *Cálculo Aplicado*. (2ª ed.). México: Compañía Editorial Continental.

Zill, D. G. y Wright, W. S. (2015). *Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera*. (8ª ed.). México: Cengage Learning Editores.